

(57) 橋軸方向に可動な主桁を有するPC斜張橋の 基本的動的特性に関する考察

住友建設(株) 土木部 正会員 ○春日 昭夫
同 上 佐藤 政俊
同 上 正会員 新井 英雄

1. はじめに

PC斜張橋の動的解析を行う際に、この構造形式が非常に複雑な動的挙動を示すことは良く知られている。このことは、PC斜張橋が、高次の不静定構造物であるという理由からだけではなく、主塔、橋脚、基礎、主桁、斜張ケーブルといった多数の部材から成り立つ構造である故に生じる複雑さでもある¹⁾。これらの構成部材は各々が独自の振動系であるとともに互いにバネで結合されているために、複雑に連成し、場合によっては動的相互作用により応答値が増大する²⁾。

橋軸方向に主桁が変位拘束されていないPC斜張橋（連続形式、フローティング形式、代表して前者と呼ぶ）においては、面内のモード解析により図-1に示す2つの卓越する低次の逆対称モードが現われ、応答スペクトル法による変位や断面力の応答値はこれらだけで75~100%に至ることが報告されている³⁾。また、2つの各々のモードが応答値に及ぼす影響は、入力スペクトルの性質や部材によっても異なるが、前記文献³⁾では1次モードが、また、文献⁴⁾では3次モードが支配的であるとされ、これら以外には基礎の振動モードが卓越しているとも報告されている。この2つの低次

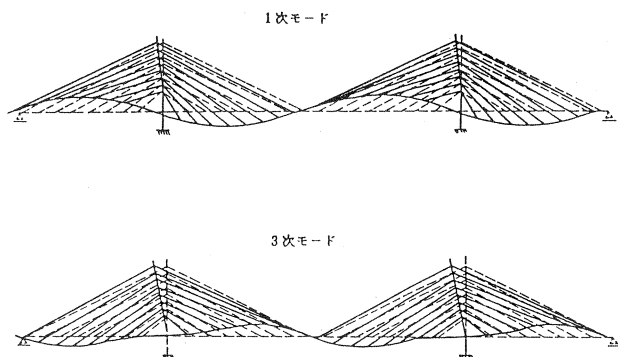


図-1 低次逆対称モード

モードは主桁、斜張ケーブル、主塔の3部材が連成したものであるが、図に示すようにモードの形状は全く異なった状態を示している。1次モードは主桁の水平変位が主塔の水平変位を生じさせる変形であり、3次モードは主塔の水平変位が斜張ケーブルの張力変化に伴って主桁の鉛直たわみを励起するような変形である。

一方、地震時の断面力、変位応答値を算出し部材の設計を行う場合には、震度法による解析を行い、動的解析により照査する手順が一般的に採られている^{5), 6)}。文献⁴⁾では、固有値解析の結果得られる固有周期、モード形状、刺激係数を基として、面内方向地震に対しては、1次モードに対応する水平方向慣性力と3次モードに対応する鉛直方向慣性力に分離して震度法を適用している。このような場合、どのような震度を設定するのが妥当かは一般的には議論されておらず、この点に関して、斜張橋のように振動特性の大きく異なる構造要素から成る構造物に震度法を適用するのに際しては、全体の振動特性を検討した上

で震度を定めることが重要であり、また、これをどのように各部に作用させるかを検討しておく必要がある、との指摘もされている⁶⁾。

このように、連続形式のPC斜張橋の場合、一部の高次モードを除けば1、3次2つの低次逆対称モードが橋軸方向の地震時応答に支配的であり、また、震度法の適用にあたってはこれらのモードの特徴を調べた上で、慣性力の大きさと作用位置、作用方向をあらかじめ設定しなければならないという問題がある。

そこで、本研究ではこれらの問題の解決へのアプローチとして、高次の不穩定構造である連続形式のPC斜張橋を2質点3自由度系振動モデルに単純化することを考える。これらの振動方程式の解を求めることにより、各モードを構成する単位振動系ならびに連成項の影響を定量的に把握するとともに、応答スペクトルによる応答値を求める際に、各々のモードにおいて主塔、主桁の慣性力がどのように、あるいはどのくらい作用するかを定量的に評価し、震度法における設計震度との対応を探ることとする。

2. 振動系のモデル化と解

2.1 モデル化と振動方程式

連続形式の三径間PC斜張橋の振動特性ならびに地震時動的応答特性を調べるために、次のような手順で構造系のモデル化を行う(図-2)。

- ① 地震時応答においては、低次の逆対称モードが卓越していることから二径間モデルと置き換えることができる。
- ② 主塔の振動系は1質点系で、水平方向にのみ自由度を持ったバネ・マス系(k_T, m_T)とする。
- ③ 主桁の振動系は、水平方向に剛体変位を生じ、鉛直方向に支点間で一次鉛直たわみ振動を生じる系を考える。すなわち、鉛直方向のみバネ支持された1質点系(k_G, m_G)とし、自由度は水平、鉛直方向の2自由度とする。
- ④ 斜張ケーブルのバネは2種類考える。ひとつは主塔と主桁を結合する1本のバネ(k_S)であり、ひとつは主塔の振動系とは独立したバネで主桁を水平方向にのみ拘束するバネ($k_{S'}$)である。バネ $k_{S'}$ はマルチケーブルの影響を多少なりとも表現するために設置したもので、主塔モードと独立して主桁を変位拘束する。

このモデルにおける振動方程式は、以下のようなになる。

$$M\ddot{q} + Kq = 0$$

ただし、

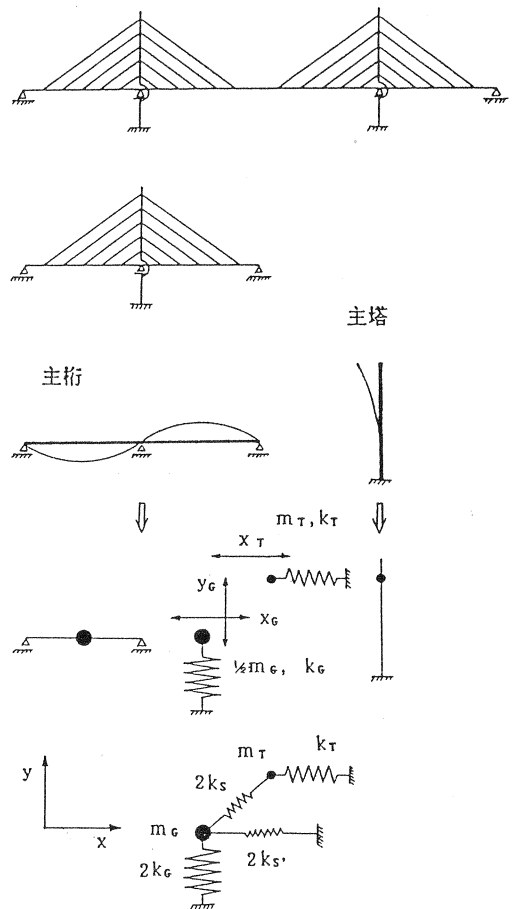


図-2 振動系の解析モデル

..... (1)

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_T & 0 & 0 \\ 0 & m_G & 0 \\ 0 & 0 & m_G \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} (k_T + 2k_S \cos^2 \theta) & -2k_S \cos^2 \theta & -2k_S \sin \theta \cos \theta \\ -2k_S \cos^2 \theta & (2k_{S'} + 2k_S \cos^2 \theta) & 2k_S \sin \theta \cos \theta \\ -2k_S \sin \theta \cos \theta & 2k_S \sin \theta \cos \theta & (2k_G + 2k_S \sin^2 \theta) \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_T \\ \ddot{x}_G \\ \ddot{y}_G \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{Bmatrix} x_T \\ x_G \\ y_G \end{Bmatrix}$$

m_T, m_G は主塔、主桁の質量、 k_T, k_G, k_S は主塔、主桁、斜張ケーブルのバネ、 $k_{S'}$ は主桁の水平変位を拘束する水平バネ、 θ は斜張ケーブル角度であり、 x_T は主塔の水平変位、 x_G, y_G は主桁の水平および鉛直変位である。

2.2 振動モードと応答

振動方程式において、 $\mathbf{q} = \mathbf{q} e^{i n t}$ とすると、 i 次振動モードは以下のように計算できる ($\lambda = n^2$)。

$$\frac{x_{Gi}}{x_{Ti}} = \frac{\lambda i \frac{k_T}{m_T}}{\frac{2k_S}{m_T} \cos^2 \theta} + \frac{\lambda i \frac{k_T}{m_T} \frac{2k_S}{m_G} \sin^2 \theta}{\lambda i \frac{2k_G}{m_G} \frac{2k_S}{m_T} \cos^2 \theta} + 1 \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{y_{Gi}}{x_{Ti}} = \frac{\lambda i \frac{k_T}{m_T} \frac{2k_S}{m_G} \sin \theta \cos \theta}{\lambda i \frac{2k_G}{m_G} \frac{2k_S}{m_T} \cos^2 \theta} \dots \dots \dots (3)$$

式(2), (3)において、 $k_T/m_T, 2k_G/m_G$ は、主塔・主桁各々の単位振動を、また、 $2k_S/m_T, 2k_S/m_G$ は斜張ケーブルを介した主塔と主桁の連成項を表わしている。

一方、本モデルの水平方向の刺激係数は、

$$\beta_i = \frac{m_T x_{Ti} + m_G x_{Gi}}{m_T x_{Ti}^2 + m_G x_{Gi}^2 + m_G y_{Gi}^2} = \frac{1}{x_{Ti}} \frac{1 + \frac{m_G}{m_T} \frac{x_{Gi}}{x_{Ti}}}{1 + \frac{m_G}{m_T} \left(\frac{x_{Gi}}{x_{Ti}} \right)^2 + \frac{m_G}{m_T} \left(\frac{y_{Gi}}{x_{Ti}} \right)^2} \dots \dots \dots (4)$$

で表わされ、応答スペクトルによる加速度応答は次のようになる。

$$(\ddot{q} + \ddot{\phi})_i = \beta_i q_i S_{Ai} \dots \dots \dots (5)$$

ただし、 $\ddot{\phi}$ は地震による加速度、 q_i は振動形、 S_{Ai} は加速度応答スペクトルである。

よって、それぞれの質点位置での加速度応答は、次式となる。

$$(\ddot{q} + \ddot{\phi})_i = \beta_i q_i S_{Ai} = \frac{q_i}{x_{Ti}} \frac{1 + \frac{m_G}{m_T} \frac{x_{Gi}}{x_{Ti}}}{1 + \frac{m_G}{m_T} \left(\frac{x_{Gi}}{x_{Ti}} \right)^2 + \frac{m_G}{m_T} \left(\frac{y_{Gi}}{x_{Ti}} \right)^2} S_{Ai} \dots \dots \dots (6)$$

3. 考察

図-3に解析に用いたモデルと、その剛性、質量を示す。以上の定式化に対して各部材の剛性をパラメータにして、振動モード、加速度応答の係数 $\beta_i \cdot q_i$ 、および加速度応答のパラメータ解析を行う(図-4~図-8)。

三径間での3次モードはここでは2次モードとなる。

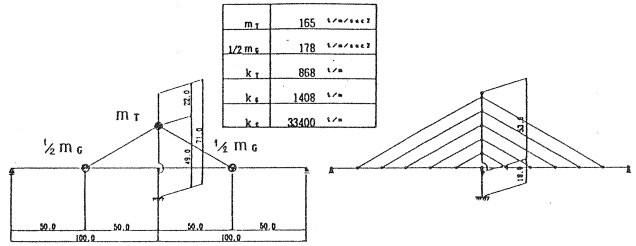


図-3 数値解析の基本モデル

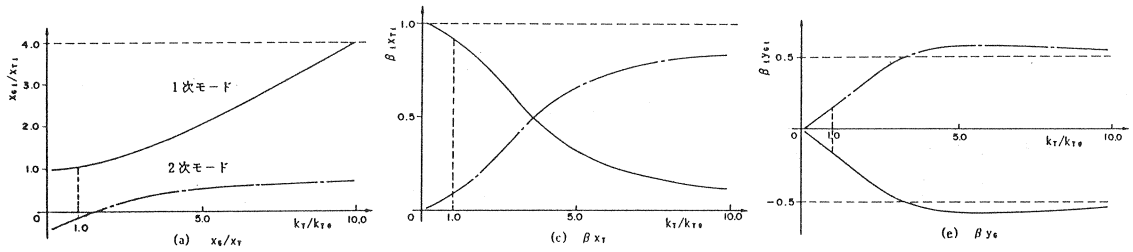


図-4 k_T/k_{T0} をパラメータとした場合

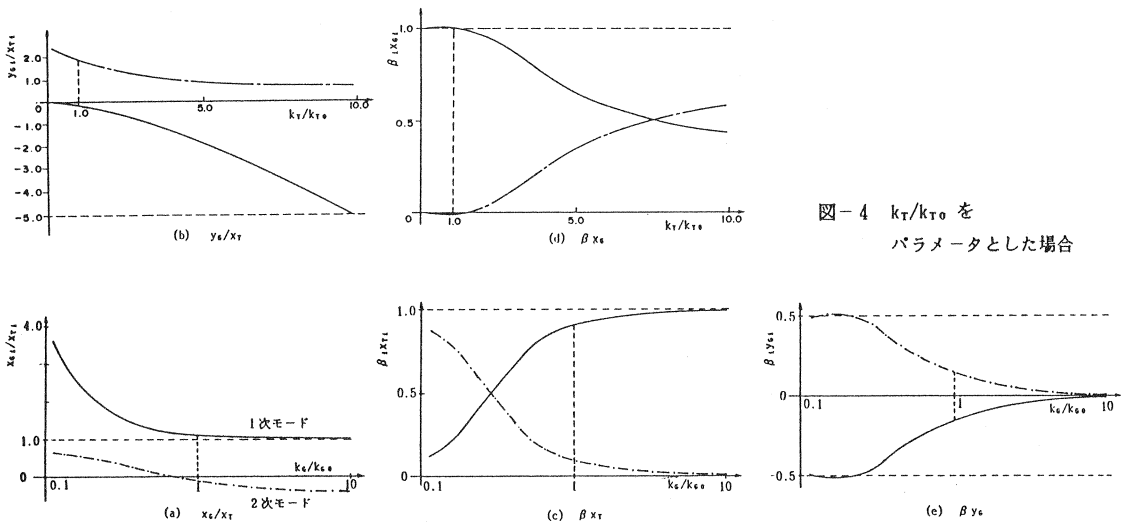


図-5 k_C/k_{C0} をパラメータとした場合

3.1 主桁と主塔の剛性の影響

図-4は k_T/k_{T0} を、図-5は k_c/k_{c0} をそれぞれパラメータにした結果を示す。

主桁と主塔の剛性は、振動特性に大きな影響を与える。本モデルの剛性 ($k_T/k_{T0} \approx 1.0$, $k_c/k_{c0} \approx 1.0$) 付近では、1次モードにおいて主桁・主塔の質量が、応答値に大きく関与しているといえる。2次モードの場合は、固有周期から主塔の単位振動に近く、その質量の約10%が応答値に関与している。しかし、主桁のx方向の変位モードは、 $k_T/k_{T0} \approx 1.0$ で符号が逆転しており、剛性の変化に対応して変化し、これが主塔下端の断面力応答値に大きな影響を与える。この現象は、y方向の自由度を考慮しない2質点系2自由度モデルでは表現できず、斜張ケーブルの連成による鉛直方向の振動の励起を示すものである。

一方、主桁の質量の鉛直方向に対する寄与率（質量に乗じる係数）であるが、1次モード、2次モードとも15%程度あり、その影響を無視することができない。そして、剛性に応じて最大50%程度になる。したがって、震度法により設計を行う場合、鉛直震度を考慮しなければ、主桁の断面力を過小評価することになる。

3.2 斜材の剛性の影響

図-6は k_s/k_{s0} をパラメータにした結果を示す。斜材の伸び剛性に関しては、剛性が大きくなる範囲では振動特性にほとんど影響を与えないが、小さくなる範囲では連成効果が低減するため、急激に変化する。この場合、水平バネ k_s' を考慮しないと、実際のモデルをシミュレートできない可能性がある。そこで k_s' をパラメータにして解析を行った。その結果を図-7に示す。

本1斜材モデルの場合、5斜材モデルと比較すると、最下段斜張ケーブルの約10%を水平バネとして評価すれば良い。ハープ形の場合、最下段斜張ケーブルが水平バネとして作用することによって、主桁の質量の作用位置が、水平バネへと移行していく様子がうかがえる。

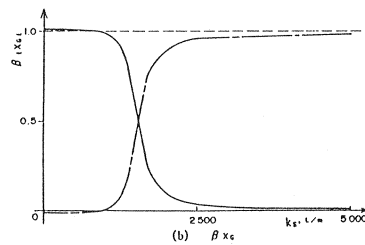
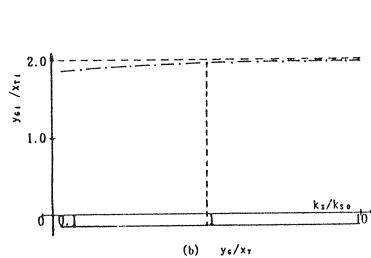
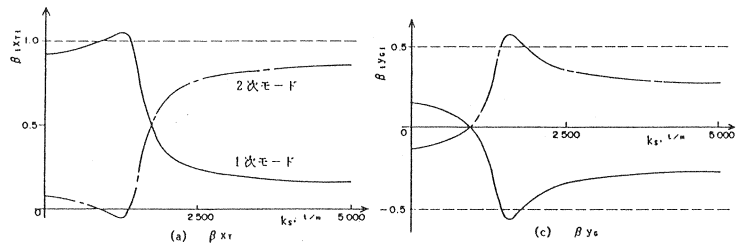
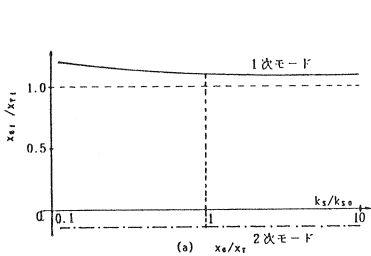


図-6 k_s/k_{s0} をパラメータとした場合

図-7 k_s' をパラメータとした場合

3.3 地震時慣性力の評価方法

主塔のバネをパラメータとした場合について、道路橋示方書の標準加速度応答スペクトル（二種地盤）を適用した場合のSRS法による加速度応答を図-8に示す。この値は式（6）の各次のモードにおける加速度応答値を二乗和平均して求められる。

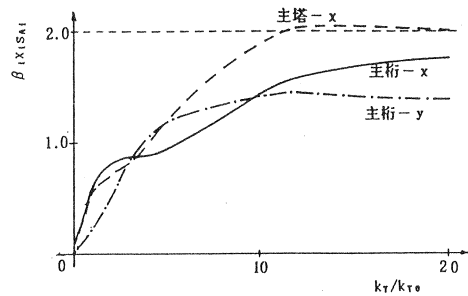
主塔剛性のある範囲では、主桁と主塔の加速度応答値に差が生じ、同じ加速度として取り扱えない可能性があることがわかる。地震時慣性力の評価方法としては、ここで示したように、連成系の固有周期から求めた加速度応答を、各質量の寄与率で低減したものを質点の加速度とすることが考えられる。これは、一般的な応答スペクトル解析における各次の加速度応答を用いて慣性力を求めることと同じ意味である。この手法により、動的解析による断面力を震度法により再現することが可能となり、連成振動をともなう斜張橋においても、主桁と主塔の2質点系の慣性力の重ね合わせという震度法の枠内で設計が行えることを示唆している。

4. おわりに

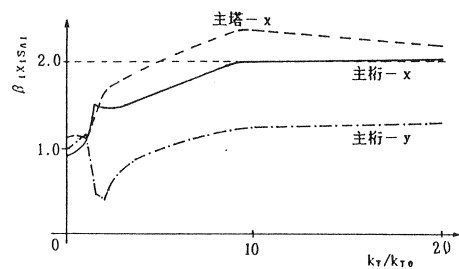
高次の不静定構造である斜張橋を、単純な2質点、3自由度モデルに置き換えて動的解析し、振動特性、応答特性に考察を加えた。ここではとりあげなかったが、マルチケーブルの構造系を単純ケーブル系にモデル化する際の諸定数の妥当性の評価については、今後の研究が必要である。本研究により、連続形式斜張橋の低次逆対称モードに関する動的特性が理解しやすくなったのではないかと考える。今後のPC斜張橋の耐震設計に寄与できるものとなれば幸いである。

参考文献：

- 1) 角谷, 太田, 熊谷, 今井: 東名足柄橋 (PC斜張橋) の設計上の主要な留意点, 橋梁と基礎, 90-2
- 2) 三村, 竹田 : PC斜張橋の耐震設計, プレストレストコンクリート Vol.28, No.4, 198
- 3) 片淵, 久我, 森元, 曾川, 渡辺: 呼子大橋 (PC斜張橋) の地震応答解析, 橋梁, 1987.1
- 4) 前田, 和田 : 横浜ベイブリッジの耐震設計, 橋梁と基礎, 90-7
- 5) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, V, 耐震設計編
- 6) 川島 : 斜張橋の耐震設計, 橋梁と基礎, 85-8
- 7) 小坪 : 土木振動学, 森北出版



(a) $k_s = 0\%$



(b) $k_s = 1600\%$

図-8 標準スペクトルによる加速度応答