

(20) パーシャルプレストレストコンクリート合成断面の応力計算と略算法

大阪大学 建築工学科 ○李 振宝
 大阪大学 建築工学科 正会員 大野義照
 大阪大学 建築工学科 正会員 鈴木計夫

1. はじめに

工期短縮、品質確保、省力化を目的として床版や梁の一部をプレキャスト化してプレストレスを導入し、これを型枠として配筋を行い、後打ちコンクリートを打設して一体化する合成部材が普及してきている¹⁾、²⁾。この工法に於いて、従来のようにプレキャスト部分をフルプレストレスの状態とし、常時荷重下で合成断面にひび割れが入らないように設計する場合、その合成断面の応力計算はプレキャスト単体時の荷重による応力と合成断面完成後の荷重による応力を重ね合わせる³⁾ ことによって容易に算出できる。しかし、ひび割れの発生を許容するパーシャルプレストレストコンクリート (プレストレスト鉄筋コンクリート、以下PRCと略記) として設計する場合には、応力計算に上述の方法を用いることはできない。既報⁴⁾ では、ひび割れの生じたPRC合成断面部材のコンクリートや鋼材の応力計算法を示すとともに、計算例によってプレストレス量と鉄筋応力との関係などを考察した。本報では、改めて計算例を示すとともに、応力中心距離の略算値を用いる簡単な略算法を提示した。

2. 合成断面の応力計算の概要

2.1 応力状態

合成断面部材施工過程と荷重の履歴によって、プレキャスト断面で施工荷重と自重を支持している時点①と合成断面として積載荷重を支持している時点②の二つの時点を考えて、応力状態としては次の三つのケースが考えられる。(1) ①、②の時点ともひび割れが発生しない。(2) ①の時点ではひび割れが発生せず、②の時点でひび割れが発生する。(3) ①の時点からひび割れが発生する。

(1) の場合、断面にひび割れが発生していないため、応力の重ね合わせができ、合成断面の応力計算はプレキャスト単体時の施工時荷重 (M_1) に対する応力と、合成後の部材の積載荷重 (M_2) に対する応力を重ね合わせることで、算出することができる。しかし、(2)、(3) の場合、時点②ではひび割れによって応力状態が変わるので、(1) の場合のように簡単に求めることはできない。

例として(2) の場合のひずみ状態を図1に示す。合成断面となつてからのひずみ分布AAを考える。その時、後打ちコンクリート部の応力はひずみに対応している。プレキャスト部は時点①のひずみを加算し、ひずみ分布BBを得る。コンクリートの

引張応力を無視し、圧縮ひずみのみコンクリート応力に対応しているとする。プレキャスト部の鉄筋応力とPC鋼材のDepressionからの応力変化量はひずみ分布BBに対応している。

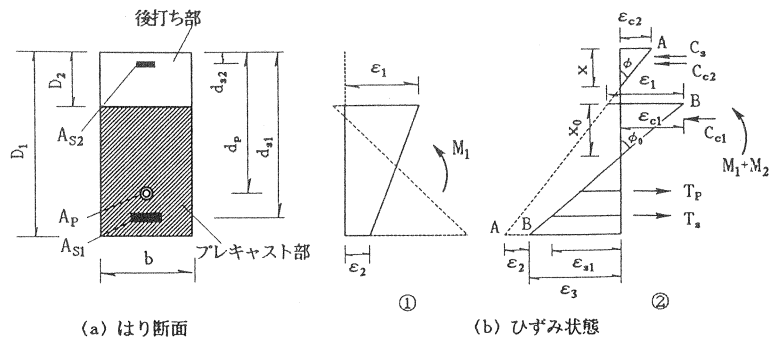


図1 はり断面およびひずみ状態

2.2 応力計算式

応力状態ケース(2)、(3)の場合の応力計算式は次のように導かれる。

1) 時点①におけるひずみ ϵ_1 、 ϵ_2 はひび割れの生じていない場合には従来のPC断面として計算し、ひび割れの生じている場合にはPRC断面の応力計算法⁵⁾より求める。

2) 時点②において中立軸 x と曲率 ϕ (AAの傾き) を未知数として、二つのつり合い式 $\Sigma(C-T) = 0$ と $\Sigma M = 0$ をたてる。

図1に示されたひずみ状態により、次のような各位置のひずみと未知数 x 、 ϕ との関係式が得られる。

$$\begin{aligned} \epsilon_{c2} &= \phi x; \quad \epsilon_{s2} = \phi(x - d_{s2}); \quad \epsilon_{c1} = \epsilon_1 - \phi(D_2 - x); \quad \Delta \epsilon_F = \phi(d_F - x) - \left[\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{D_1 - D_2} (D_1 - d_F) + \epsilon_2 \right] \\ \epsilon_{s1} &= \phi(d_{s1} - x) - \left[\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{D_1 - D_2} (D_1 - d_{s1}) + \epsilon_2 \right]; \quad \phi_0 = \frac{\epsilon_{c1} + \epsilon_3}{D_1 - D_2} = \frac{\epsilon_1 - \phi(D_2 - x) + \phi(D_1 - x) - \epsilon_2}{D_1 - D_2} = \frac{\phi(D_1 - D_2) + \epsilon_1 - \epsilon_2}{D_1 - D_2} \\ x_0 &= \frac{\epsilon_{c1}}{\phi_0} = \frac{[\epsilon_1 - \phi(D_2 - x)](D_1 - D_2)}{\phi(D_1 - D_2) + \epsilon_1 - \epsilon_2} \end{aligned}$$

コンクリートの圧縮合力 C と鋼材の引張力 T はすべて二つの未知数 x 、 ϕ で表示される。長方形断面で、 $x \leq D_2$ 、 $0 \leq x_0 \leq D_1 - D_2$ の場合(図1)の C と T は次のようになる。

$$\begin{aligned} C_{c1} &= \frac{x_0 E_{c1} \epsilon_{c1} b}{2} = \frac{E_{c1} b}{2} (D_1 - D_2) \frac{[\epsilon_1 - \phi(D_2 - x)]^2}{\phi(D_1 - D_2) + \epsilon_1 - \epsilon_2}; \quad C_{c2} = \frac{x E_{c2} \epsilon_{c2} b}{2} = \frac{E_{c2} b \phi x^2}{2} \\ T_s &= E_s A_{s1} \epsilon_{s1} = E_s A_{s1} \left\{ \phi(d_{s1} - x) - \left[\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{D_1 - D_2} (D_1 - d_{s1}) + \epsilon_2 \right] \right\}; \quad C_s = E_s A_{s2} \epsilon_{s2} = E_s A_{s2} \phi(x - d_{s2}) \\ T_F &= P_0 + E_F A_F \Delta \epsilon_F = P_0 + E_F A_F \left\{ \phi(d_F - x) - \left[\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{D_1 - D_2} (D_1 - d_F) + \epsilon_2 \right] \right\} \end{aligned}$$

ここに、 E_s : 鉄筋のヤング係数、 E_p : PC鋼材のヤング係数、 E_{c1} : プレキャスト部コンクリートのヤング係数、 E_{c2} : 後打ちコンクリートのヤング係数

これらの式を次の軸方向の力と中立軸に関するモーメントの釣合式に代入し、数学的手法を用い、反復計算を行って、未知数 x 、 ϕ を求め、断面の諸応力を計算する(記号は図1を参照)。

$$C_{c1} + C_{c2} + C_s - T_s - T_p = 0 \tag{1}$$

$$C_{c2}(2x/3) + C_s(x - d_{s2}) - C_{c1}(D_2 - x + x_0/3) + T_s(d_{s1} - x) + T_p(d_p - x) = M \tag{2}$$

3. T型合成断面はりの応力計算例

図2に示すようなPC鋼材と普通鉄筋が併用されたT型断面合成はり⁶⁾について、上述の計算式による応力の計算結果を図3に示す。なお、プレキャスト部に作用する自重などによる曲げモーメント $M_1 = 41.5 \text{tm}$ 、合成断面に作用する積載荷重によるモーメント $M_2 = 76.1 \text{tm}$ である。

普通鉄筋: $\sigma_{sy} = 3500 \text{kgf/cm}^2$ 、 $E_s = 2.1 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$
 PC鋼材: $\sigma_{py} = 16000 \text{kgf/cm}^2$ 、 $E_p = 2.0 \times 10^6 \text{kgf/cm}^2$
 コンクリート: $E_{c1} = E_{c2} = 2.95 \times 10^5 \text{kgf/cm}^2$ である。
 プレストレス導入率 λ : 0, 32, 59, 81, 100%。

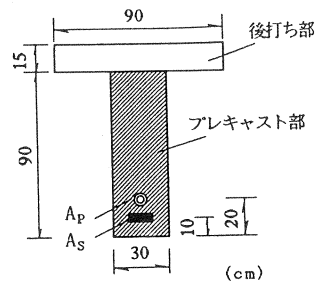


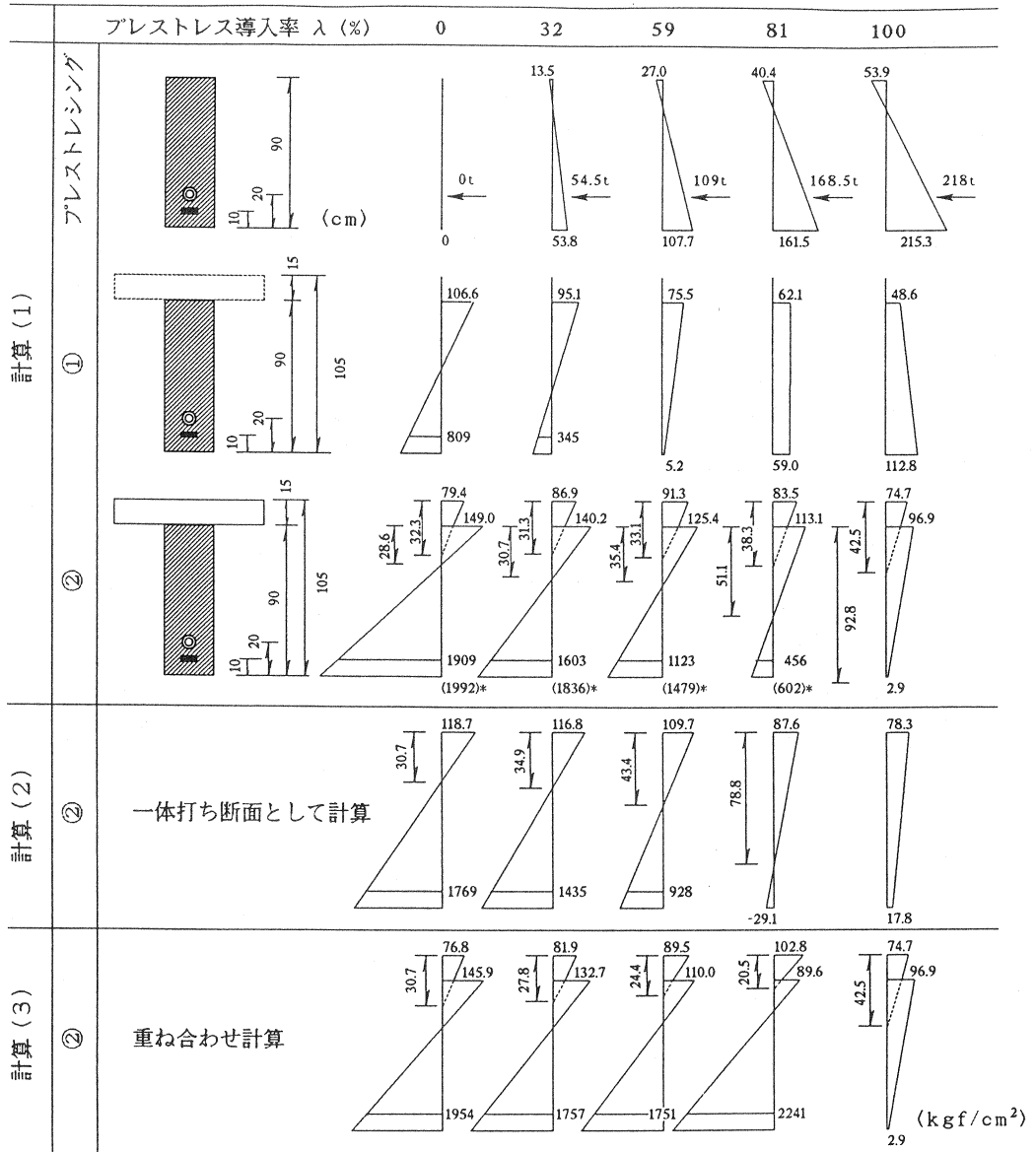
図2 T型断面

ここに、 $\lambda = \text{PC鋼材の降伏点引張力} / (\text{鉄筋の降伏点引張力} + \text{PC鋼材の降伏点引張力})$

λ が異なっても断面の終局耐力がほぼ同じになるように普通鉄筋 A_s とPC鋼材 A_p を選定している。たとえば、プレストレスト導入率 $\lambda = 0$ (RC) の場合: $A_s = 76.5 \text{cm}^2$ 、 $A_p = 0$ 、プレストレスト導入率 λ

=100% (P C) の場合: $A_s = 0$ 、 $A_p = 23.87\text{cm}^2$ である。

図3のプレストレスの欄はプレストレスの導入時の応力状態、①はプレキャスト部に M_1 が作用した時の応力状態、および②は合成後さらに合成断面に M_2 が作用した時の応力状態を示している。ただし、計算(1)は前述の計算式を用いた計算結果を示す。プレストレスが大きくなるとともにひび割れに直接関係する鉄筋応力が制御されていることがわかる。計算(2)は一体打ち断面として $M_1 + M_2$ が合成断面に作用するとして計算した結果を、計算(3)は M_1 によるプレキャスト部の応力と M_2 による一体断面(RCとして)の応力の重ね合わせの結果を示している。一体打ち断面として計算した結果は全体的に鉄筋応力を小さめに算出している。これは一体打ち部材では自重を全断面で支えているのに対して、合成断面ではそ



* ()内は後述の略算法による鉄筋応力の略算値

図3 T型断面応力計算結果

の自重をプレキャスト部だけで支えていることによる。重ね合わせによる鉄筋応力の計算結果はプレストレス導入率が小さい場合はやや大きめに算出する程度であるが、入が大きくなると、極めて過大に算出している。これは計算(3)ではプレキャスト部分のコンクリート圧縮力を実際の値より大きく計算し、その結果、応力中心距離 j を実際の値より小さく算出するからである。プレストレス量が大きいほど M_1 によるプレキャスト部コンクリートの圧縮合力位置が低くなるので、 j をより小さく、鉄筋応力を実際より大きく算出する。また、入が大きい場合、総鋼材断面積(= $A_s + A_p$) が小さいため、その影響が大きくなることも一つの理由である。

4. 鉄筋応力の略算法

前述の計算式および計算例から分かるように、P R C合成断面にひび割れが生じている場合の応力計算は非常に複雑である。また、一体打ち断面として計算する場合には鉄筋応力を小さめに算出し、 M_1 によるプレキャスト単体時の応力と M_2 による合成断面の応力の重ね合わせの計算は逆に鉄筋応力を過大に算出する。そこで、断面設計に使用できる略算法が望まれる。

R C断面の鉄筋応力を応力中心距離 j の略算値($7/8d$ 、 d :有効せい)を用いて算出する⁷⁾ように、P R C合成断面の応力中心距離の略算値を用いる鉄筋応力の略算法を検討する。

4.1 応力中心距離

総モーメント M (= $M_1 + M_2$) がプレキャスト部に作用する場合と、合成断面に作用する場合の応力中心距離をそれぞれ j_1 、 j_2 とし、応力履歴を考慮して計算した T_s 、 T_p を用いて(3)式より算出される合成断面の応力中心距離を j とすると、

$$M_2 \rightarrow 0 \quad (M_1 \rightarrow M), \quad j \rightarrow j_1$$

$$M_2 \rightarrow M \quad (M_1 \rightarrow 0), \quad j \rightarrow j_2$$

となる。従って、合成断面の応力中心距離 $j_1 \leq j \leq j_2$ の範囲にある。

$$M = T_s \cdot j + T_p [j - (d_{s1} - d_p)] \quad (3)$$

1) 長方形断面合成はり

日本建築学会プレストレスコンクリート造設計施工指針⁸⁾の設計例を参考とした計算例を用いて、 j 、 j_1 、 j_2 と M_2/M との関係調べる。

計算条件：はり断面形状一図4に示すP C鋼材と普通鉄筋が併用された長方形断面合成はり、 $M=72.5t \cdot m$ 、プレストレス導入率 $\lambda = 0, 25, 50, 75, 90$ %。なお、プレストレス率が異なっても普通鉄筋とP C鋼材の割合を変えて終局耐力がほぼ同じとなるように断面設計をした。たとえば、 $\lambda = 0$ (R C) の場合： $A_s = 98.16cm^2$ 、 $A_p = 0$ 、 $\lambda = 90$ % の場合： $A_s = 9.82cm^2$ 、 $A_p = 22.88cm^2$ である。

応力中心距離 j と M_2/M との関係の計算結果を図5に示す。図中の曲線は後述の提案式によるものである。同図からわかるように合成断面の応力中心距離 j は M_2/M の変化によって、 j_1 と j_2 の間をほぼ直線的に変化する。

さらに、曲げモーメント M を $50 \sim 145t \cdot m$ 、鉄筋比 p_t を $0.5 \sim 2.5$ %、はり全せい H を $50 \sim 150cm$ 、後打ちコンクリート厚さ t を $10 \sim 50cm$ の範囲に変化させた場合、

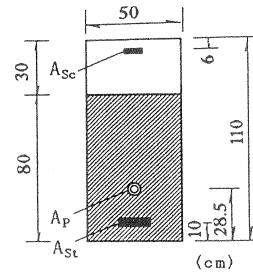


図4 長方形はり断面

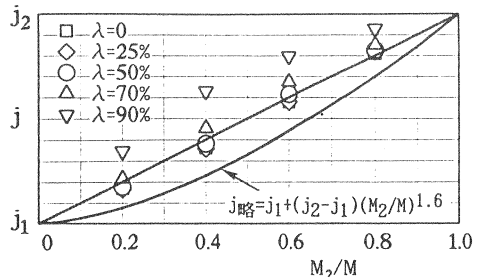


図5 $j \sim M_2/M$ 関係

j と M_2/M との関係調べた結果を図6に示す。ばらつきはあるが、 j は j_1 と j_2 の間を M_2/M の増加とともに増大する。そのすべての j の下限を包絡する線を求めると次のようになる。

$$j_{\text{略}} = j_1 + (j_2 - j_1) (M_2/M)^{1.6} \quad (4)$$

図6に示した計算例について(3)式から計算される応力中心距離 j と(4)式を用いて計算される応力中心距離 $j_{\text{略}}$ との比 $j/j_{\text{略}}$ を求めると図7のようになり、 $j/j_{\text{略}}$ の値は1.0~1.2の範囲にある。すなわち、(4)式の略算式は応力中心距離を小さめに算出し、この応力中心距離の略算値を用いて計算される鉄筋応力は0~20%大きめに計算される。

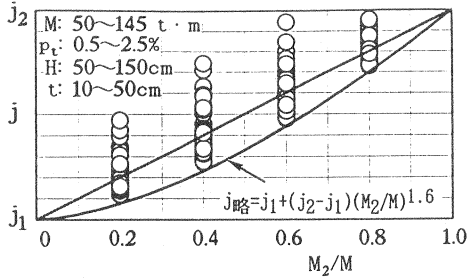


図6 長方形断面はりの $j \sim M_2/M$

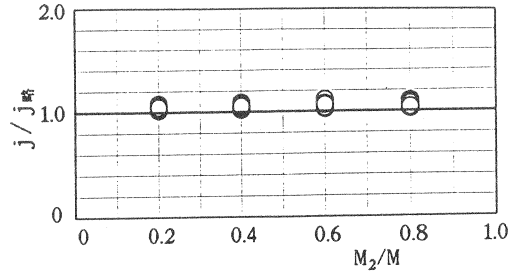


図7 長方形断面はりの $j/j_{\text{略}}$

2) T型断面合成はりおよび長方形合成断面スラブ

前掲の図2に示すT型断面合成はり、および図8に示す長方形断面合成スラブについて、 j と M_2/M との関係調べた結果をそれぞれ図9および図10に示す。長方形断面はりから求めた包絡線(4)式も同図中に示しているが、すべての j の下限を包絡している。 j と(4)式の応力中心距離の略算値 $j_{\text{略}}$ との比 $j/j_{\text{略}}$ をそれぞれ図11、図12に示す。その値は1.0~1.3となり、長方形合成断面はりの場合よりやや精度が劣っている。

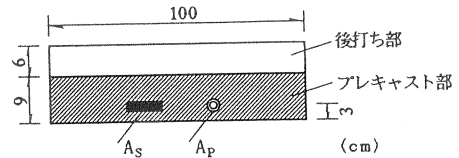


図8 長方形断面スラブ

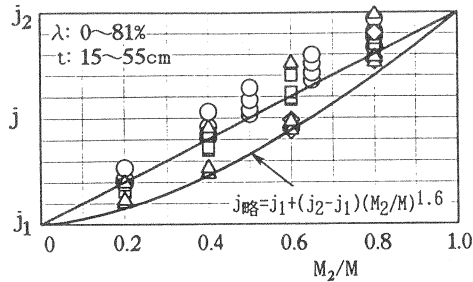


図9 T型断面はりの $j \sim M_2/M$

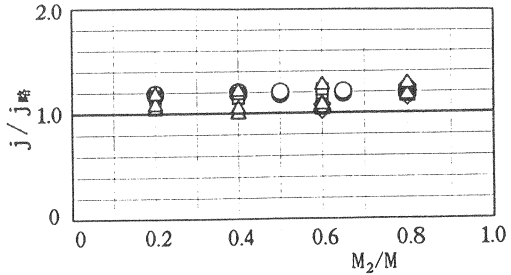


図11 T型断面はりの $j/j_{\text{略}}$

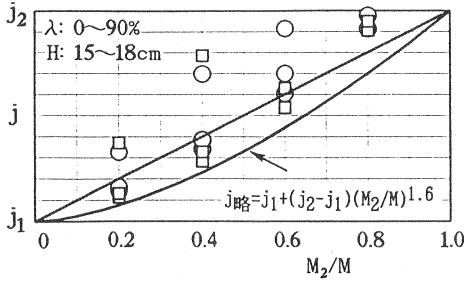


図10 長方形断面スラブの $j \sim M_2/M$

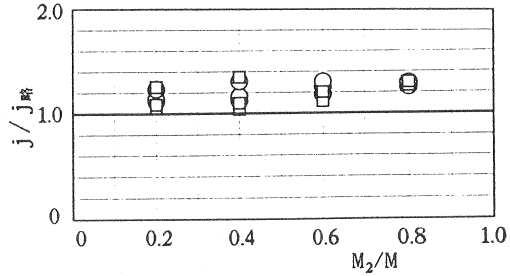


図12 長方形断面スラブの $j/j略$

4. 2 鉄筋応力の計算

本報で提示した応力中心距離 $j略$ を用いた鉄筋応力の求め方は次のようになる。

1) 合計モーメント $M (=M_1 + M_2)$ がプレキャスト部に作用する場合の応力中心距離 j_1 と合成断面を一体打ち断面として M が作用した場合の応力中心距離 j_2 を計算する。なお、これらの j_1 と j_2 の略算値として T 型断面はりには $7/8d$ 、長方形断面はりには $0.8d$ (d : 有効せい) が用いられる⁵⁾。

2) (4) 式から j の略算値を求める。

3) (3) 式において T_p の代わりに P_0 を用いて得られる (5) 式より鉄筋応力 σ_s を求める。

$$\sigma_s = \{M - P_0[j - (d_{s1} - d_p)]\} / (A_s \cdot j) \quad (5)$$

前述の T 型断面合成はりについて、本方法による鉄筋応力の計算値を前掲の図 3 の図中の () 内に示す。

5. まとめ

(1) プレキャスト部と後打ちコンクリートからなる合成部材において、常時荷重下でひび割れが生じる場合、すなわち PRC 部材として使用される場合の応力計算式を導き、プレキャスト部にプレストレスを導入した算例によってプレストレスの効果を示した。

(2) 合成断面の鉄筋応力は、荷重履歴を考慮せず一体打ち部材として計算するとかなり小さく算出する。一方、プレキャスト単体時の応力と合成後の応力を単純に重ね合わせる計算では鉄筋応力を過大に算出する。

(3) ひび割れの生じた合成断面における鉄筋応力の精算式はかなり繁雑となるので、応力中心距離の略算値を用いる略算法を提示した。

参考文献

- 1) 本岡・岡本・町田：プレストレスとコンクリート合成床板、新しい PC 技術とその展望、PC 技術協会 1988. 2
- 2) 鈴木・大野・鳥居・白井：高強度鉄筋を用いてプレストレスを導入した型枠兼用プレキャスト板に関する実験的研究、コンクリート工学年次論文報告集、1988、第10巻3号、pp.121~126
- 3) 日本建築学会：プレストレスコンクリート設計施工規準・同解説、1987
- 4) 鈴木・大野・紀：プレストレス鉄筋コンクリート合成断面部材の応力計算、プレストレスコンクリート技術協会第29回研究発表講演概要、1989. 11、pp.21~24
- 5) 日本建築学会：プレストレス鉄筋コンクリート構造設計・施工指針・同解説、1986
- 6) T.Y.Lin and N.Burns: Design of Prestressed Concrete Structure; John Wiley&Sons, Inc. 1981
- 7) 日本建築学会：鉄器コンクリート構造計算規準・同解説、1988
- 8) 日本建築センター：プレストレスコンクリート造設計施工指針、1982