

(42) PC桁及びPPC桁設計における計算仮定に対する計算精度の評価と選定法について

八千代エンジニアリング(株)第二事業部 ○ 齊藤 昇
 同 上 関東支店 市川弘一
 同 上 同上 河瀬日吉
 同 上 同上 岡田稔規

1. はじめに

コンクリート構造物の統一設計法から現設計法への移行過程上の問題点は、乾燥収縮およびクリープによる緊張材引張応力度の減少量を求めるための積分方程式の近似解または実用解に対する解析式の選定にしばられる。その場合の計算精度は配置鉄筋の計算上の考慮方法によっても異なる。また、その精度はPCの種類またはプレストレスング度によって類別される。本小論は以上の前提を踏まえ最適設計上必要となるPC鋼材量と鉄筋量のバランスを考慮するため終局限界状態の条件を重ね合わせて計算公式、鉄筋配置の選定の違いによる計算精度の定性的定量的評価を、PC桁およびPPC桁に対する計算目的(概算、詳細、照査など)に応じた選定条件を提示したい。

なお、設計の原則、用語、記号などは土木学会の平成3年版「コンクリート標準示方書」設計編¹⁾による。(以下「土示」と略記)

2. 実用解としての計算式

2. 1 コンクリートの乾燥収縮およびクリープによる緊張材引張応力度の減少量

2. 1. 1 「引張応力発生限界状態」および「曲げひびわれ発生限界状態」の場合(PC桁が対応し、以下I種およびII種と略記する。)

「土示」11.2 プレストレスカ (解11.2.8) 式で

$$\Delta \sigma_{p.c.s} = \frac{n \phi (\sigma'_{c.d} + \sigma'_{c.p.t}) + E_p \cdot \epsilon'_{c.s}}{1 + n \frac{\sigma'_{c.p.t}}{\sigma_{p.t}} \left[1 + \frac{\phi}{2} \right]} \quad (1)$$

と明示されている。また、猪股：「プレストレストコンクリートの設計および施工」によれば²⁾、ひずみの釣合い条件より定められる微分方程式の解より(4.6.3)式として

$$\Delta \sigma_{p.c.s} = \frac{n \phi (\sigma'_{c.d} + \sigma'_{c.p.t}) + E_p \cdot \epsilon'_{c.s}}{\alpha \phi} \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{\alpha \phi}{1 + \alpha} \right] \right\} \quad (2)$$

ここに $\alpha = n \frac{\sigma'_{c.p.t}}{\sigma_{p.t}}$

が求められ、かつ、(2)式の近似式として(1)式が(4.6.6a)式として導かれている。

2. 1. 2 「曲げひびわれ幅限界状態」の場合(PPC桁が対応し、以下III種と略記する。)

(1) 基本式

「土示」では、別途検討する必要があると記されているが、その一方法として(1)式を拡張してPC鋼材および鉄筋のそれぞれの位置でのひずみの釣合い条件より、それぞれの応力変化量を $\Delta \sigma_{p.c.s}$ 、 $\Delta \sigma_{s.c.s}$ として

$$\left. \begin{aligned} (1 + a_1) \Delta \sigma_{p.c.s} + b_1 \sigma_{s.c.s} &= c_1 \\ a_2 \Delta \sigma_{p.c.s} + (1 + b_2) \sigma_{s.c.s} &= c_2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

なる連立方程式で示される。 a_1 、 a_2 ……などの詳細は、猪股「III種プレストレストコンクリート」の(21)(22)式として明示されている。³⁾

(2) 簡略式

1) 数学的近似法

工学的に $E_p \approx E_s$ 、 $a_1 \approx a_2$ 、 $b_1 \approx b_2$ 、 $c_1 \approx c_2$ が想定されるので(3)式は一元一次方程式に変換され、

$$\Delta \sigma_{p.c.s} = \Delta \sigma_{s.c.s} = \frac{c}{1+a+b}$$

と求められる。かつ文献3)より、 a 、 b 、 c を具体的に表示すると、

$$a \approx \frac{n \sigma'_{c.p.t}}{\sigma_{p.t}} \left[1 + \frac{\phi}{2} \right], \quad b \approx \frac{A_s}{A_p} \cdot \frac{n \sigma'_{c.p.t}}{\sigma_{p.t}} \left[1 + \frac{\phi}{2} \right], \quad c \approx n \phi (\sigma'_{c.d} + \sigma'_{c.p.t}) + E_p \cdot \varepsilon'_{c.s}$$

となるので

$$\Delta \sigma_{p.c.s} = \Delta \sigma_{s.c.s} = \frac{n \phi (\sigma'_{c.d} + \sigma'_{c.p.t}) + E_p \cdot \varepsilon'_{c.s}}{1 + \left[1 + \frac{A_s}{A_p} \right] \frac{n \sigma'_{c.p.t}}{\sigma_{p.t}} \left[1 + \frac{\phi}{2} \right]} \quad (4)$$

となり、結局(1)式の分母の一部に $(1+A_s/A_p)$ が付加された数式となる。ただし、近似法の主旨を考えれば、 n 値は n_p と n_s の平均とし、 $\sigma'_{c.d}$ 、 $\sigma'_{c.p.t}$ は、PC鋼材と鉄筋の合成重心位置における値とするのが素直であろう。

2) 仮想鋼材法

猪股「プレストレストコンクリートの設計・施工」⁴⁾において、 $E_p = E_s$ として仮想鋼材断面積 $(A_p + A_s)$ および仮想鋼材重心位置を用い(1)式を直接拡張して(4)式が同様に求められる。なお、 $E_p \neq E_s$ として

$$A_{p+s} = A_p + \frac{E_s}{E_p} A_s, \quad \sigma'_{c.p.t} = \sigma_{p.t} A_p \left[\frac{1}{A} + \frac{e_{p+s}^2}{I} \right]$$

とおけば(4)式は

$$\Delta \sigma_{p.c.s} = \frac{n \phi (\sigma'_{c.d} + \sigma'_{c.p.t}) + E_p \cdot \varepsilon'_{c.s}}{1 + n A_{p+s} \left[\frac{1}{A} + \frac{e_{p+s}^2}{I} \right] \left[1 + \frac{\phi}{2} \right]} \quad (4)'$$

と別表示される。したがって、 $\Delta \sigma_{s.c.s} = E_s/E_p \times \Delta \sigma_{p.c.s}$ とする考え方もある。⁵⁾

2.2 設計断面耐力 R_d

2.2.1 PPC桁(Ⅲ種)の場合の最小必要鉄筋量

文献6)の(2)、(5)式より

$$\gamma_b \gamma_i S_d = T_p (d_p - 0.4\chi) + T_s (d_s - 0.4\chi) \quad (5)$$

$$0.8\chi = \frac{\gamma_c (T_p + T_s)}{0.85 f'_{c.d} B} \quad (6)$$

(5)、(6)式において、 T_s のみ未知数とすれば、数学的には二次方程式の解として求められるが、ここでは、 $A_s = 0$ の場合の χ を χ_0 とし、かつ、補正係数 k を用いる簡易式より T_s を求めることにする。(5)(6)に対応させて

$$k (\gamma_b \gamma_i S_d) = T_p (d_p - 0.4\chi_0) + T_s (d_s - 0.4\chi_0) \quad (5)'$$

$$0.8\chi_0 = \frac{\gamma_c T_p}{0.85 f'_{c.d} B} \quad (6)'$$

とすれば、 d_s 、 k を仮定することにより(5)'、(6)'より T_s が求まるから、最小必要鉄筋量 A_s は $T_s / f_{y.d}$ となる。

2.2.2 多段配置の鉄筋考慮の場合の設計断面耐力 R_d

2.2.1(6)式的前提となっている鉄筋のひずみ条件の仮定を

$$\varepsilon_s \geq f_{y.d} / E_s \quad \text{部分の鉄筋断面積を } A_{s1}$$

$$\varepsilon_s < f_{y.d} / E_s \quad \text{部分の鉄筋断面積を } A_{s2}$$

とすれば(6)式は、

$$\chi = \frac{\gamma_c \{ (T_p + T_{s1}) + T_{s2} \}}{0.68 f'_{cd} B}$$

ここに $T_{s2} = \frac{0.0035 (d_{s2} - \chi)}{\chi} E_s A_{s2}$

$C = (T_p + T_{s1}) + T_{s2}$ より χ について解けば

$$\chi = \frac{1}{2} \{ (\beta - \delta) \pm \sqrt{(\beta - \delta)^2 + 4\delta d_s} \}$$

ここに $\beta = \frac{\gamma_c (T_p + T_{s1})}{0.68 f'_{cd} B}$ 、 $\delta = \frac{0.0035 E_s A_{s2} \cdot \gamma_c}{0.68 f'_{cd} B}$

仮定条件を確認すれば

$$\gamma_b R_b = T_p (d_p - 0.4\chi) + \sum T_{s1} (d_{s1} - 0.4\chi) + T_{s2} (d_{s2} - 0.4\chi)$$

3. 実用解の精度

3.1 対比モデル

3.1.1 プレストレストコンクリートの種別に対する数値表示

(1) プレストレッシング度 κ

一般に「曲げモーメント」を尺度単位として定義されているが、⁷⁾ここでは鉄筋の影響を考慮できる「応力度」表示とする。すなわち桁下縁におけるコンクリートの合成応力度がちょうど0となるときの κ を1と定義すれば、

$$\kappa = \frac{(\text{有効プレストレス}) + (\text{鉄筋拘束による応力度})}{(\text{全荷重による応力度})}$$

と表示される。

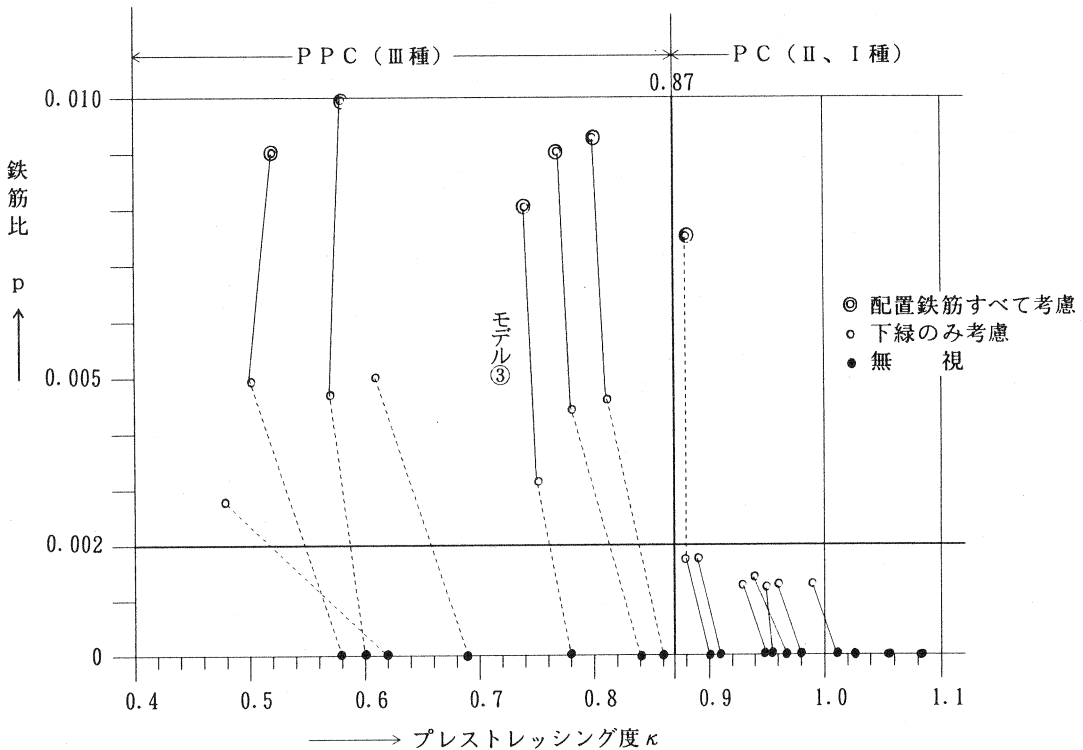


図-1 (κ, p) によるプレストレストコンクリートの種別分け

(2) 鉄筋比 p

通常のRCの場合と同様、 $p = A_s / A$ ただし、全断面に配置された軸方向筋を上縁、腹部、下縁の三部分に分けて、その組合せにより対比する。

3. 1. 2 (κ, p)によるプレストレストコンクリートの種別

3. 2における計算結果対比の前提となる対比モデルのPC橋、PPC橋は主として実橋の公表されている設計計算例を用いた。^{5) 8) 9)} スパンは25~30m、活荷重と全荷重との比は、21~38%。各計算例より(κ, p)を求めた結果、図-1のようにプレストレストコンクリートの種別分けの数値表示となる。

I、II種とIII種の境界値はほぼ(0.87、0.002)となる。

3. 2 近似式または簡易式の精度

3. 2. 1 (1)式と(2)式

(1)式と(2)式との比を $f(\alpha, \phi)$ とすれば(1)÷(2)より

$$f(\alpha, \phi) = \frac{\alpha \phi}{\{1 + \alpha(1 + \phi/2)\} \{1 - \exp(-\alpha \phi / (1 + \alpha))\}}$$

計算モデルより、 $\alpha = 0.05 \sim 0.17$ 、一般的な $\phi = 2.6$ とすれば $f(\alpha, \phi) = 1.0015 \sim 1.010$ となり、誤差は1%以下でかつ安全側である。

3. 2. 2 連立方程式と仮想鋼材法

計算モデルより、 $a_2 / a_1 = 1.10 \sim 1.13$ 、 $b_2 / b_1 = 1.10 \sim 1.13$ 、 $c_2 / c_1 = 0.88 \sim 1.04$ また、(4)(4)'の各式の成立を考えれば実用上同等と考えられる。確かに数値計算結果 $\Delta \sigma_{p.c.s}$ 、 $\Delta \sigma_{s.c.s}$ を対比すると、その差はたかだか1~2kg/cm²程度である。

3. 2. 3 必要鉄筋量のためのk値

(5)式と(5)'式との比をkとすれば(5)'÷(5)より

$$k = \frac{T_p (d_p - 0.4 \chi_o) + T_s (d_s - 0.4 \chi_o)}{\gamma_b \gamma_i S_d}$$

計算モデルより $k = 1.005 \sim 1.012$ となるので、第一次概算用としては $k = 1.010$ とする。

3. 3 配置鉄筋の考慮方法による対比

3. 3. 1 PC桁(I、II種)の場合

一般に、配置鉄筋は計算上無視しているが、下縁配置鉄筋を計算上考慮した場合と対比する。

(1) コンクリート応力度

荷重作用、クリープ開始前($t = 0$)、クリープ終了後($t = \infty$)の各合成応力度を、鉄筋無視の場合を基準として鉄筋考慮の場合との差は表-1のようにまとめられる。

設計上の注意点は、 $t = \infty$ 、変動荷重作用時の部材下縁で(1~6kg/cm²)危険側となる点である。

表-1 コンクリート応力度の差 (kg/cm²)

時間	$t = 0$		$t = \infty$	
作用荷重	永久荷重		変動荷重	
上縁	+ (0 ~ 1)			
下縁	-(1~4)	-(2~7)	-(1~6)	

(2) 終局時の曲げ耐力

下縁鉄筋を考慮すると3~5%有利となる。なお参考のため、上中下の全鉄筋量を考慮すれば、5~8%過大となる。何れにせよ安全側の誤差である。

3. 3. 2 PPC桁(III種)の場合

III種の場合、少なくとも下縁に配置されている軸方向鉄筋は計算上考慮されている。その必要最小鉄筋量は2.2.1より求められる。したがって、この場合を $p = p_1$ とし、鉄筋を無視した場合を p_o 、鉄筋を上縁、腹部、下縁の三段考慮した場合を p_3 として対比してみる。

(1) コンクリート応力度

対比モデルの代表として、図-1のモデル ③のコンクリート応力度総括表を次頁の表-2に示す。

表-2 コンクリート応力度総括表(kg/cm²)

(κ, p)	位置	t=0		t=∞
		永久荷重のみ		変動荷重
p ₀ (0.78, 0)	上縁	52.6	61.3	91
	下縁	46.7	2.7	(-75)
p ₁ (0.76, 0.0032)	上縁	54.7	63.8	93
	下縁	39.5	-6.0	(-79)
p ₃ (0.75, 0.0081)	上縁	53.1	56.9	85
	下縁	38.6	-8.5	(-80)

表-3 コンクリート応力度の差(kg/cm²)

p	位置	t=0		t=∞
		永久荷重のみ		変動荷重
p ₀	上縁	-(0~3)	-(0~4)	-(0~3)
	下縁	+(0~11)	+(2~18)	+(0~11)
p ₃	上縁	-(1~2)	-(7~11)	-(7~12)
	下縁	-(0~1)	-(1~3)	-(1~2)

また、全モデルの p₁ を基準としたときの応力度の差を表-3にまとめて示す。何れにせよ着目点は t=∞ の下縁応力度にしぼられよう。

(2) 終局時の曲げ耐力

p₁ を基準とすれば、p₀ の場合は、10~25%減、p₃ の場合は2~3%増となる。

4. PPC桁の最適設計へのかけ橋

4.1 最適設計の手順

文献6)の2.2最適解のための検討条件に示したように、曲げ部材の設計上の検討条件は5つに区別される。①: t=∞、永久荷重作用時のコンクリート応力度の制限条件によりPC鋼材断面積 A_p を決め、④: 終局限界状態に対する検討条件より(5)式を用いて必要最小限の鉄筋量 A_s を仮定する。

以上の A_p、A_s を用いて他の検討条件、②: 曲げひびわれ幅、③: たわみ、⑤: 疲労限界状態の各検討条件を満足しているかどうかを確認し、不十分なら補正する。

4.2 配置鉄筋考慮方法による定性的評価

3.3で検討条件①、④について定量的評価を行った。他の検討条件②、③、⑤を含め定性的評価を補足する。

(1) 下縁一段配置と無視した場合の対比

無視した場合は、検討条件①のみ危険側で、他の4条件は何れも安全側である。

(2) 下縁一段配置と全断面三段配置とした場合の対比

一段配置の場合は、検討条件④のみ安全側で、他の4条件は何れも危険側である。⁶⁾

4.3 実用解と統一設計法

統一設計法¹⁰⁾については、第一回、第三回シンポジウムにおいて報告している。^{11) 12)} 文献12)の表-2の実用解との対比について若干補足を加える。同表で t=∞ の永久荷重作用時の下縁のコンクリート応力度の差は、12.3 kg/cm² と割合大きな値を示している。この原因は統一設計法においては t=0 時に変動荷重を載荷させているからで、若し実用解と同様に変動荷重を載荷させないとすれば、両者の差は僅か0.9 kg/cm² となり実用上同等といえる。このことは文献13)において κ=0.6以上なら解析法による差は殆どないという報告からも納得できる結論である。

5. おわりに

本論文はPC桁およびPPC桁の設計を行う実務者の立場で、設計計算上の仮定の精度の程度を知るために行った試算の結果である。本検討によって得られた成果を要約すれば以下のようなになる。

- (1) プレストレストコンクリートの種別を (κ, p) によって分類すると、PC (I、II種) と PPC (III種) との境界値は図-1より (0.87, 0.002) 程度である。

- (2) 乾燥収縮およびクリープによる緊張材引張応力度の減少量の計算上の精度は、式自体より配置鉄筋の考え方の相違による差の方が大きい。
- (3) P C 桁(Ⅰ、Ⅱ種)の場合、一般に配置鉄筋は計算上無視している。問題点は $t = \infty$ 時の下縁の合成応力度が危険側になっていることである ($1 \sim 6 \text{ kg/cm}^2$)。したがって、詳細設計で許容値ぎりぎりの場合は鉄筋考慮の結果を補足するのがよい。
- (4) P P C 桁(Ⅲ種)の場合、少なくとも下縁部配置鉄筋は計算上考慮されている。確かに一段配置と三段配置の差は実用上小さいが、文献6)でふれているように一段配置の場合、三段配置に比べ、終局耐力以外の制約条件は総て危険側にあるので、詳細設計の場合は少なくとも三段配置とする。

最後に反省を含めて今後の問題点と対応について記す。

- (1) 2. 1の実用解としての近似式または簡易式と統一設計法^{10) 13)}との数式上の対比。特に積分方程式のシンプソン分布による解明。
- (2) 2. 2の(5)、(6)式より直接 χ を求めるためのノモ化、グラフ化。
- (3) 4. 1の検討条件②、③、⑤に対する計算仮定の差による定量的評価。

参考文献

- 1) 土木学会コンクリート委員会: 11.2 プレストレス力〔解説〕、コンクリート標準示方書 設計編、PP124, 1991. 9
- 2) 猪股俊司: 4-6 プレストレストコンクリートはりにおけるPC鋼線または鋼棒引張応力度減少量の計算、プレストレストコンクリートの設計および施工、PP103~105, 1957. 11
- 3) 猪股俊司: Ⅲ種プレストレストコンクリート、コンクリートジャーナル、VOL. 12, NO. 9, PP11~12, 1974. 9
- 4) 猪股俊司: 2.5 Ⅲ種PC断面の使用状態での検討、プレストレストコンクリートの設計・施工、PP60~63, 1979. 4
- 5) 米田利博: 単純PRC箱桁橋(道路)、新示方書によるコンクリート構造物の設計例シリーズ 第一集 コンクリート橋の設計、PP230~251, 1987. 1
- 6) 斉藤 市川, 河瀬, 岡田: パーシャルプレストレストコンクリートの最適設計への道、93' FIPシンポジウム プレストレストコンクリートの最新技術とその応用、PP235~242, 1993. 10
- 7) 猪股俊司: PPCの勧め、最近のプレストレストコンクリート構造物と30年の歩み、PP2~3, 1986. 1
- 8) 日本国有鉄道 構造物設計事務所: 計算例1 付着のあるケーブルを用いる場合、PRCけた設計指針(案)、PP27~48, 1987. 2
- 9) 秋本, 箕作, 鈴木, 一樹, 横溝: プレストレストコンクリート上部構造の設計計算例、土木構造物設計計算例シリーズ、PP213~214, 1992. 9
- 10) 猪股俊司: 構造コンクリート曲げ部材使用限界状態の統一設計計算法、コンクリート工学、VOL. 26, NO. 12, PP95~105, 1988. 12
- 11) 斉藤 昇: 実務者の立場からみた設計、施工上の統一理論への対応と提言、第1回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集、PP39~41, 1990. 10
- 12) 斉藤 市川, 河瀬, 岡田: コンクリート構造物の統一設計法への道、第3回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集、PP19~24, 1992. 10
- 13) 小宮, 酒井, 前田: コンクリートのクリープ、乾燥収縮を考慮した断面曲げ解析、プレストレストコンクリート、VOL. 34, NO. 6, PP65, 1992. 11