

## (44) 波形鋼板ウェブを持つ複合構造のせん断座屈について

横浜国立大学大学院 正会員 ○山口 恒太

横浜国立大学工学部 正会員 山口 隆裕

横浜国立大学工学部 正会員 池田 尚治

### 1. はじめに

本研究は、ウェブに波形鋼板を用いた外ケーブル方式のプレストレストコンクリート桁(以後、PC桁と呼ぶ)に着目し、その合理的な構造形式の開発を進めるものである。わが国においては、新開橋(新潟県)において、この構造形式が日本で初めて採用されている[1]。この構造形式の特徴は、以下に示す事柄であり、既往の研究によって明らかにされている[1][2]。

- 1) PC桁における本構造形式の利点は、軽量化であり、従来から自重の軽量化が極めて重要となっていた長大橋梁に対してかなりの自重軽減に寄与できる。
- 2) 波形鋼板をウェブに用いることよりプレストレスによるコンクリートの弾性ひずみ、クリープ、乾燥収縮に対して、ウェブの鋼板が影響を及ぼさない。
- 3) せん断力に抵抗し、プレストレスング時に軸力を負担しない波形鋼板ウェブの使用により、ウェブの座屈安定性が増大し、ウェブ鋼板厚を最小にすることができる。

波形鋼板は古くからありPC合成桁のウェブに用いることによりプレストレス力の合理的導入が可能になり、また波形の効果によりウェブのせん断座屈強度を高めることが注目されている。しかし、この構造形式は、現在までの設計方法では断面性能の改善を特徴とした波形鋼板の利点を十分に発揮しているとは言いがたい。そこで、本研究は、その合理的な構造形式を検討するためにウェブを形成する波形鋼板のせん断挙動に着目したものである。波形鋼板は解析的に直交異方性板としてモデル化され、そのせん断座屈強度の算定式が弾性座屈解析によって得られている[3][4]。しかし、後座屈強度については、波形鋼板ウェブを直行異方性板とモデル化した有限変位解析において座屈後の板の応力状態が実際のウェブの応力状態と違うことが指摘されており[4]、波形鋼板ウェブの後座屈挙動を説明したものがない。ここで、プレートガーダーを考えると、ウェブの座屈後かなりの強度、すなわち後座屈強度が期待できる。しかしながら、道路橋示方書[5]の採用している設計方法では、線形座屈理論に基づいて弾性座屈強度を求め、それに低い安全率を用いることによって後座屈強度を考慮している。後座屈強度を安全率で処理するのは巧妙な方法ではあるが、限界状態設計法の基礎である部材の耐荷力を明確にする考え方には一致していないと思われる。したがって、本研究では、波形鋼板ウェブがせん断の作用を受ける場合、斜め方向に発生する張力場による後座屈強度を求め、設計に考慮することが望ましいと考え、波形鋼板ウェブの非弾性域をも含めたせん断座屈強度の算定法を示し、さらに、波形鋼板ウェブを曲面ウェブと仮定し、後座屈強度を算定するものである。

### 2. 波形鋼板ウェブの極限状態

波形鋼板ウェブは曲げ、軸力の影響を受けず、せん断力のみ抵抗することが明らかにされている。したがって、本研究では、全周辺にせん断応力の作用を受ける4辺単純支持状態の図-1に示される波形鋼板を対象とする。ここで、図-1のハッチされた部分を以後、部分パネルと呼ぶこととし、板全体を全体パネルと呼ぶこととする。波形鋼板ウェブの極限状態は、島田の実験結果[6]において確認されたせん断座屈後の斜め方向に現れる張力場の形成状態、せん断後座屈耐力のメカニズムをプレートガーダーのせん

断後座屈耐力を算定する方法であるBasler[7] による不完全張力場理論を参考にして図-2 として考えることとした。よって、ウェブにせん断が作用すると座屈前は図-2 (a)のように全体パネルもしくは部分パネル全体にわたって大きさの等しい引張主応力と圧縮主応力が生じる。この限界は全体パネル、部分パネルに対するせん断座屈強度の値のうち最小のせん断座屈強度 $\tau_{cr}$ である。全体パネル、部分パネルのいずれかがせん断座屈を起こし、その後も作用せん断力が増加するとウェブ全体として圧縮応力の負担増を望めないものとし、図-2 (b)のように全体パネルに対して、傾斜した引張り膜応力 $\sigma_{t,y}$ を生じてせん断力を支持するものとする。したがって、せん断後座屈耐力は、せん断座屈強度と後座屈強度を加算したものとして考えられ、式(1) がせん断後座屈耐力式として与えられる。

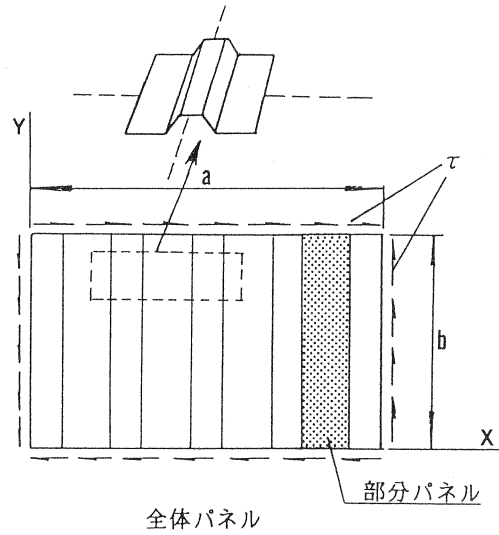


図-1 波形鋼板ウェブ

$$V_{ult} = V_{cr} + V_t \quad (1)$$

ここで、 $V_{ult}$  : せん断後座屈耐力、 $V_{cr}$  : ウェブのせん断応力によって負担されるせん断力、

$V_t$  : 斜め方向に発達する張力場によって負担されるせん断力

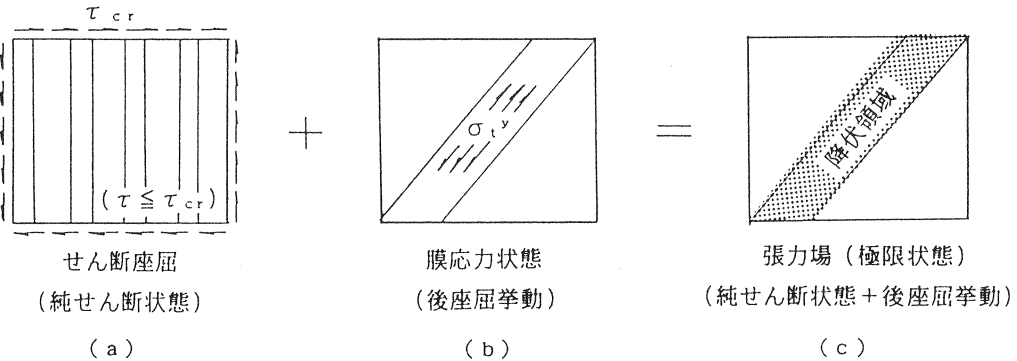


図-2 せん断崩壊までの波板鋼板ウェブ

### 3. せん断座屈強度の算定方法

波形鋼板ウェブの弾性座屈強度 $\tau_{cr}^e$  を求めるにあたり、部分パネル、全体パネルそれぞれに対する弾性座屈強度 $\tau_{cr}^{e0}$ 、 $\tau_{cr}^{eE}$ を算出する。部分パネルの場合、弾性せん断座屈強度は、等せん断応力下で2つの折り目間で単純支持されたとして簡単に計算することができる。したがって、鋼板の座屈に相当し、部分パネルの縦横比をパラメーターとした座屈係数 $K$ を用いて式(3)より算出する。

$$K_s = 5.34 + 4.0(b/a')^2 \quad a/b \geq 1 \quad (2)$$

$$K_s = 4.0 + 5.34(b/a')^2 \quad a/b \leq 1 \quad (2)$$

$$\tau_{cr}^{e0} = K_s \sigma_e \quad (3)$$

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (4)$$

ここで、 $a'$  : 部分パネルの幅、 $b$  : ウェブの高さ、 $t$  : ウェブ厚、 $E$  : 弾性係数、 $\nu$  : ポアソン比

次に、全体パネルのせん断座屈強度  $\tau_{cr}^{0e}$  は、波形鋼板ウェブを直交異方性板としてモデル化して得られたEasleyの算定式[3]を用いて式(5)より求めることとする。

$$\tau_{cr}^{0e} = 36\beta \frac{(EI_y)^{1/4} \cdot (EI_x)^{3/4}}{b^2 t} \quad (5)$$

ここで、 $I_x$  : X軸に関する単位長さあたりの断面2次モーメント、

$I_y$  : Y軸に関する単位長さあたりの断面2次モーメント、

$\beta$  : ウェブ鋼板材端での固定度に関する係数 (単純支持の場合 :  $\beta=1.0$ )

したがって、波形鋼板の弾性せん断座屈強度  $\tau_{cr}^e$  は、前節において述べたとおり、部分パネルの弾性座屈強度  $\tau_{cr}^{10}$  と全体パネルの弾性座屈強度  $\tau_{cr}^{0e}$  のどちらか小さい値をその弾性せん断座屈強度  $\tau_{cr}^e$  とする。次に、非弾性域を考慮したせん断座屈強度  $\tau_{cr}$  を、弾性せん断座屈強度  $\tau_{cr}^e$  に対するパラメータ  $\lambda_s$  を用い、ひずみ硬化を無視した式で表すと、図-3 に示されるように  $\tau=0.50\tau_y$  で非弾性域となる座屈曲線が式(6)として与えられる[8]。

$$\begin{aligned} \tau_{cr}/\tau_y &= 1 && : \lambda_s \leq 0.6 \\ &= 1 - 0.614(\lambda_s - 0.6) && : 0.6 < \lambda_s \leq \sqrt{2} \\ &= 1/\lambda_s^2 && : \sqrt{2} < \lambda_s \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 $\lambda_s = \sqrt{\tau_y/\tau_{cr}^e}$ 、 $\tau_y$  : せん断降伏応力 ( $\tau_y = \sigma_{yw}/\sqrt{3}$ 、 $\sigma_{yw}$  : ウェブ鋼板の単純引張降伏応力)

また、作用せん断応力  $\tau$  がウェブのせん断座屈応力  $\tau_{cr}$  に達するまではウェブは純せん断状態におかれるので、この段階でウェブのせん断応力によって負担されるせん断力  $V_{cr}$  は式(7)となる。

$$V_{cr} = \tau_{cr} b t \quad (7)$$

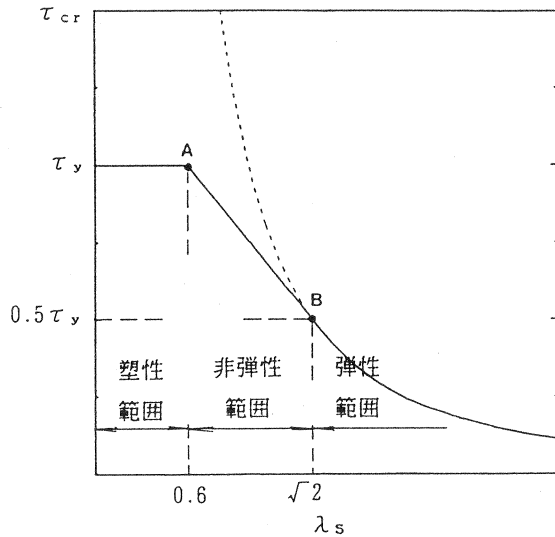


図-3 せん断座屈強度曲線

#### 4. せん断後座屈耐力の算定方法

島田の実験結果[6]には、波形鋼板ウェブにしわが発生してウェブに張力場が形成されることが報告

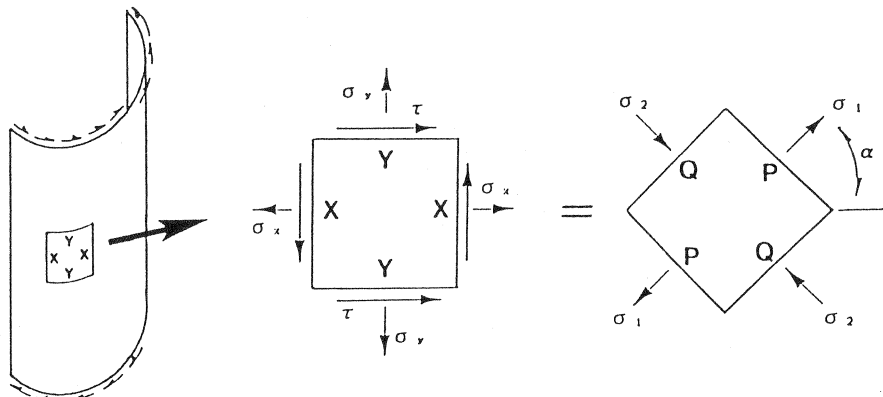


図-4 曲面ウェブ

されており、波形鋼板ウェブ桁においても後座屈強度を期待できることが示されている。そこで、本解析では、波形鋼板ウェブを曲面ウェブと仮定して、その後座屈挙動を考察する。図-4 に示される曲面ウェブに対して応力状態はウェブの要素に対してXおよびY軸上の応力は平面ウェブの要素に対するのと同様な応力状態で表される。図-4 の傾いた要素は、角度 $\alpha$ だけ傾いた主平面に対する主応力 $\sigma_1$  および $\sigma_2$  を示している。応力間の関係は、図-5 に示すモールの応力円によって式(8)として決定される。

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \tau \tan \alpha - \sigma_2 \\ \sigma_y &= \tau \cot \alpha - \sigma_2 \\ \tau &= (\sigma_1 + \sigma_2) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、応力 $\sigma_2$  は、この解析では常に圧縮応力なので正とする。

せん断座屈強度以下の荷重レベルにおいては、ウェブは純せん断の状態にあり、 $\tau = \sigma_1 = \sigma_2$ 、 $\sigma_x = \sigma_y = 0$  および、 $\alpha = 45^\circ$  である。せん断座屈強度以上の荷重レベルにおいては、平らなウェブの場合、座屈が起こった後、 $\sigma_x$  と $\sigma_y$  はほとんど同じ割合で増加し、主応力の角度は約 $45^\circ$  のままである。

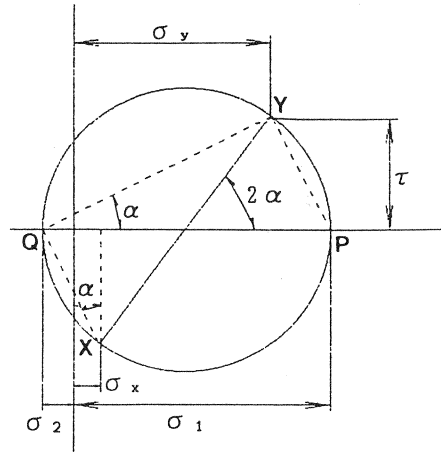


図-5 モールの応力円

しかしながら、波形鋼板ウェブの力学的特性を考慮して仮定した曲面ウェブでは、円筒の軸方向において $\sigma_y$  に抵抗することができるが円周方向において省略できるぐらいのごくわずかな $\sigma_x$  に抵抗するにすぎない。したがって、仮定した曲面ウェブの円周方向の応力 $\sigma_x$  は0と仮定することができる。これより、式(8)に $\sigma_x = 0$ 、 $\sigma_2 = \tau_{cr}$ を代入すると式(9)、(10)、(11)の関係式が得られる。

$$\tan \alpha = \frac{\tau_{cr}}{\tau} \quad (9)$$

$$\sigma_1 = \frac{\tau^2}{\tau_{cr}} \quad (10)$$

$$\sigma_y = \frac{\tau^2}{\tau_{cr}} - \tau_{cr} \quad (11)$$

また、Huber-von Mises-Henckyの比較応力 $\sigma_M$ 、式(12)を用いて張力場が形成されていく波形鋼板ウェブの挙動を表すこととする。

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau^2 = \sigma_M^2 \quad (12)$$

したがって、式(12)に $\sigma_x = 0$ 、式(11)を代入すると比較応力 $\sigma_M$ は式(13)と表すことができる。

$$\sigma_M = \sqrt{\left(\frac{\tau^2}{\tau_{cr}}\right)^2 + \tau^2 + \tau_{cr}^2} \quad (13)$$

また、ウェブの限界状態は比較応力 $\sigma_M$ が降伏点に達した場合であるとする。すなわち、比較応力 $\sigma_M$ がウェブ鋼板の単純引張降伏応力 $\sigma_{yw}$ となった場合と考えれば、その時のせん断応力 $\tau$ が極限せん断強度 $\tau_{ult}$ となり、式(14)として表すことができる。

$$\tau = \tau_{ult} = \tau_{cr} \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 - 4(1 - \beta^2)}}{2}} \quad (14)$$

$$\beta = \sigma_y / \tau_{cr}$$

したがって、せん断後座屈耐力 $V_{ult}$ は式(15)となり、また斜め方向に発達した張力場によって負担さ

れるせん断力  $V_t$  は式(16)として得られる。

$$V_{ult} = \tau_{ult} b t \tag{15}$$

$$V_t = V_{ult} - V_{cr} \tag{16}$$

5. 計算の結果と検討

弾性せん断座屈強度  $\tau_{cr}$  をパラメーターとする  $\lambda_s$  に対するせん断強度  $\tau_{cr}$  と極限せん断強度  $\tau_{ult}$  の関係を図-6 に示す。図-6 より波形鋼板ウェブは、せん断座屈強度がせん断降伏応力より小さい場合には、せん断座屈後に強度の増加、すなわち後座屈強度が十分にあることが明らかとなり、その結果、せん断座屈強度  $\tau_{cr}$  は極限せん断強度  $\tau_{ult}$  を意味しないことがわかった。また、せん断座屈強度  $\tau_{cr}$  がせん断降伏応力  $\tau_y$  に等しい場合、極限せん断強度  $\tau_{ult}$  はせん断降伏応力  $\tau_y$  と等しくなり、全体パネルがせん断降伏の状態となることがわかった。次に、島田の実施した中央集中荷重による波形鋼板ウェブ桁の曲げ試験によるせん断挙動に関する実験結果と本研究で提案する座屈強度算定法の比較を図-7 に示す。ここで、島田の実験から、フランジ厚0.6mm、波形鋼板ウェブのウェブ厚を0.16, 0.20, 0.23, 0.32, 0.45 mmとした3種類の波形ウェブ桁(TYPE B, C, D)の合計15体の実験結果と比較を行うこととした。図-7 に示されるように島田の実験値と本研究で提案するせん断座屈強度算定方法の値の相関係数は0.824 であり、提案したせん断座屈強度算定方法が実験値を良く評価していることがわかる。また、せん断座屈時から極限状態への波形鋼板ウェブの力学的な状態の変化を表すために、Huber-von Mises-Henckyの比較応力  $\sigma_M$  と荷重レベル  $\tau / \tau_{cr}$  の関係を図-8 に示す。さらに、主応力  $\sigma_1, \sigma_2$  と荷重レベル  $\tau / \tau_{cr}$  の関係を図-9 に示す。図-8, 9より比較応力  $\sigma_M$ 、主応力  $\sigma_1$  は、座屈後の荷重レベルにおいて放物線を描くように増加している。これは、座屈後も曲面ウェブの円周方向の応力  $\sigma_x$  を伝達できないこと、座屈後の荷重レベルにおいて張力場が急激に形成される様子を示しているものと考えられる。

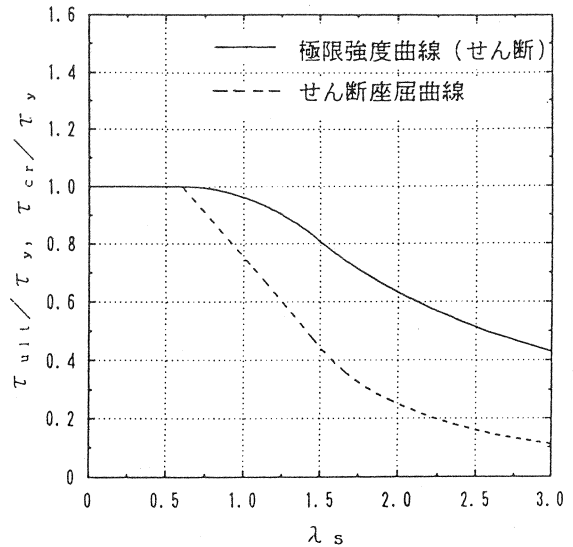


図-6 極限強度曲線

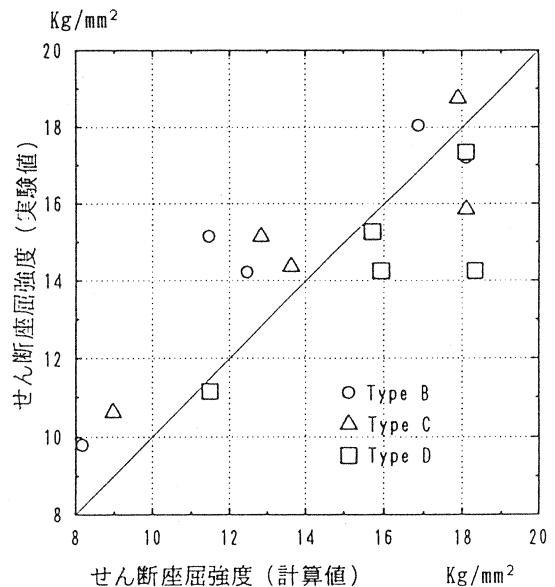


図-7 実験値と計算値の比較

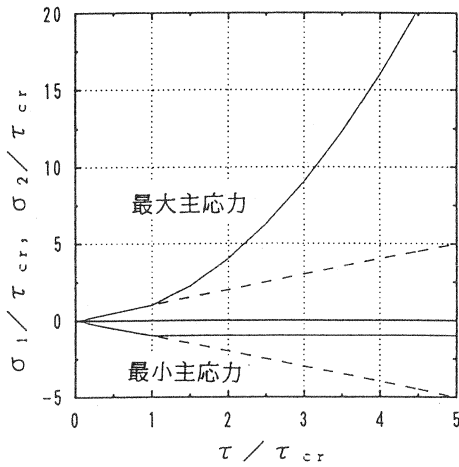


図-8 主応力と荷重レベル

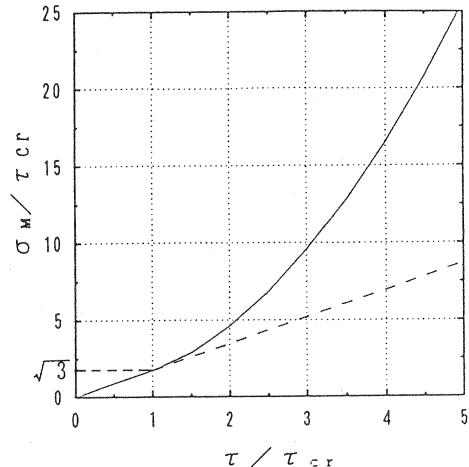


図-9 比較応力と荷重レベル

## 6. まとめ

以上のせん断座屈強度算定方法とせん断後座屈耐力に関する計算結果よりつぎのことが明らかになった。

- (1) 本研究で提案したせん断座屈強度算定方法は実験値を良く予測している。
- (2) 波形鋼板ウェブを曲面ウェブと仮定することで、波板鋼板ウェブのせん断後座屈耐力を算定することができる。その結果、せん断座屈強度 $\tau_{cr}$ は極限せん断強度 $\tau_{ult}$ を意味しないことが明らかとなった。
- (3) せん断座屈強度 $\tau_{cr}$ がせん断降伏応力 $\tau_y$ に等しい場合、極限せん断強度 $\tau_{ult}$ はせん断降伏応力 $\tau_y$ と等しくなり、全体パネルがせん断降伏の状態となることがわかった。
- (4) 座屈後、主応力 $\sigma_1$ 、比較応力 $\sigma_M$ は放物線的に増加し、張力場を形成することが明らかとなった。また、極限時の波形鋼板ウェブに生じる主応力 $\sigma_1$ のなす角は $45^\circ$ よりもある程度小さくなることが明らかとなった。

## 7. 参考文献

- [1] 佐藤靖, 吉田茂, 大浦隆, 服部政昭; 新開橋の設計と施工計画-波形鋼板ウェブPC単純箱桁橋-, 第3回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集, (社)プレストレストコンクリート技術協会, 1992年11月, pp. 181~186
- [2] Jacques Combault, 大浦訳; シムロ-近くのモ-ブル高架橋, プレストレストコンクリート Vol. 34, (社)プレストレストコンクリート技術協会, 1992年1月, pp. 63~71
- [3] John T. Easley; Buckling Formulas for Corrugated Metal Shear Diaphragms, Journal of the Structural Division Proc. of ASCE, Vol. 101, No. ST7, July. 1975, pp. 1403~1417
- [4] HLAVACEK; Shear Instability of Orthotropic Panels, ACTA TECNICA CSAV, Feb. 1968, pp. 134~158
- [5] 日本道路協会; 道路橋示方書 (I 共通編, II 鋼橋編), 1991年2月
- [6] 島田静雄; Ripple Web Girderによる鋼板のせん断試験, 土木学会論文集 第124号, 土木学会, 1965年12月, pp. 1~10
- [7] K. Basler; Strength of Plate Girders in Shear, Journal of the Structural Division Proc. of ASCE, Vol. 87, No. ST7, Oct. 1961, pp. 151~180
- [8] 土木学会; 座屈設計ガイドライン, 1987年10月, pp. 194~214