

(3) PCおよびPRCはりの終局曲げ耐力の非線形解析

関西大学 工学部 正会員 豊福 俊英

1. はじめに

プレストレスト鉄筋コンクリート(以下PRCと略記)部材は、緊張鋼材(PC鋼材)と共に、従来のプレストレストコンクリート(以下PCと略記)部材に用いられた用心鉄筋程度のものと比較して、多量の付加鉄筋(非緊張鋼材)を有しており、これらの種々の組合せに対して終局曲げ耐力(モーメント)を求めるための検討が必要であると思われる。

PC部材の曲げ耐力の算定において、Naaman¹⁾はコンクリートの応力~ひずみ関係をACI-318に規定した値やPC鋼材の応力~ひずみ関係を3つの多項式を用いて、図式解法を行った。また、Mattock²⁾はPC鋼材の応力~ひずみ関係を一つの式で表示することを試みた。

本研究で提案する解析法は前記のとおりNaaman¹⁾が提案し、Mattock²⁾が計算機への適用を検討した非線形解析法を基本としたものである。本研究では、終局時のコンクリートの応力~ひずみ関係は土木学会コンクリート標準示方書³⁾(以下土木学会示方書と略記)の規定、PC鋼材の応力~ひずみ関係はMattock²⁾の提案式による値を用い解析を行い、さらに土木学会示方書³⁾と比較し、設計への適用の検討を行う。

2. 解析方法

1) 仮定

終局曲げモーメントの解析にあたって次のように仮定する。

- ① 縦ひずみは断面の中立軸からの距離に比例するものとする。
- ② コンクリートの引張応力はこれを無視する。
- ③ 付着のあるPC鋼材および付加鉄筋は、それぞれの位置のコンクリートひずみと同じひずみを生じる。
- ④ 有効プレストレスのみの状態での断面の外縁ひずみは無視する。
- ⑤ コンクリートの応力~ひずみ曲線は、図1に示す2次放物線と直線からなるものとする。
- ⑥ 鉄筋(付加鉄筋)の応力~ひずみ曲線は図2に示すものとする。
- ⑦ PC鋼材の応力~ひずみ曲線は図3に示すものとする。

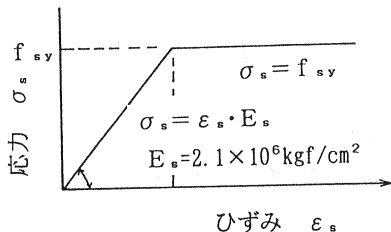


図2 鉄筋の応力~ひずみ関係

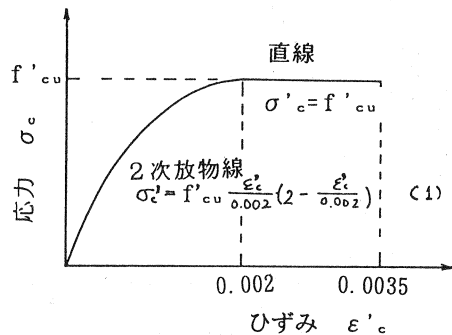


図1 コンクリートの応力~ひずみ関係

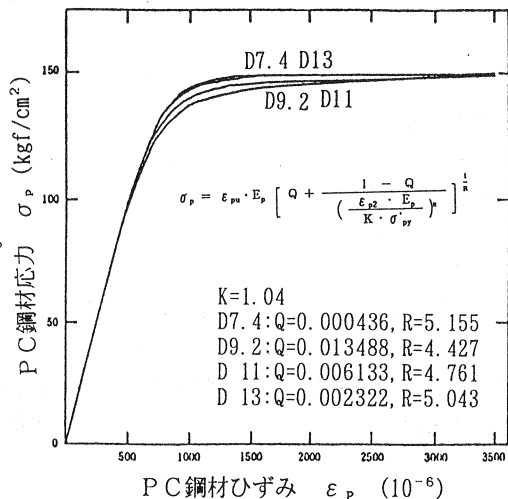


図3 PC鋼材の応力~ひずみ関係

まず、PC鋼材の応力～ひずみ曲線の求め方について簡単に述べる。

PC鋼材は一つの式でその応力～ひずみ関係を表すために次の関係式で表示されるものとする。

$$\sigma_p = \varepsilon_{pu} \cdot E_p \left[Q + \frac{1 - Q}{\left(\frac{\varepsilon_{p2} \cdot E_p}{K \cdot f_{py}} \right)^R} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (2)$$

ここに、 ε_p 、 E_p ：それぞれPC鋼材のひずみおよび弾性係数、 f_{py} ：PC鋼材の降伏点強度、
 K 、 Q 、 R ：定数、ただし K はMattockによる平均値1.04を用いた。

$$Q = \frac{f_{pu} - K \cdot f_{py}}{\varepsilon_{pu} \cdot E_p - K \cdot f_{py}} \quad (3)$$

定数 Q および R の算定は、図4に示すように、PC鋼材応力 σ_p がそれぞれ $\varepsilon_p (= \varepsilon_{py}) = 0.0010$ および $\varepsilon_p (= \varepsilon_{pu}) = 0.0035$ に達したときに降伏応力 f_{py} および引張強度 f_{pu} の値となると仮定して求める。

式は弾性域から塑性域まで一つの数式で表現されるという長所があるので、今後条件式を検討し、実際のPC鋼材への適用を行えば、有効な解析手段として用いられるものと思われる。

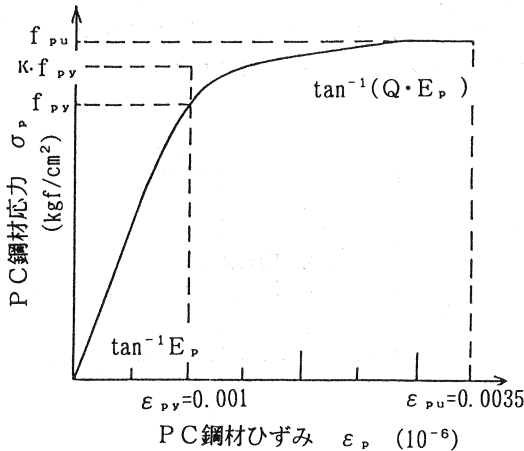


図4 PC鋼材の応力～ひずみ関係のモデル化

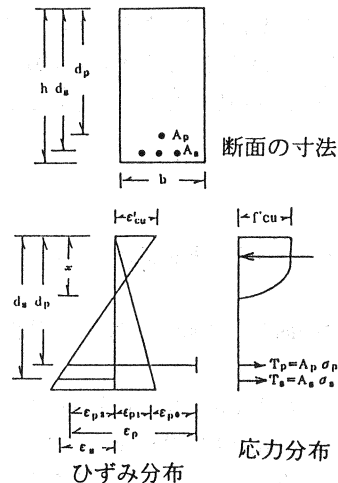


図5 断面の寸法、ひずみ分布および応力分布

2) 式の誘導

終局曲げモーメントを検討するにあたって、基準状態は無載荷の状態である。この状態でのPC鋼材の引張ひずみは、

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{p0} + \varepsilon_{p1} \quad (4)$$

である。

ここに、 ε_{p0} ：PC鋼材有効引張力に相当するPC鋼材引張ひずみ、 ε_{p1} ：有効プレストレス力によるPC鋼材レベルのコンクリートひずみ。

さらに、断面破壊時のひずみおよび応力の分布を図5に示すようにとる。

この場合、PC鋼材の基準状態からの引張ひずみの増加を ε_{p2} とすると、断面破壊時のPC鋼材のひずみ ε_{pu} は、

$$\varepsilon_{pu} = \varepsilon_{p0} + \varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2} \quad (5)$$

で表される。

次に、ひずみ適合条件は両鋼材ともコンクリートに付着していると仮定し、さらにコンクリート圧縮縁は終局値 ϵ'_{cu} に達しているとするれば、

$$\epsilon_{p2} = \frac{d_p - x}{x} \cdot \epsilon'_{cu} \quad (6)$$

$$\epsilon_s = \frac{d_s - x}{x} \cdot \epsilon'_{cu} \quad (7)$$

となる。軸方向の釣合条件は次式で表される。

$$0.810 \cdot b \cdot x \cdot f'_{cu} = A_p \cdot \sigma_p + A_s \cdot \sigma_s \quad (8)$$

したがって、

$$\epsilon_s = \epsilon_{p2} \frac{d_s}{d_p} - \left(1 - \frac{d_s}{d_p}\right) \cdot \epsilon'_{cu} \quad (9)$$

ただし、 $\epsilon_s < \epsilon_{sy}$ である。

式(5)、(6)および(9)より

$$\sigma_p = \frac{0.810 \cdot b \cdot d_p \cdot f'_{cu}}{A_p} \cdot \frac{\epsilon'_{cu}}{\epsilon'_{cu} + \epsilon_{p2}} - \frac{A_s \cdot E_s}{A_p} \cdot \left\{ \frac{d_s}{d_p} \epsilon_{p2} + \left(\frac{d_s}{d_p} - 1\right) \epsilon'_{cu} \right\} \quad (10)$$

式(10) は簡単に次の形で表される。

$$\sigma_p = \frac{A}{\epsilon_p + B} + C \cdot \epsilon_p + D \quad (11)$$

ここに、 $\epsilon_p = \epsilon_{p0} + \epsilon_{p1} + \epsilon_{p2}$

$$A = \frac{0.810 \cdot b \cdot d_p \cdot f'_{cu}}{A_p} \cdot \epsilon_{cu}, \quad B = \epsilon_{cu} - \epsilon_{p0} - \epsilon_{p1},$$

$$C = -\frac{A_s \cdot E_s}{A_p} \cdot \frac{d_s}{d_p}, \quad D = \frac{A_s \cdot E_s}{A_p} \left\{ \epsilon_{p0} + \epsilon_{p1} - \left(\frac{d_s}{d_p} - 1\right) \cdot \epsilon'_{cu} \right\} \quad (12)$$

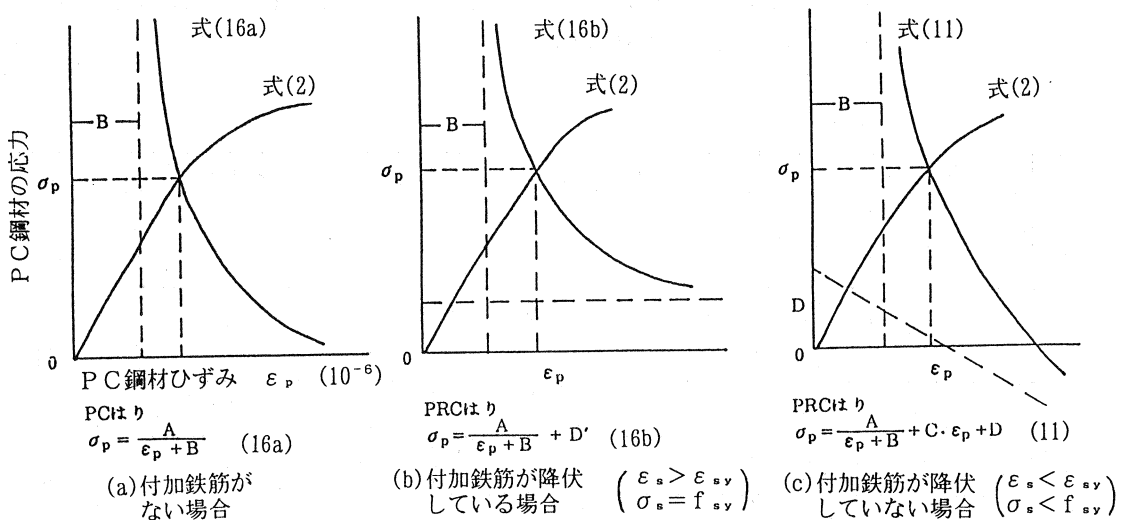


図6 P C 鋼材の応力～ひずみ曲線と平面保持および釣合条件より求めた典型的な応力～ひずみ関係

式(11)は、さらにPC鋼材の応力ひずみ関係式(2)を満たさねばならない。

したがって、式(11)および(2)より、終局時のPC鋼材の応力またはひずみが求められる(図6)。

終局曲げモーメント M_u は、断面引張部で破壊が生じた場合、

$$M_{u1} = A_p \cdot \sigma_p \cdot (d_p - 0.416 \cdot x) + A_s \cdot \sigma_s \cdot (d_s - 0.416 \cdot x) \quad (13)$$

ただし、 $x = \frac{\epsilon'_{cu}}{\epsilon'_{cu} + \epsilon_{p2}} \cdot d_p$ (14)

となる。

なお、PC鋼材および付加鉄筋の降伏以前にコンクリートが圧縮破壊する場合、

$$M'_{u1} = 0.810 \cdot b \cdot x \cdot f'_{cu} \cdot (d_p - 0.416 \cdot x) + A_s \cdot \sigma_s \cdot (d_s - d_p) \quad (15)$$

したがって、終局曲げモーメントは式(13)および式(15)のうちの小さい値を与えるもので求められる。

次に、 $\epsilon_s \geq \epsilon_{sy}$ の場合、 $\sigma_s = f_{sy}$ なので式(8)は次の関係で表される。

$$0.810 \cdot b \cdot x \cdot f'_{cu} = A_p \cdot \sigma_p + A_s \cdot f_{sy}$$

したがって、

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \frac{0.810 \cdot b \cdot f'_{cu} \cdot d_p}{A_p} \cdot \frac{\epsilon'_{cu}}{\epsilon'_{cu} + \epsilon_{p2}} - \frac{A_s \cdot f_{sy}}{A_p} \\ &= \frac{A}{\epsilon_p + B} + D' \end{aligned} \quad (16b)$$

ここに、 $D' = \frac{A_s \cdot f_{sy}}{A_p}$ (17)

なお、付加鉄筋が無いPC部材の場合、 $A_s = 0$ なので、 $D' = 0$ となり、式(16a)は次のように表される。

$$\sigma_p = -\frac{A}{\epsilon_p + B} \quad (16a)$$

3. はりの載荷実験

はりはずべて矩形断面はりで、その断面・形状寸法および実験計画表をそれぞれ図1および表1に示す。載荷実験は、PCおよびPRC部材について、コンクリート強度、有効プレストレス量、かぶり、緊張率(PC鋼材と鉄筋の分担割合)、鉄筋の配置などを主な要因として行った。使用したPC鋼材および付加鉄筋の物理的・力学的性質を表2に示す。また載荷は図7に示す対称2点集中による静的漸増で行った。

表1 実験計画表

供試体番号	軸方向鋼材				総鋼材比 p_t (%)	鋼材指数 q	コンクリート圧縮強度 f'_{cu} (kgf/cm ²)	かぶり c (cm)	緊張率 λ	有効プレストレス量	
	PC鋼材		付加鉄筋							$\frac{\sigma'_{cpe}}{f'_{cu}}$	$\frac{\sigma_{pe}}{f_{pu}}$
	径 (mm)	p_p (%)	本数×呼び名	p_s (%)							
A20	7.4	0.241	2・D10	0.860	1.10	552	2	0.50	0.05	0.60	
A16	7.4	0.242	1・D16	1.20	1.44	527	2	0.41	0.05	0.60	
A30	7.4	0.238	3・D10	1.27	1.51	533	2	0.40	0.05	0.60	
A23	7.4	0.238	2・D13	1.51	1.75	583	2	0.35	0.05	0.60	
B30	9.2	0.395	3・D10	0.881	1.28	531	2	0.60	0.10	0.60	
B23	9.2	0.386	2・D13	1.53	1.91	583	2	0.45	0.10	0.60	
C30	11	0.567	3・D10	0.899	1.47	527	2	0.68	0.15	0.60	
C23	11	0.553	2・D13	1.56	2.11	527	2	0.54	0.15	0.60	
C00	11	0.581	0	0	0.581	527	---	1.00	0.20	0.60	
D00	13	0.806	0	0	0.806	527	---	1.00	0.25	0.60	

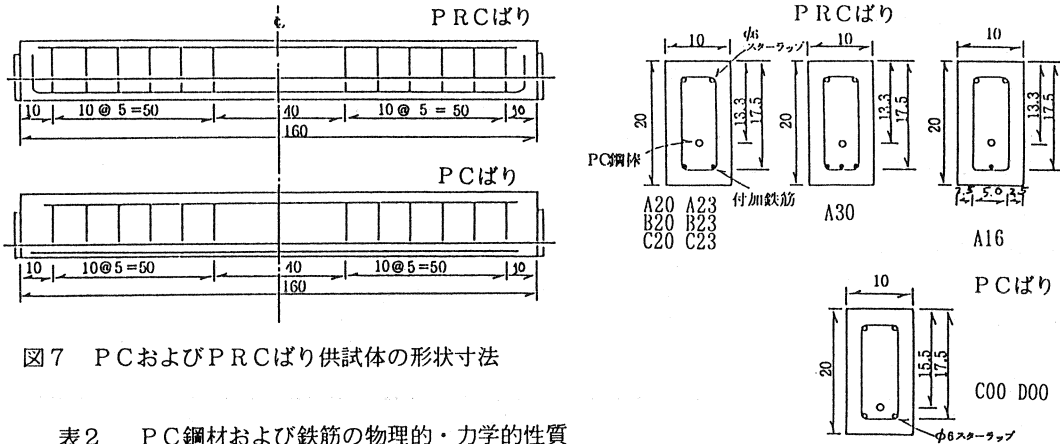


図7 PCおよびPRCばり供試体の形状寸法

表2 PC鋼材および鉄筋の物理的・力学的性質

種別	公称径 (mm)	公称断面積 (mm ²)	降伏点強度 (kgf/cm ²)	引張強度 (kgf/cm ²)	備考
D種1号 SBPD130/145	7.4	40.0	144.0	150.0	異形棒鋼
	9.2	64.0	137.0	150.0	
	11	90.0	140.0	149.0	
	13	125.0	143.0	150.0	
D10 D13 D16 φ6	9.53	71.33	40.66	57.33	付加鉄筋
	12.7	126.7	42.23	59.21	
	15.9	198.6	41.20	56.57	
	6.0	28.3	43.00	53.71	

4. 実験結果との比較および設計への検討

終局曲げモーメントの解析値 (解析値1、式(13)または式(15)) と実験値を比較して表に示す。表には本研究による解析値 (解析値1) とともに土木学会示方書による解析値 (解析値2として示した) も併せて示した。

曲げ破壊はいずれも引張部鉄筋の降伏後圧縮側のコンクリートの破壊によって生じたので、コンクリートの圧縮縁ひずみはコンクリートの圧縮最大ひずみ $\epsilon'_{cu} = 3500 \times 10^{-6}$ に達したとして解析した。

さらに図8に緊張率 λ と実験値と解析値の比 ($Mue/Mu1$ および $Mue/Mu2$) の関係を示した。

表3によれば、PRCばかりにおいて、 $Mue/Mu1$ および $Mue/Mu2$ の比はそれぞれ1.15~1.23 (平均1.19) および1.09~1.21 (平均1.15) であった。緊張率の変化 ($\lambda = 0.35 \sim 0.68$) に係わらず実験値と解

表3 終局曲げモーメントの実験値と解析値

供試体	終局曲げモーメント (tf・m)			$\frac{Mue}{Mu1}$	$\frac{Mue}{Mu2}$
	実験値 Mue	解析値1 $Mu1$	解析値2 $Mu2$		
A20	1.96	1.68	1.69	1.17	1.16
	2.01			1.20	1.19
A16	2.39	2.02	2.07	1.18	1.15
	2.41			1.19	1.16
A30	2.47	2.11	2.15	1.17	1.15
	2.59			1.23	1.20
A23	2.84	2.41	2.47	1.18	1.15
	2.76			1.15	1.12
B30	2.27	2.03	2.08	1.12	1.09
	2.47			1.22	1.19
B23	3.17	2.73	2.86	1.16	1.11
	3.23			1.18	1.13
C30	2.87	2.38	2.46	1.21	1.17
	2.98			1.25	1.21
C23	3.65	3.00	3.23	1.22	1.13
	3.68			1.23	1.14
C00	2.24	1.58	1.47	1.42	1.52
	2.33			1.47	1.59
D00	2.75	2.10	1.95	1.40	1.51
	2.90			1.38	1.49

析値との比はほぼ同程度の値を示した。また、付加鉄筋の全く無いPC鋼材のみのPCはり（C00およびD00はり）の終局曲げ強度の実験値／計算値の比は、 $Mue/Mu1$ および $Mue/Mu2$ に対してそれぞれ1.38～1.47（平均1.42）および1.49～1.59（平均1.53）であった。したがってPRCばりと比較してPCばりの実験値との比 $Mue/Mu1$ および $Mue/Mu2$ は幾分大きな値を示した。

今後PC部材の破壊モードや鋼材応力の実験値などと比較を行うなどしてさらに合理的な解析への検討を進めたい。

5. まとめ

本研究ではPCおよびPRCばりの終局曲げモーメントに関して解析法を提案し、さらに実験値と比較・考察するとともに設計法への適用性について検討した。なお、本研究で解析法との比較検討をするために行ったはり供試体はすべてポストテンション方式の矩形断面はりである。

本研究で得られた結果をまとめると次の通りである。

- 1) 本解析法はPRCおよびPC矩形断面はりに対して、終局曲げモーメントを合理的に算定する解析法と考えられる。
- 2) 土木学会示方書による解析法も、PRC矩形ばりの終局曲げモーメントの合理的な算定方法である。

参考文献

- 1) Naaman A. E., and Siriasorn A., "Serviceability Based Design of Partially Prestressed Beams", Part 1 and 2, PCI Journal, Vol. 24, No. 2 pp. 64-89, 1979 and Vol. 24, No. 3, pp. 40-60, 1979.
- 2) Mattock A. H., "Flexural Stressed Concrete Sections by Programmable Calculator", PCI Journal, Vol. 24, No. 1, pp. 32-54, 1979.
- 3) 土木学会標準示方書【平成3年版】設計編、1991.

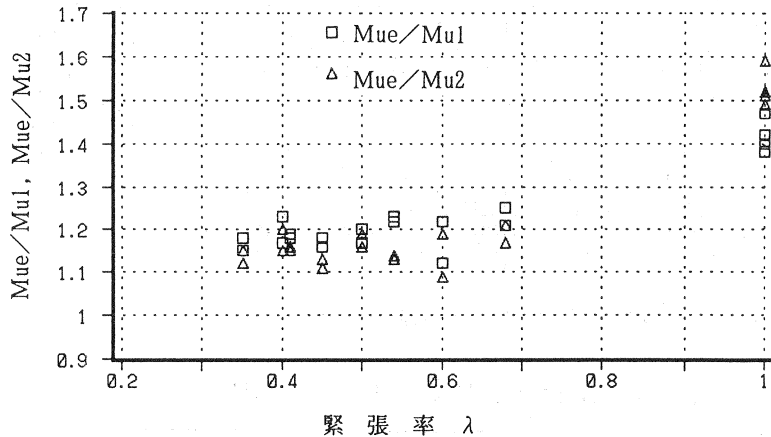


図8 緊張率と $Mue/Mu1$ および $Mue/Mu2$ の関係