

## (44) PC合成床スラブの長期たわみに対する解析的検討

(株)富士ピー・エス 建築事業部  
 熊本工業大学 建築学科  
 長崎大学 構造工学科

○山下正吾  
 岩原昭次  
 小森清司

### 1. はじめに

建築工事において、床スラブのハーフプレキャスト化は一般的に普及し各種の断面が開発され実用化されている。中でもプレストレスを導入したPC合成床スラブは、小梁を省略して長スパン化され軽量化される傾向にある。この比較的薄肉部材で長スパン化される建築の床スラブにとって、振動や遮音性状の問題とあいまって、長期たわみの把握がその性能上欠く事のできない要因となる。筆者等は、底面が平らで上側にリブを有する逆T形断面をしたPC板を用いた合成床スラブに着目して、長期たわみ性状の把握をテーマに載荷荷重を実験要因とした、一連の持続載荷実験を行ってきた。また、その成果は、実験結果とともに逐次発表してきた。<sup>(1), (2), (3)</sup>。今回、PC合成床スラブについて簡便な長期たわみ解析法を提案し、実験結果との検証を行う。

### 2. 解析方法

#### 2.1 解析方針

PC合成床スラブの長期たわみ解析において、実用的で簡便な算定式を提案するために、下記の方針により解析する。

(1) 長期たわみは下式にて、各要因によって生じる長期付加たわみの和とする。

$$\delta t = \delta o + \Delta \delta c + \Delta \delta a + \delta s \quad (1)$$

ここに、 $\delta t$ : 長期たわみ                       $\Delta \delta a$ : 端部引張鉄筋の抜出しによる長期付加たわみ  
 $\delta o$ : 初期たわみ                               $\delta s$ : 収縮による長期付加たわみ  
 $\Delta \delta c$ : クリープによる長期付加たわみ

(2) PC板のコンクリートと場所打ちコンクリートのクリープや収縮は異なるが、簡略化のため一体式スラブに準じそれぞれ等価なクリープ係数と収縮歪に換算できるとする。

(3) たわみの計算は、Bransonの提案式<sup>(4)</sup>を修正して用いる。

(4) 端部引張鉄筋の抜出しによる長期付加たわみは、岩原の算定式<sup>(5)</sup>を準用する。

(5) 変形は、両端部において対称に変形するものと仮定する。

#### 2.2 クリープ係数と収縮歪の換算

合成床スラブの場合、一般にPC板のコンクリートと場所打ちコンクリートは、強度・養生・品質等が大きく異なり、クリープ係数や収縮歪も著しく異なるため、精密に解析する場合きわめて繁雑となる。このため、本論文では、この合成床スラブのクリープ係数と収縮歪を1つの等価クリープ係数と等価収縮歪に換算できるものとした。等価クリープ係数と等価収縮歪は簡便のため、PC板部分と場所打ち部分の軸剛性がPC板部分を基準とした等価断面の軸剛性に等しいとする事により求めた。

(1) 等価クリープ係数

等価クリープ係数 $\phi_e$ は、クリープや収縮の一軸問題における次の力の釣合い式と歪に関する連続条件とから求める。

$$\sigma_e A_e = \sigma_F A_F + \sigma_N A_N \quad (2)$$

$$\epsilon_e = \epsilon_F = \epsilon_N \quad (3)$$

ここに、 $\sigma_F, A_F, \epsilon_F$ : PC板コンクリートの応力度, 断面積, 歪  
 $\sigma_N, A_N, \epsilon_N$ : 場所打ちコンクリートの応力度, 断面積, 歪  
 $\sigma_e, A_e, \epsilon_e$ : 等価断面の応力度, 断面積, 歪

(2), (3)式より、PC板を基準にした等価クリープ係数 $\phi_e$ は次のようになる。

$$\phi_e = \frac{(1 + n_{NDN}) \phi_F \phi_N + \phi_F + n_{NDN} \phi_N}{1 + n_{NDN} + n_{NDN} \phi_F + \phi_N} \quad (4)$$

ただし、

$$n_{NDN} = \frac{E_N A_N}{E_F A_F} \quad (5)$$

また、 $\phi_F, E_F$ : PC板コンクリートのクリープ係数, ヤング係数  
 $\phi_N, E_N$ : 場所打ちコンクリートのクリープ係数, ヤング係数

## (2) 等価収縮歪

等価収縮歪 $\epsilon_{sh,e}$ は異種材料で構成される軸方向の自由収縮の問題から求めることができる。用いる条件式は次の通りである。

$$\sigma_F A_F + \sigma_N A_N = 0 \quad (6)$$

結果として、次式が得られる。

$$\epsilon_{sh,e} = \frac{(1 + \phi_N) \epsilon_{sh,F} + (1 + \phi_F) n_{NDN} \epsilon_{sh,N}}{(1 + \phi_N) + (1 + \phi_F) n_{NDN}} \quad (7)$$

ここに、 $\epsilon_{sh,F}, \epsilon_{sh,N}$ : PC板コンクリート, 場所打ちコンクリートの収縮歪

## 2.3 ひび割れ断面の断面2次モーメントの経時変化

持続荷重一定の載荷状態であっても、1度ひび割れを生じると、経時的にひび割れ幅を拡張していき、断面2次モーメントもこれに合わせて低下していく。

この経時的に変化する断面2次モーメントを $I_t$ とし、全断面有効初期断面2次モーメント $I_0$ と引張側のコンクリートを無視したひび割れ断面の断面2次モーメント $I_{cr}$ より下式にて示されるとする。

$$I_t = I_0 + \frac{\phi_e t}{\phi_{e\infty}} (I_{cr} - I_0) \quad (8)$$

## 2.4 鉄筋の抜出しを考慮したクリープ変形

### (1) 抜出し量、回転角及び曲げモーメントの関係

端部における引張鉄筋の抜出し量、鉄筋応力及び曲げモーメントの関係を導く。端部*i*において、引張鉄筋の応力 $\sigma_{s,i}$ と曲げモーメント $M_i$ の間には次の関係がある。

$$\sigma_{s,i} = - \frac{M_i}{I_i} y_i n_s \quad (9)$$

ここに、 $I_i$ : 端部断面2次モーメント                       $y_i$ : 中立軸から引張鉄筋位置の距離  
 $n_s$ : 鉄筋のヤング係数比( $E_s/E_N$ )                       $E_s$ : 鉄筋のヤング係数

また、鉄筋の抜出し量 $S_i$ と回転角 $\theta_i$ の間には次式が成り立つ。

$$\theta_i = \frac{S_i}{y_i} \quad (10)$$

### (2) 鉄筋の応力と回転角の関係

鉄筋の抜出し量 $S_i$ は、片引き付着試験体のモデルによる抜出し量で評価するものとし、クリープと収縮を考慮した弾性付着解析<sup>(6)</sup>により求めると次のようになる。

$$S_i = G_i \sigma_{s_i} + J_i \varepsilon_{s_{HN}} \quad (11)$$

ただし、

$$G_i = \frac{n_s p_s + \cosh a_i l_i}{E_s a_i \sinh a_i l_i}, \quad J_i = \frac{\cosh a_i l_i - 1}{a_i \sinh a_i l_i} \quad (12), (13)$$

ここに、 $P_s$  : 端部引張鉄筋比( $A_s/A_{c0}$ )  $l_i$  : スタブ内の鉄筋の定着長さ

$A_s$  : 引張鉄筋断面積  $A_{c0}$  : 引張セグメントのコンクリート断面積

また $a_i$ は次式で示される。

$$a_i = \sqrt{\frac{1+n_s p_s}{E_s A_{c0}}} \phi_{N^*} \frac{K_{Bo}}{k} \quad (14)$$

$$k = \mu \left[ 1 + \frac{2\phi_N}{3\phi_{N^*}} \right] \quad (15)$$

ただし、 $\mu = 1.2$   $K_{Bo}$  : 端部における初期付着弾性剛性

(9), (11)式を(10)式に代入すると、部材の回転角と曲げモーメントの関係は下式となる。

$$\theta_i = - \left[ \frac{n_s}{I_i} G_i \right] M_i + \left[ \frac{J_i}{y_i} \right] \varepsilon_{s_{HN}} \quad (16)$$

### (3) 材端の曲げモーメントの決定

端部引張鉄筋の抜出しを考慮した場合の材端の曲げモーメントは線材に対する弾性たわみ角式を準用する。対称変形の仮定より下式となる。

$$M_i = K \theta_i + C_i \quad (17)$$

ただし、

$$K = \frac{2E_f I_e}{(1+\phi_e)L}$$

ここで、 $I_e$  : 平均有効断面2次モーメント

(17)式に(16)式を代入して整理すると、

$$M_i = \frac{C_i + K(J_i/y_i)\varepsilon_{s_{HN}}}{1 + K(n_s G_i/I_i)} \quad (18)$$

となる。端部曲げモーメント $M_i$ を固定端モーメントの項 $C_i$ と鉄筋の抜出しによる付加モーメントの項 $Z_i$ とに分離して $M_i = C_i + Z_i$ とすると、 $Z_i$ は次式で示される。

$$Z_i = \frac{K}{1 + K(n_s G_i/I_i)} \left\{ -(n_s G_i/I_i)C_i + (J_i/y_i)\varepsilon_{s_{HN}} \right\} \quad (19)$$

### (4) 長期付加たわみ計算式

Bransonは文献1)により、ひび割れを生じたRC床スラブのクリープによる付加たわみの算定式を次式で提案している。

$$\Delta \delta_c = \frac{5K_r \phi_i L^2}{48EI} \left\{ M_s + \frac{1}{1.0} (M_A + M_B) \right\} \quad (20)$$

ただし、 $K_r$ は圧縮鉄筋 $A'_s$ の効果を考慮したもので、次式で示される。

$$K_r = 0.85 - 0.45(A'_s/A_s) \geq 0.4 \quad (21)$$

ここで、 $M_s, M_A, M_B$ は中央部、材端A, Bの曲げモーメントで、 $L$ はスパン長さを示す。

本論文では、両端固定支持された合成床スラブで対称配筋されているとして、端部引張鉄筋の抜出しを考慮したクリープ付加たわみ式を(20)式に準じて表すことにする。

合成断面における等価なクリープ係数として(4)式で示される $\phi_e$ を、そして、端部引張鉄筋の抜出しを考慮した端部の曲げモーメントとして(18)式の $M_i (M_i = C_i + Z_i)$ とすると、クリープと鉄筋の抜出しによる長期付加たわみ $\Delta \delta_c$ は次のように表示することができる。

$$\Delta \delta_{c.s.} = \frac{5K_r \phi_e L^2}{48EI_e} \left\{ \left( M_o + \frac{6}{5} C_i \right) + \frac{6}{5} Z_i \right\} \quad (22)$$

ただし、 $M_o$ : 両端単純支持とした場合の中央点の曲げモーメント

上式を次のように表わすと、

$$\Delta \delta_{c.s.} = \Delta \delta_c + \Delta \delta_s$$

$$\Delta \delta_c = \frac{5K_r \phi_e L^2}{48EI_e} \left( M_o + \frac{6}{5} C_i \right) \quad (23)$$

$$\Delta \delta_s = \frac{5K_r \phi_e L^2}{48EI_e} \left( \frac{6}{5} Z_i \right) \quad (24)$$

となり、(23)式はクリープによる長期付加たわみであり、また、(24)式は端部引張鉄筋の拔出しによる長期付加たわみを示す。

### 2. 5. 収縮による長期付加たわみ

収縮による付加たわみ $\Delta \delta_s$ はBransonの提案による次式に従う。なお、合成床スラブでは収縮によるたわみは収縮歪差を考慮して求める方法が一般的だが、本研究で対象とした合成床スラブは一体式スラブに準ずるとして等価収縮歪により求める。

$$\Delta \delta_s = \beta \phi_{s.h} L^2 \quad (25)$$

$$\phi_{s.h} = \frac{0.7 \epsilon_{s.h.e}}{h} (100A_s / bd)^{1/3} \quad (26)$$

ここで、 $\beta: 0.063$

$h$ : 部材厚さ

$b$ : 部材の幅

$d$ : 部材の引張鉄筋有効せい

## 3. 長期持続載荷実験

### 3. 1 実験概要

実験に用いた合成床スラブの断面形状を図1に示す。PC板は逆T形断面を有し、50cm毎に凸状のリップを有し、このリップ部に、初期緊張力として鋼材1本当たり12tf/cm<sup>2</sup> (0.8×降伏点応力度) を与えたPC鋼より線7本よりを2本配置している。PC板は高強度コンクリートを使用し、プレテンション方式でプレストレスを導入している。PC板上に打設する場所打ちコンクリートは普通コンクリートを使用した。なお、PC板と場所打ちコンクリートとはPC板上の菱目状の粗面仕上げのみで合成されている。

試験体の形状を図2、図3に示す。試験体は、PC板をスタブ上に架設し、そのスパン中央に仮支柱を設けてスタブ部分とPC板上部コンクリートを同時に打設して製作した。場所打ちコンクリート打

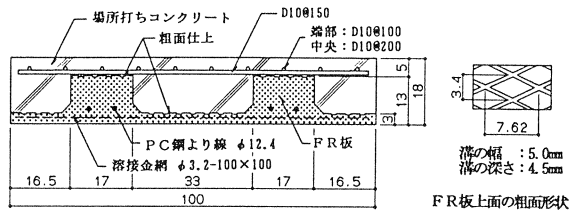


図1 合成床スラブ断面図(形状寸法単位:cm)

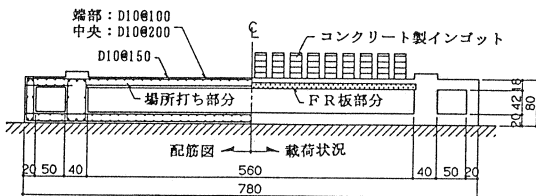


図2 CFR1, CFR2スラブ試験体図(形状寸法単位:cm)

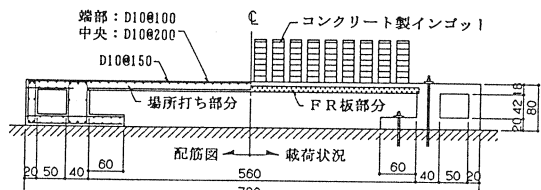


図3 CFR3スラブ試験体図(形状寸法単位:cm)

設は、PC板のコンクリート材令で28日に行った。試験体の数は3体で、表1に試験体を一覧する。各試験体とも、断面・配筋などは同一とし載荷レベルを実験要因とした。

持続荷重は、スパン中央部の仮支柱を撤去した後、コンクリート製インゴットをスパン全長にわたり均等に載荷することによって行った。(図2, 図3参照) CFR1, 2は仮設ハウス内に設置し、CFR3は実験室内に設置して放置した。表2, 表3にPC板及び場所打ちコンクリートの材料の性質を示す。

### 3. 2 実験結果及び考察

図4に各試験体の載荷直後を基準とした長期付加たわみの経時変化を示す。また、表4に載荷時のたわみおよび長期たわみの測定値を示す。図4より、3体の試験体とも、経過日数700日過ぎから急速に収束傾向にあることが分かる。また、各試験体の付加たわみ最終値はほぼ同じ数値になると思われる。

載荷時の荷重～たわみ曲線から、自重および載荷荷重が同時に作用するものとして弾性たわみを求めると、CFR1で2.31mm, CFR2で2.98mm, CFR3で3.91mmとなる。表4の最終日の測定値をこの弾性たわみで除したものを長期たわみ倍率とすると、CFR1, CFR2, CFR3で各々、4.6, 3.7, 3.8となる。

### 4. 解析結果及び考察

2. で提案した長期たわみ算定式を用いた各試験体の、測定最終日長期たわみ計算値と実験値との比較を表5に示す。なお、計算に用いたクリープ係数及び収縮歪は実験結果から得られた回帰式を用いた。CFR1を除いた2つの試験体のスタブ部分のみの抜出しを考慮した計算値は非常に良く実験値に適合している。

CFR1は載荷時にひび割れを発生せず、載荷日数9日頃ひび割れが発生していることが他の試験体と異なる。載荷時のひび割れの有無が長期たわみに及ぼす影響は今後の課題としたい。

なお、CFR1, 2に対するスタブ部分の抜出しを考慮した載荷時のたわみは実験値の85%, 95%であり、やや低めの値となった。

図5に、主な経過日数に対する長期たわみの計算結果と実験結果の比較を示す。CFR2, 3に対しては経過日数10日～600日程度迄の計算値はいずれ

表1 試験体一覧

試験体名	※載荷荷重(kgf/m <sup>2</sup> )	実験場所	載荷荷重後のひびわれ
CFR1	240	仮設ハウス内	無し
CFR2	430	仮設ハウス内	載荷時に一時的に530 kgf/m <sup>2</sup> まで載荷。強制的にひびわれ発生
CFR3	720	大型実験室内	ひびわれ発生

(注) ※自重を除いた持続載荷荷重時の大きさ

表2 コンクリートの性質

種別	t	F <sub>c</sub>	E <sub>c</sub>	σ <sub>c,r</sub>
PC板 コン クリ ート	53(28)	536(601)	3.42(3.21)	42.3(43.5)
	1058(56)	640(568)	3.36(3.03)	49.7(43.7)
場所打ち コン クリ ート	28(28)	200(238)	2.46(2.04)	20.3(24.7)
	1033	228	2.44	19.8

(注) CFR3に対するコンクリートの性質は( )内に示す  
(記号) t:材令(日) E<sub>c</sub>:ヤング係数(×10<sup>8</sup>kgf/cm<sup>2</sup>)  
F<sub>c</sub>:圧縮強度(kgf/cm<sup>2</sup>) σ<sub>c,r</sub>:割裂強度(kgf/cm<sup>2</sup>)

表3 鋼材の性質

種別	PC鋼線(注1)	異形鉄筋
品質	SWPR-7A φ 12.4mm	D10(SD295A)
公称断面積(cm <sup>2</sup> )	0.929	0.71
降伏点応力(kgf/cm <sup>2</sup> )	17707(17355)	3820(4025)
最大強度(kgf/cm <sup>2</sup> )	18622(18563)	5559(5793)
ヤング係数(×10 <sup>8</sup> kgf/cm <sup>2</sup> )	2.07(1.95)	1.92(1.91)

(注1) ミルシートによる

(注2) CFR3に対する性質は( )内に示す

表4 たわみ測定値(mm)

経過日	CFR1	CFR2	CFR3
支柱撤去時	1.01	1.00	1.18
載荷直後	1.85	3.05	4.96
102日	5.30	6.42	9.64
401日	8.29	9.35	12.30
912(958)日	10.63	11.07	(14.82)

(注) ( )内はCFR3に対する値を示す

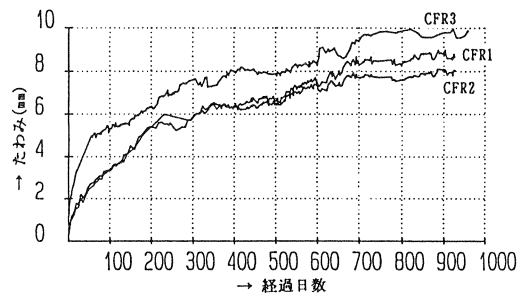


図4 長期付加たわみ

も実験値に対して最大で15%程度上廻っているが、その後実験値に近付いていく。一方、CFR1に対しては計算値は400日程度まで実験値に良く追随しているが、その後あまり追随していない。CFR1に対する計算値は最終日で実験値の85%となった。

載荷荷重を実験要因とした3体の試験体に対する図5の比較から、CFR1に対してはやや低めの計算値を示しているが、本算定式が比較的簡便であることを大局的に判断すると、本研究で提案した長期たわみ算定法は実用上は有効であると考えることが出来る。

5. まとめ

PC合成床スラブの長期たわみ性状の把握のために行ってきた一連の持続載荷実験を検証することにより、この種のスラブの長期たわみ計算式を簡便な形で提案できた。実験結果と本解析法に基づく計算値は、経時的な断面2次モーメントの評価方法および収縮によるたわみの算定方法等に解決すべき問題を残してはいるが、実用上は有効な解析法であると思われる。

(参考文献)

- 1) 山下正吾, 岩原昭次, 小森清司: 逆T型PC板埋設型枠を用いた合成床スラブの長期曲げ性状、コンクリート工学年次論文報告集、pp249~254. 1991
- 2) 岩原昭次, 小森清司, 山下正吾: 逆T型PC板埋設型枠を用いた合成床スラブの持続荷重下における力学的研究(その2)、日本建築学会中国・九州支部研究報告、pp365~368. 1993. 3
- 3) 逆T形PCa板を用いた合成床スラブの長期曲げ性状に関する研究、コンクリート工学年次論文報告集、pp243~248. 1995
- 4) Branson, D. E., Deformation of Concrete Structures, McGraw-HILL, pp133~137, 171~175, 1977
- 5) 岩原昭次: 長期荷重下におけるRC造スラブの鉄筋の抜出しに関する解析的研究、日本建築学会構造系論文報告集第400号、pp45~48, 1989. 6

(謝辞)

実験及びデータのとりまとめに際して、熊本工業大学岩原研究室の大学院生および学生諸氏にご協力いただいた。ここに記して謝意を表します。

表5 測定最終日たわみの実験値と計算値の比較

試験体名	初期たわみ $\delta_0$			長期付加たわみ $\Delta\delta_e + \Delta\delta_s + \Delta\delta_c$			長期たわみ $\delta_t$		
	計	実	計/実	計	実	計/実	計	実	計/実
CFR1	1.77	1.85	96%	7.17	8.78	82%	8.94	10.63	84%
CFR2	2.75	3.05	90%	8.55	8.02	107%	11.30	11.07	102%
CFR3	4.22	4.96	85%	10.53	9.86	107%	14.75	14.82	100%

(注) 計:計算値(mm) 実:実験値(mm)

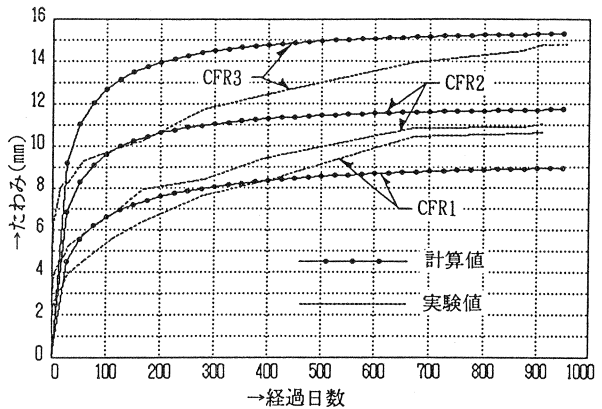


図5 長期たわみに対する実験値と計算値の比較