

(61) 非線形解析プログラムの外ケーブル構造への適用と今後の標準化について

住友建設(株) 土木設計部 正会員 ○玉置 一清  
 同上 正会員 新井 英雄  
 同上 正会員 板井 栄次  
 日本大学 土木工学科 正会員 山崎 淳

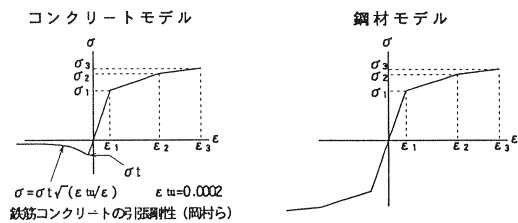
1. はじめに

構造物の非線形解析は、従来、特殊な解析で理解しがたく、高性能コンピュータを用いても膨大な時間を要するものとみなされており、一般的には弾性解析だけで構造物の挙動を全て理解できるものと考えられていた。しかし、先の阪神大震災では構造物が甚大な被害を受け、破壊形態の認識の重要性が改めて見直されたといえる。今後の構造物設計を行う上では終局限界状態での挙動を理解しておくことが重要となるものとする。

また、近年我が国で普及の途にある外ケーブル構造では、コンクリート断面と外ケーブル緊張材の間に平面保持が成立せず、従来の断面耐力の算定法だけでは一義的に終局限界状態の安全照査を行うことが難しく、内ケーブル構造に比して不経済となる場合も生じる。このような構造に対して合理的な設計を行っていくために非線形解析による変形性能の確認が必要になってくる。

筆者らはこれらの要求に対処する目的で、比較的簡単にコンクリート構造物の弾塑性挙動を解析できる非線形解析プログラム (Say-NAP) をこれまでに開発してきた。同時に、大型モデル実験や他の実験結果の解析を通じてこのプログラムが構造物、特に外ケーブル構造の挙動を適切にシミュレーションできることを確認している。

本論文は、外ケーブル構造の非線形解析が一般の設計技術者に受け入れられ易いよう、また、このような設計ツールが容易に作成、利用できるような解析手法と計算過程の事例を示し、併せて、非線形解析結果を設計に反映していく方法を提案するものである。



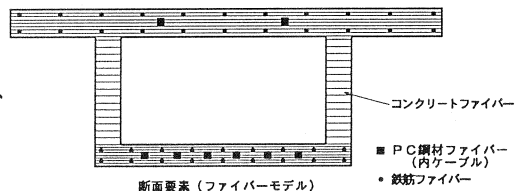
2. 解析プログラム (Say-NAP)

2-1 特徴

1) 変位法を用いた2次元フレーム解析であるので、入力データ作成が線形解析とほぼ同様に容易である。

また、多径間ラーメン構造や斜張橋、アーチ橋などの高次不静定構造にも容易に適用可能となる。

2) 断面のファイバーモデルを用いており、個々の材料要素の非線形特性を入力することで(図-1)、荷重載荷状態に応じた断面の剛性及び図心軸の移動を考慮することができる。このため、断面のM-phiをあらかじめ作成する必要がなく、軸力変動を含めた断面剛性の評価ができる。また、外ケーブルの軸歪変化を正確に評価することができる。



断面要素入力データ

|   |             |
|---|-------------|
| $\left\{ \begin{array}{l} \text{コンクリートファイバー} \\ \text{鋼材ファイバー} \end{array} \right.$ | bi: ファイバー幅  |
|   | hi: ファイバー高さ |
|   | ej: 上縁からの距離 |
|   | Aj: 鋼材断面積   |

断面剛性の内部計算

$$EA = \sum E_i \cdot b_i \cdot h_i + \sum E_j \cdot A_j$$

$$EI = \sum E_i \cdot b_i \cdot h_i \cdot Z_i^2 + \sum E_j \cdot A_j \cdot Z_j^2$$

ここで、Z<sub>i,j</sub>: 図心位置からファイバー中心までの距離 (非線形)  
 E<sub>i,j</sub>: 各ファイバー毎の弾性係数 (非線形)

図-1 ファイバー要素と剛性の評価

- 3)荷重増分法を用いて座標を更新することにより幾何非線形を考慮できる。
- 4)外力と内力のつり合いを満足するまで反復計算を行うことにより、モーメント再分配や不静定力の消失を評価することができる。
- 5)非線形地震応答解析への拡張が容易である。

2-2 入力データ

表-1に非線形フレーム解析と線形解析との入力データの比較を示す。  
 非線形解析において、部材剛性はファイバー要素の材料特性から内部計算を行い、内ケーブル鋼材、鉄筋は桁断面のファイバー要素に含める。外ケーブルとデビエータは独立した部材としてモデル化する。

表-1 非線形解析と線形解析との入力データの比較

|        | 非線形解析                            | 線形解析           |
|--------|----------------------------------|----------------|
| ①節点データ | x y 座標、節点の拘束条件、バネ条件              | 同 左            |
| ②部材データ | i 端, j 端の結合条件                    | 同 左            |
|        | 断面要素(ファイバー要素)                    | 断面積, 断面2次モーメント |
|        | 材料の応力-歪み特性                       | 弾性係数 E         |
| ③荷重データ | 集中荷重, 分布荷重, 温度荷重<br>強制変位, プレストレス | 同 左            |
| ④解析データ | 荷重増分幅, 許容収束誤差                    | —              |

2-3 剛性マトリクス

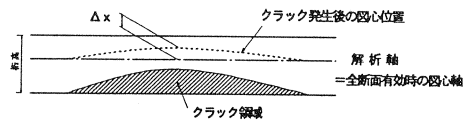
剛性マトリクスは、移動した図心軸位置で内部計算する。この図心軸位置の剛性マトリクスを初期に設定した解析軸へと変換することにより、軸方向変位は、軸力とモーメントとの連成項となる。解析軸と図心軸との関係を図-2に示す。

$$\begin{Bmatrix} N \\ S \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta x & 0 & 1 \end{bmatrix} [K] \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta x \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{Bmatrix}$$

解析軸回りの剛性マトリクス

ここで、 $[K]$  : 図心軸回りの剛性マトリクス

$$\begin{Bmatrix} N' \\ S' \\ M' \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \theta' \end{Bmatrix}$$



ここで、 $\Delta x$  : 図心軸の移動量

図-2 解析軸と図心軸

※記号' は、図心軸に関することを表す。

$$\text{解析軸回りの断面力} \begin{Bmatrix} N \\ S \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N' \\ S' \\ M' + \Delta x \cdot N' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta x & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N' \\ S' \\ M' \end{Bmatrix}$$

$$\text{解析軸回りの変位} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u' - \Delta x \cdot \theta' \\ v' \\ \theta' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta x \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ \theta' \end{Bmatrix}$$

2-4 全体フロー

図-3に解析フローを示す。

- ①荷重{P}、剛性マトリクス[K]から節点変位{u}を求める。ここまでは、線形解析と全く同一である。
- ②節点変位から、材料非線形を考慮して等価節点力(内力)を求める。
  - ・歪み-変位関係式は2次以上の項を無視して次式として与える。

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_j - u_i}{L} \\ \phi = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\theta_j - \theta_i}{L} \end{cases}$$

ここで、 $\epsilon_x$  : 軸歪み     $\phi$  : 曲率     $L$  : 部材長さ  
 $u$  : 軸方向変位     $v$  : 鉛直方向変位     $\theta$  : 回転変位  
 添字 : i端, j端

- ・応力-歪み関係はトリリニアで与えるので、材料非線形性が考慮される。
- ・各ファイバー応力を解析軸に関して積分することにより、要素断面力(内力)が得られる。

$$\begin{cases} N = \sum \sigma_{c,i} \cdot b_{c,i} \cdot h_{c,i} + \sum \sigma_{s,j} \cdot A_{s,j} \\ M = \sum \sigma_{c,i} \cdot b_{c,i} \cdot h_{c,i} \cdot Z_{c,i} + \sum \sigma_{s,j} \cdot A_{s,j} \cdot Z_{s,j} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{ここで、 } Z: \text{解析軸とファイバー中心までの距離} \\ \sigma_{c,i}: \text{コンクリートファイバー応力} \\ \sigma_{s,j}: \text{鋼材ファイバー応力} \end{array}$$

- ・等価節点力は、要素断面力の節点回りのつり合い力として求められる。

③荷重(外力)と等価節点力(内力)がつり合うまで、変位ベクトルを探索する。

- ・外力{P}と内力{F}との差分である残差ベクトル{R} (不釣り合い力)を荷重項として、計算される変位を逐次累加していくことにより、収束解へと導くことができる。この時、変位計算において接線剛性マトリックスを毎回更新する Newton-Raphson 法を用いることにより、収束速度が高まる。

※せん断弾性係数は破壊時まで弾性と仮定しているため、せん断力の内力は常に外力とつり合う。従って、不釣り合い力{R}は、軸力とモーメントのみとなる。

④つり合いを満足した後、破壊の判定を行う。

破壊の判定は、通常、コンクリート・ファイバーの歪みが $3500\mu$ を越えた時として行う。

⑤破壊でないと判定された場合、節点座標を決定された変位を累加して更新し、荷重増分ステップへと戻る。

※本プログラムでは、座標更新直後のつり合いは満足されていない。幾何非線形性の大きなモデルでは、荷重増分幅を小さくすることで、誤差を小さくすることができる。

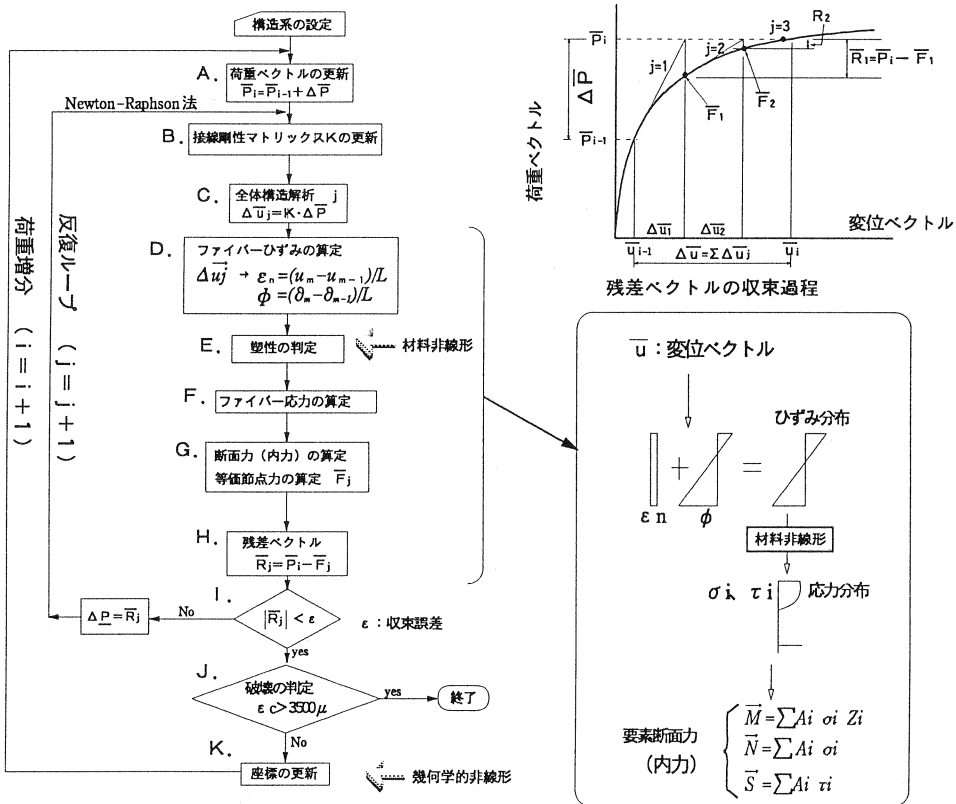


図-3 解析フロー

2-5 実験データとの整合性確認

本プログラムの妥当性を既往の外ケーブル構造模型実験データにより検証した。

図-4, 5に、T断面単純桁実験(首都高速道路公団)の解析例を示す<sup>1)</sup>。外ケーブルの偏心量がデビエータ間で変化するという幾何非線形性が十分に評価されている。また、幾何非線形を考慮しない解析結果は、六車ら<sup>2)</sup>により提案されたアンボンド構造の精算法による計算値と一致する。

図-6, 7に、プレキャスト2径間連続桁実験(日本道路公団高松建設局)の解析例を示す<sup>3)</sup>。線形解析では、支間のMmax断面による破壊と推測されたのに対し、非線形解析ではモーメント再分配により中間支点部での破壊と推測され、実験結果と一致した。最大荷重時の変位まで追跡することができなかったのは、平面保持則を破壊時まで仮定している為の限界であると考えられるが、コンクリート圧縮縁ひずみ $3500\mu$ 付近までの挙動は解析結果と実験結果がよく一致し、この非線形解析手法が設計レベルへの適用に十分な精度を有していることを示している。

その他の実験と比較した例として文献<sup>4)</sup>と文献<sup>5)</sup>がある。

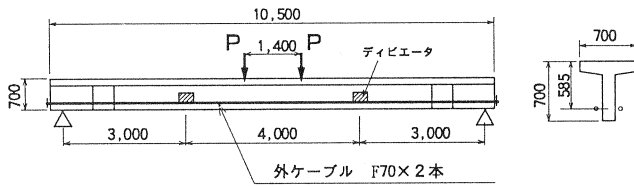


図-4 単純T桁 実験供試体一般図

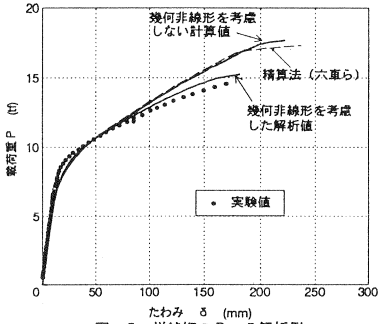


図-5 単純桁のP-δ解析例

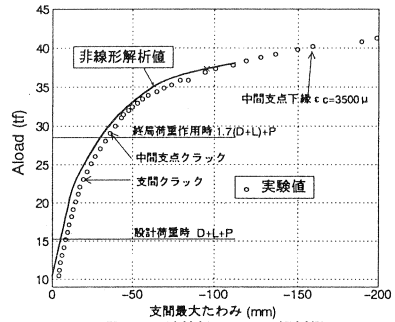


図-7 連続桁のP-δ解析例

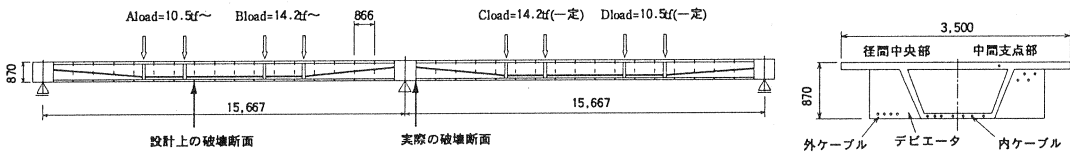


図-6 プレキャスト2径間連続桁 実験供試体一般図

3. 簡単な解析例

3-1 モデル

非線形解析における収束過程を単純梁外ケーブル構造モデル(図-8)を用いて説明する。

桁断面は、高さ方向に5分割されたコンクリートファイバーと、2段の鉄筋ファイバーの合計7層とした。部材⑨、⑩は、デビエータ部を表す仮想剛部材であり、節点7,8において、せん断力を開放することにより、デビエータ部での外ケーブルすべりを考慮する。

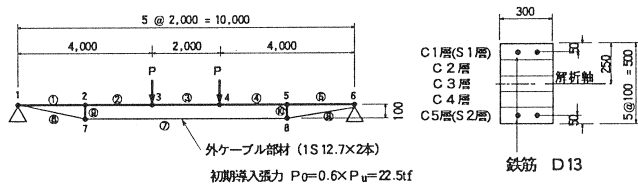


図-8 平面骨組モデルと断面のファイバーモデル

応力-歪み曲線は、土木学会コンクリート標準示方書3.2.3及び3.3.3に準じて、図-9に示すトリニアークでモデル化する。

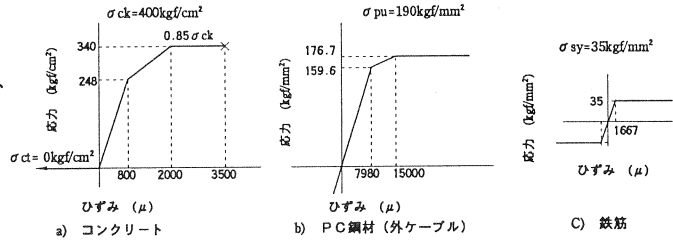


図-9 材料特性モデル

3-2 計算過程

荷重ベクトルを(自重+プレストレス+載荷荷重P=2.0tf×2点を同時に載荷)とした時の反復計算例を示す。表中、剛性マトリクス作成及び節点変位計算、せん断応力及びせん断力の計算は省略している。全5回の反復計算を繰り返した後に、不釣り合い力{R}がゼロとなり、収束解{u<sub>j</sub>}が得られる。

表-2 反復計算過程 ※記号A~Iは図-3の解析フローに対応する。

| 反復回数 1回目                          |          |          |          |          |          |          |
|-----------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| A. 荷重ベクトル {P0} = (自重) + (p=2.0tf) |          |          |          |          |          |          |
| node                              | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        |
| FX(tf)                            | -        | 0.00     | 0.00     | 0.00     | 0.00     | 0.00     |
| Fy(tf)                            | -        | -0.75    | -2.75    | -2.75    | -0.75    | -        |
| RZ(tf+e)                          | 0.00     | 0.00     | 0.00     | 0.00     | 0.00     | 0.00     |
| B. 初期剛性マトリクスの計算                   |          |          |          |          |          |          |
| $\{u\} = [K1]^{-1} \{P0\}$        |          |          |          |          |          |          |
| C. 変位ベクトル {u1}                    |          |          |          |          |          |          |
| node                              | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        |
| u(e)                              | 0.00E+0  | -1.90E-4 | -1.90E-4 | -2.85E-4 | -3.80E-4 | -4.75E-4 |
| v(e)                              | 0.00E+0  | -5.74E-3 | -9.44E-3 | -9.44E-3 | -5.74E-3 | 0.00E+0  |
| θ(rad)                            | -3.10E-3 | -2.61E-3 | -1.08E-3 | 1.08E-3  | 2.61E-3  | 3.10E-3  |
| D. ファイバー歪み (μ)                    |          |          |          |          |          |          |
| ↓ 歪み-応力関係式                        |          |          |          |          |          |          |
| element                           | ①        | ②        | ③        | ④        | ⑤        | ⑥        |
| 1層(S1)                            | -97      | -203     | -260     | -260     | -203     | -97      |
| 2層                                | -72      | -125     | -154     | -155     | -125     | -72      |
| 3層                                | -48      | -48      | -48      | -48      | -48      | -48      |
| 4層                                | -23      | 30       | 53       | 30       | -23      | -        |
| 5層(S2)                            | 8        | 108      | 165      | 108      | 8        | -        |
| E. 応力-歪み関係 (材料非線形)                |          |          |          |          |          |          |
| ↓ 応力-歪み関係 (材料非線形)                 |          |          |          |          |          |          |
| F. ファイバー応力 (tf/e²)                |          |          |          |          |          |          |
| element                           | ①        | ②        | ③        | ④        | ⑤        | ⑥        |
| C1層                               | -300     | -628     | -805     | -628     | -300     | -        |
| C2層                               | -223     | -388     | -476     | -388     | -223     | -        |
| C3層                               | -147     | -147     | -147     | -147     | -147     | -        |
| C4層                               | -71      | 0        | 0        | 0        | -71      | -        |
| C5層                               | 0        | 0        | 0        | 0        | 0        | -        |
| S1層                               | -2030    | -4257    | -5452    | -4257    | -2030    | -        |
| S2層                               | 34       | 2261     | 3456     | 2261     | 34       | -        |
| G. 要素断面力                          |          |          |          |          |          |          |
| ↓ ファイバー応力の積算                      |          |          |          |          |          |          |
| element                           | ①        | ②        | ③        | ④        | ⑤        | ⑥        |
| N(tf)                             | -22.68   | -35.25   | -43.15   | -35.25   | -22.68   | -        |
| S(tf)                             | -2.37    | -2.75    | 0.00     | 2.75     | 2.37     | -        |
| M(tf+e)                           | 2.34     | 6.73     | 6.67     | 5.23     | 2.34     | -        |
| H. 節点節点力 {F1}                     |          |          |          |          |          |          |
| ↓ 断面力の節点節点力                       |          |          |          |          |          |          |
| node                              | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        |
| FX(tf)                            | -        | 18.58    | 7.90     | -7.90    | -12.58   | 0.00     |
| Fy(tf)                            | -        | -0.75    | -2.75    | -2.75    | -0.75    | -        |
| RZ(tf+e)                          | 0.03     | 0.23     | 1.31     | -1.31    | -0.23    | 0.03     |
| I. 残差ベクトル {R1}                    |          |          |          |          |          |          |
| $\{R1\} = \{P0\} - \{F1\}$        |          |          |          |          |          |          |
| node                              | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        |
| FX(tf)                            | -        | -12.58   | -7.90    | 7.90     | 12.58    | 0.00     |
| Fy(tf)                            | -        | 0.00     | 0.00     | 0.00     | 0.00     | -        |
| RZ(tf+e)                          | -0.03    | -0.23    | -1.31    | 1.31     | 0.23     | 0.03     |

3-3 計算結果

図-10に本計算例と断面分割を変化させた場合の計算結果を示し、幾何非線形を考慮した場合の計算結果を併せて示す。この計算例のように断面の分割数が少ないと断面剛性の計算値に誤差が生じ、また破壊付近では圧縮域が狭くなって収束解を得られない。幾何非線形を考慮した場合、考慮しない場合に比して耐力が小さくなる。桁中央にデビエータを設置していないので外ケーブルが断面中心軸に近づくためであり、これを設置すればそれ程大きな差は生じない。

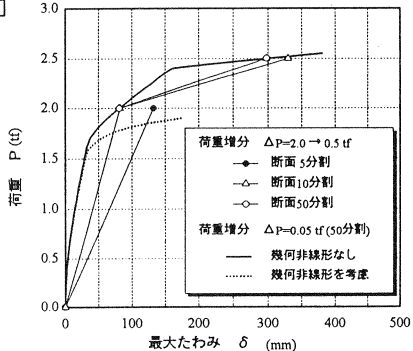


図-10 荷重-たわみ計算例

#### 4. 非線形解析結果の設計上の評価方法

外ケーブル構造の終局限界状態の照査においては、外ケーブルの張力増加を見込まずに断面耐力を算定するのが安全側であり、一般に、この方法が用いられている(例えば、Eurocode2)。しかし、外ケーブル比率の大きい構造では、使用限界状態に比して終局限界状態の必要鋼材量が増加する場合があります、不経済な設計となり合理的ではない。このような場合には、断面耐力が不足する断面に着目して非線形解析を実施し、全体構造系で安全性を確認することが合理的であると考えられる。

非線形解析を用いた曲げモーメント及び軸力が作用する場合の終局限界状態の照査は次の手順で行うことができる。

①着目する断面またはその近傍に支配的な荷重状態で、構造系破壊に至る荷重係数を求める。

例えば、1.0P+1.3D+2.5L (P:プレストレス、D:死荷重、L:活荷重)が支配的であれば、1.0P+1.3Dを初期値として弾性解析の影響線に基づいた活荷重Lを載荷し、Lの荷重係数 $\gamma_{FL}$ を漸増させる。

②構造系破壊は、断面のコンクリート若しくは鋼材歪みが定められた終局歪みに到達した場合とする。一般的にはコンクリート歪み $\epsilon_{cu}=3500\mu$ とする。

③構造系破壊時にせん断破壊が生じていないことを確認する。

④終局限界状態の照査式は次の通りとする(図-11)。

$$\gamma_{FL} \leq \gamma_{FL}^* / \gamma_s$$

ここで、 $\gamma_{FL}$  : 終局限界状態の荷重係数

$$\gamma_{FL}^* = \gamma \{ \delta_u = \delta_y + (\delta_u - \delta_y) / \alpha \}$$

$\delta_y$  : 降伏変形量

$\delta_u$  : 破壊時の変形量

$\alpha$  : 変形性能に関する安全係数  $\alpha=1.5$ とする

$\gamma_s$  : 構造解析係数 =1.0程度

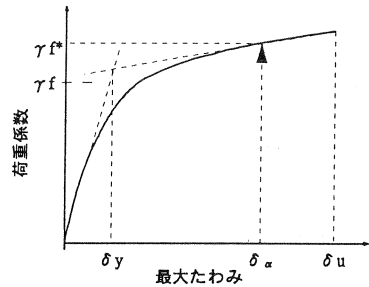


図-11 荷重係数 $\gamma$ -変形量 $\delta$ 関係図

先の例で、 $\gamma_{FL}$ について $\gamma_{FL}^*$ が3.5と求まれば、 $\gamma_{FL}=2.5$ より、 $\gamma_{FL}=2.5 < \gamma_{FL}^* / \gamma_s = 3.5 / 1.0 = 3.5$ となり、 $\gamma_{FL}=3.5$ でせん断破壊が生じていなければ安全性が確認されたことになる。

#### 5. おわりに

ファイバーモデルを用いたコンクリート構造物の非線形解析は、取り扱いが比較的簡単で、構造物の弾塑性挙動を把握するためには設計上充分な精度を有することを示し、また、これを用いた終局限界状態の照査方法を提案した。外ケーブル構造の発展と設計技術者の構造物挙動の理解の一助となれば幸いである。今後、このツールを利用できる機会を一般に提供する所存である。最後に、実験データを提供して頂いた関係各機関に感謝の意を表す。

#### 参考文献

- 1) 若林, 沼田, 一樹, 玉置: 外ケーブル構造の曲げ終局耐力に関する一考察, コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 16, No. 2, pp. 1021~pp. 1026, 1994. 6
- 2) 六車, 渡辺, 西山: アンボンドPC部材の曲げ終局耐力に関する研究, プレストレストコンクリート, Vol. 26, No. 1, pp. 10~pp. 16, 1984. 1
- 3) 日本道路公団高松建設局: 松山自動車道・重信川高架橋工事・曲げ破壊試験公開資料, 1995. 6
- 4) 梅津, 藤田, 玉置, 山崎: 外ケーブル方式二径間連続はりの曲げ終局耐力に関する研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 17, No. 2, pp. 743~pp. 748, 1995. 6
- 5) 梅津, 藤田, 玉置, 新井, 山崎: 大偏心外ケーブル方式連続はりの曲げ破壊実験と解析, 土木学会第50回年次学術講演会, 1995. 9