

(47) 岸壁と平行に係留された浮函の動揺計算例

(株)ピー・エス土木技術部 会員○久保明英
 同上 大阪支店 会員 吉松慎哉

1. はじめに

岸壁と平行に係留された浮函の場合、波は岸壁と浮函の両方の影響を受け、その係船岸の動揺性状は岸壁が無い場合と較べ異なるものとなる。岸壁と平行に係留された浮函の動揺は、岸壁と浮函の間の自由水面長、水深、喫水等の関数となり複雑である。浮函が無い場合には、岸壁で反射した反射波と入射波が重なって重複波あるいは部分重複波となり、1/4波長毎に水面変動が大きい部分と小さい部分が現れる。本稿では、襲来卓越波周期を3.9秒とし、岸壁から12m(=3/4波長)離れた位置に係留された浮函、15m(=1波長)離れた位置に係留された浮函、岸壁が無い地点に係留された浮函に横波が作用する場合の動揺特性を計算して示す。浮函はPC製矩形断面浮函を想定している。係留バネは浮函の長さ方向に一樣とし、従って浮函は断面内で横揺れ(sway)、上下揺れ(heave)、回転揺れ(roll)するのみとした。波浪は岸壁でエネルギーを失うことなく完全反射すると仮定している。係留地点は水深2.0mの一定水深とした。なお、微小振幅波理論に基づき浅海域規則波の波長は周期3.9秒で15.38mとなる。

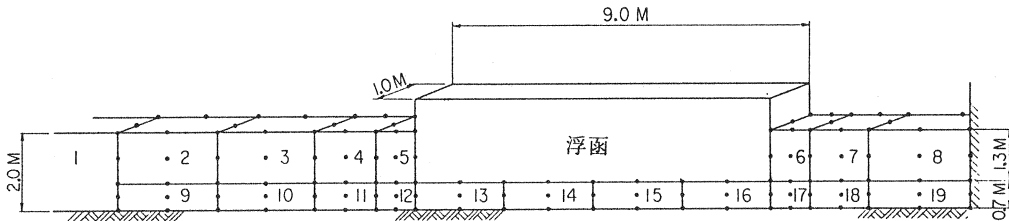


図-1 計算モデル-1

2. 解析方法

2-1 波浪外力および造波抵抗力

波浪が作用した時の浮函の動揺量を計算するには、まず浮函に作用する波浪外力、浮函が動揺した時に水より受ける造波抵抗力を計算する必要がある。波浪は水粒子の動きであり、水粒子の動きを遮る物体があると水粒子は反射あるいは回折し、物体付近の水圧は無い場合のそれとは異なったものとなる。浮函を水面位置に固定した状態で水粒子の動きを求め、浮函境界面に沿った水圧を積分した力が波浪外力である。また、浮函を強制的に正弦振動させる時、浮函近傍の水粒子はつられて運動し、やがて波動として遠方に伝達逸散していく。この時浮函が水から受ける抵抗力が造波抵抗力である。複素振幅A、角周波数 ω の波動を(式1)で定義する。(式1)で、 η は変位、 $\dot{\eta}$ は速度、 $\ddot{\eta}$ は加速度、 $\sqrt{-1}$ は虚数単位、tは時間である。複素振幅Aの絶対値が波面の変動振幅であり、偏角が開始位相となる。

$$\eta = A \cdot e^{i\omega t}, \quad \dot{\eta} = \sqrt{-1} \cdot \omega \cdot A \cdot e^{i\omega t}, \quad \ddot{\eta} = -\omega^2 \cdot A \cdot e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (式1)$$

複素振幅A、角周波数 ω の波浪が浮函に作用した時、浮函のj方向に作用する波浪外力を(式2)で定義する。 F_{Tj} は複素数であり、絶対値は単位振幅の入射波が作用した時浮函のj方向に作用する力であり、偏角が入射波と作用力との位相差となる。

$$f_{7j} = A \cdot F_{7j} \cdot e^{i\omega t} \dots\dots\dots (式2)$$

複素振幅 L_i 、角周波数 ω で i 方向に正弦振動している浮函の運動を(式3)で定義する。(式3)で ξ_i は i 方向の変位である。

$$\xi_i = L_i \cdot e^{i\omega t}, \quad \dot{\xi}_i = \sqrt{-1} \cdot \omega \cdot L_i \cdot e^{i\omega t}, \quad \ddot{\xi}_i = -\omega^2 \cdot L_i \cdot e^{i\omega t} \dots\dots (式3)$$

浮函を複素振幅 L_i 、角周波数 ω で強制的に i 方向に正弦振動させる時、浮函の j 方向に作用する造波抵抗力を(式4)で定義する。 F_{ij} は複素数であり、絶対値が単位振幅で浮函を強制振動させた時 j 方向に作用する力であり、偏角が浮函の運動と作用力の位相差となる。

$$f_{ij} = L_i \cdot F_{ij} \cdot e^{i\omega t} = L_i (Re [F_{ij}] + \sqrt{-1} \cdot Im [F_{ij}]) e^{i\omega t} \dots\dots (式4)$$

本稿で示した資料の波浪外力および造波抵抗力は有限要素法で求めた。浮函の重心が岸壁から3/4波長の位置となるように係留した場合の波浪外力および造波抵抗力を計算したモデルを図-1に示す。

2-2 線形係留された浮函の規則波応答

検討モデルでは浮函の自由度は3であり、*sway*、*heave*、*roll*の運動方向を $i = 1, 2, 3$ とする。浮函の i 方向の運動は(式3)で表される。線形係留された浮函の規則波応答を解く問題では、各運動方向の力のつり合い方程式を連立させて解くことで、浮函の応答を求めることができる。すなわち、3つの複素未知量 ξ_1 、 ξ_2 、 ξ_3 に関する3元連立方程式(式5)を解くことで応答を計算できる。

$$\begin{aligned} \text{sway} \quad (i=1) \quad & \sum_{j=1,3} \left\{ -\frac{\omega^2}{g} (M_{1j} + m_{1j}) - \frac{\omega^2}{g} \sqrt{-1} \cdot n_{1j} + (R_{1j} + K_{1j}) \right\} \xi_j = f_{71} \\ \text{heave} \quad (i=2) \quad & \sum_{j=1,3} \left\{ -\frac{\omega^2}{g} (M_{2j} + m_{2j}) - \frac{\omega^2}{g} \sqrt{-1} \cdot n_{2j} + (R_{2j} + K_{2j}) \right\} \xi_j = f_{72} \\ \text{roll} \quad (i=3) \quad & \sum_{j=1,3} \left\{ -\frac{\omega^2}{g} (M_{3j} + m_{3j}) - \frac{\omega^2}{g} \sqrt{-1} \cdot n_{3j} + (R_{3j} + K_{3j}) \right\} \xi_j = f_{73} \end{aligned} \dots\dots\dots (式5)$$

ここで、 M_{ij} ：浮函の質量。例では $i \neq j$ の場合 $M_{ij} = 0$ となる。

m_{ij} ：浮函を i 方向に角周波数 ω 、単位振幅で振動させた場合に j 方向に作用する付加質量係数。

$$m_{ij} = Re [f_{ij}] / \omega^2 \dots\dots\dots (式6)$$

n_{ij} ：浮函を i 方向に角周波数 ω 、単位振幅で振動させた場合に j 方向に作用する付加減衰係数。

$$n_{ij} = Im [f_{ij}] / \omega^2 \dots\dots\dots (式7)$$

R_{ij} ：浮函を i 方向に変形させた場合に j 方向に作用する復元浮力バネ係数。

K_{ij} ：浮函を i 方向に変形させた場合に j 方向に作用する係留系のバネ係数。

g ：重力加速度 (= 9.8 m/sec^2)

2-3 線形係留された浮函の不規則波応答

線形係留された浮函に不規則波を作用させた時の応答は、周波数応答法で求めることができる。まず、前述2-2の方法で、いろんな周波数の単位振幅規則波に対する浮函の応答、すなわち周波数応答関数を求めておく。次に、不規則波を複数の規則波に分解する。そして、分解した各規則波に対する応答を予め求めておいた応答関数に従って求め、これを重ねて不規則波に対する浮函の応答とする。なお、重ねる時には、分解した時に記憶しておいた各規則波の位相差で重ねる必要がある。

2-4 直接積分による時刻歴応答計算について

直接積分による時刻歴応答計算を行う場合、浮体の運動周期を一定と仮定する必要がある。しかし、浮体の動揺の問題では、造波抵抗力が浮体の運動周期によって大きく変化するのが一般的であり、直接積分による時刻歴応答法では、使用法によっては正確な動揺量が計算できないことに注意が必要である。

浮函の運動周期を一定と考えて間違いが少ない場合、非線形係留された浮函の応答を運動方程式を解くことで求めることができる。浮函の運動方程式は減衰項を有する2階の連立微分方程式となる。(式4)の造波力 f_{ij} で $L_i \cdot \text{Re} [F_{ij}] \cdot e^{i\omega t}$ の部分は、浮函の加速度と位相が一致し、また $L_i \cdot \sqrt{-1} \cdot I_m [F_{ij}] \cdot e^{i\omega t}$ の部分は浮函の速度と位相が一致する。従って、造波抵抗力を浮函の加速度に比例する付加質量抵抗の部分と、速度に比例する付加減衰抵抗の部分に分けて扱うことができる。その場合の運動方程式は次のようになる。付加減衰係数の計算で、 ω の1次で除すところが(式7)と異なっている点に注意が必要である。

$$\begin{aligned}
 \text{s w a y} \quad (i=1) \quad & \sum_{j=1,3} \left\{ -\frac{1}{g} (M_{1j} + m_{1j}) \ddot{\xi}_j - \frac{1}{g} n_{1j} \cdot \dot{\xi}_j + (R_{1j} + K_{1j}) \xi_j \right\} = F_1 \\
 \text{h e a v e} \quad (i=2) \quad & \sum_{j=1,3} \left\{ -\frac{1}{g} (M_{2j} + m_{2j}) \ddot{\xi}_j - \frac{1}{g} n_{2j} \cdot \dot{\xi}_j + (R_{2j} + K_{2j}) \xi_j \right\} = F_2 \\
 \text{r o l l} \quad (i=3) \quad & \sum_{j=1,3} \left\{ -\frac{1}{g} (M_{3j} + m_{3j}) \ddot{\xi}_j - \frac{1}{g} n_{3j} \cdot \dot{\xi}_j + (R_{3j} + K_{3j}) \xi_j \right\} = F_3 \\
 & \dots\dots\dots \text{(式8)}
 \end{aligned}$$

ここで、 m_{ij} : 浮函を i 方向に角周波数 ω 、単位振幅で振動させた場合に j 方向に作用する付加質量係数。

$$m_{ij} = \text{Re} [F_{ij}] / \omega^2 \quad \dots\dots\dots \text{(式6) } *$$

n_{ij} : 浮函を i 方向に角周波数 ω 、単位振幅で振動させた場合に j 方向に作用する付加減衰係数。

$$n_{ij} = I_m [F_{ij}] / \omega \quad \dots\dots\dots \text{(式7) } **$$

F_i : 浮函の i 方向に作用する波浪外力。

$$F_i = \text{ABS} [f_{7j}] \cdot \cos \{ \omega \cdot t + \text{arg} (f_{7j}) \} \quad \dots\dots\dots \text{(式9)}$$

なお、造波抵抗力は(式3)で定義された浮函の運動に対応する形で、すなわち造波抵抗力の絶対値が一致し、浮函の運動に対する位相差が一致すれば十分である。従って、仮に造波抵抗力を浮函の変位に対する比例係数として取り込むことも可能である。

3. 解析モデル

解析に用いた浮函は、高さ2.1m、幅9.0m、喫水1.3mの矩形断面形で、重心は高さと幅の1/2の位置となっている。浮函の長さは十分長くと仮定して、解析モデルの浮函長は標準部の1.0mとした。係留バネは線形とし、長さ1.0mの浮函当たりの値を用いている。浮函の諸元を表-1に示す。なお、水深は2.0mとしている。

表-1 浮函の諸元

浮函重量	tf	12.0	
慣性モーメント	tf・m ²	94.6	
浮力	水平バネ	tf/m	
	鉛直バネ	tf/m	9.2
	回転バネ	tf・m/rad	62.2
係留	水平バネ	tf/m	27.6
	鉛直バネ	tf/m	-
	回転バネ	tf・m/rad	124.0

4. 解析結果

4-1 波浪外力および造波抵抗力

岸壁から3/4波長離れた位置に浮函が係留されたモデル-1、岸壁が無い地点に浮函が係留されたモデル-0について、波浪外力 (F_{ij}) および造波抵抗力 (F_{ij}) を表-2(1)、表-2(2)に示す。表-2の波浪外力は単位振幅、角周波数 $\omega (=1.611\text{rad/sec})$ の規則波が作用した場合に j 方向に作用する力、また造波抵抗力は浮函を単位振幅、角周波数 $\omega (=1.611\text{rad/sec})$ で強制振動させた時に水より受ける力となっている。

表-2(1) 岸壁がある場合に浮函に作用する流体力

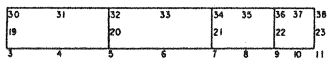
岸壁から3/4波長位置に係留モデル-1			浮函に作用する流体力		
			Sway (tf) j=1	Heave (tf) j=2	Roll(tf·m) j=3
波浪外力 diffraction force		実数部	0.391	1.234	1.475
		虚数部	-2.343	-7.401	-8.851
造波抵抗力 radiation force	Sway i=1	実数部	0.368	-0.855	0.171
		虚数部	0.501	1.582	1.892
	Heave i=2	実数部	-0.855	31.864	-3.229
		虚数部	1.582	4.997	5.976
	Roll i=3	実数部	0.038	-0.718	10.917
		虚数部	0.420	1.328	1.588

表-2(2) 岸壁が無い場合に浮函に作用する流体力

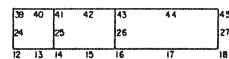
岸壁が無い場合 モデル-0			浮函に作用する流体力		
			Sway (tf) j=1	Heave (tf) j=2	Roll(tf·m) j=3
波浪外力 diffraction force		実数部	0.249	1.614	0.941
		虚数部	-2.439	-7.068	-9.215
造波抵抗力 radiation force	Sway i=1	実数部	0.147	-	-0.666
		虚数部	1.067	-	4.031
	Heave i=2	実数部	-	28.783	-
		虚数部	-	9.330	-
	Roll i=3	実数部	-0.148	-	10.215
		虚数部	0.896	-	3.384

4-2 波面等高線図

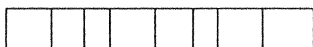
波振幅 1.0 m、周期 $T = 3.9$ 秒の規則波を、岸壁があるモデル-1に、また岸壁が無いモデル-0に作用させ、浮函前後の水面変動を計算した。波面等高線図を図-2(1)、(2)に示す。



(a) 要素の節点番号



(b) 浮函固定時の波面等高線



(c) 浮函浮遊時の波面等高線

図-2(1) 岸壁があるモデル-1の波面等高線図

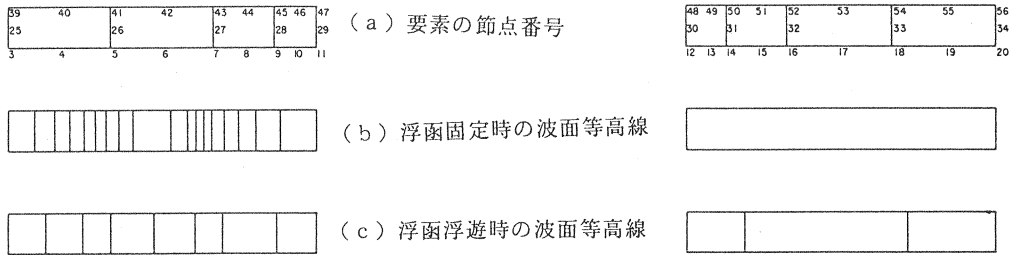


図-2(2) 岸壁がないモデル-0の波面等高線図

4-3 周波数応答特性

波振幅1.0mの規則波を、岸壁から3/4波長離れた位置に浮函を係留したモデル-1、岸壁から1波長離れた位置に浮函を係留したモデル-2に、また岸壁が無い地点に浮函を係留したモデル-0に作用させ、作用波浪の角周波数に関する浮函の応答特性を図-3に示す。

4-4 線形係留された浮函の不規則波応答

有義波高 $H_{1/3}=1.0$ m、有義波周期 $T_{1/3}=3.9$ 秒の不規則波をBretschneiderのスペクトラムから計算し、これをモデル-1の浮函に作用させて浮函の動揺量の計算を行った。浮函の動揺量を図-4に示す。なお、rollの応答変位は、rolling角(rad)に浮函の代表寸法4.5m(=B/2)を乗じた値となっている。

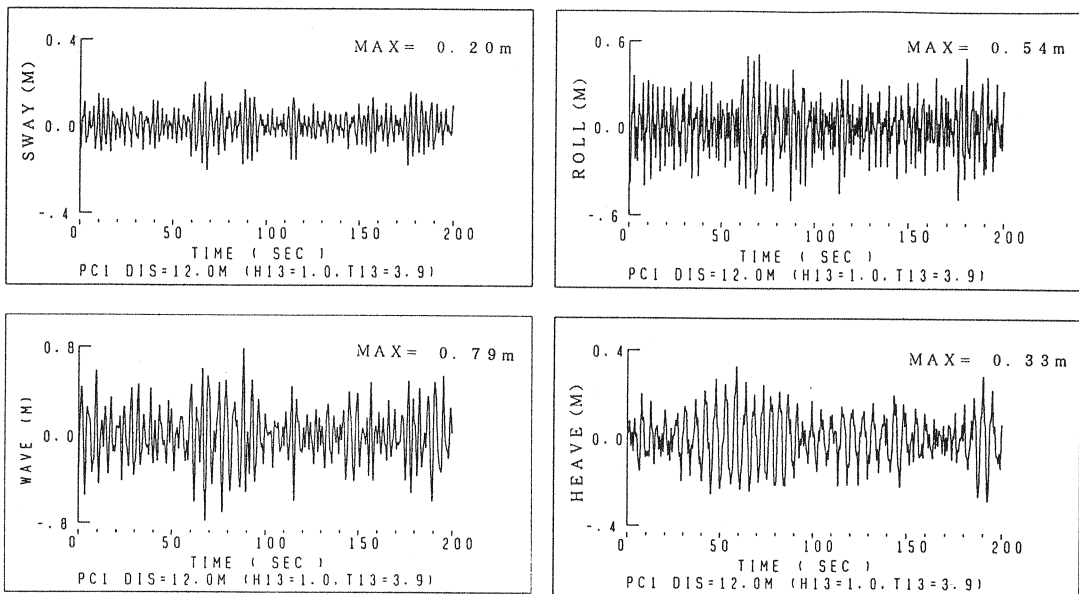


図-4 浮函の動揺量

5. まとめ

固定岸壁に直角に入射した規則波は、入射波と同位相で反射して入射波と重なり、重複波あるいは部分重複波を形成する。重複波あるいは部分重複波では、水面変動は岸壁位置で最も大きく重複波で入射波の2倍となるが、1/4波長離れた地点は最も小さく、水面変動は零となる。水面変動が大きい部分と水面変動が小さい部分が1/4波長間隔で交互に現れる。

浮函を岸壁から3/4波長離れた位置に係留したモデル-1と、浮函を岸壁から3/4波長離れた位置に係留したモデル-2の応答を比較する。浮函の周波数応答特性を示す図-3で、有義波周期 $T_{1/3} = 3.9$ 秒に対応する角周波数 $\omega (=1.6111 \text{ rad/sec})$ の応答を比較する。岸壁がある場合の応答曲線は、2つの角周波数で、応答が小さくなる谷となっている。Sway、Heave、Rollの応答を小さくするには、岸壁と浮函の距離を調節して、2つの「応答の谷」の一方に近ずける方法が考えられる。

【参考文献】

- 1) 日本造船学会試験水槽委員会；「第2回耐航性に関するシンポジウム」テキスト，1977年12月

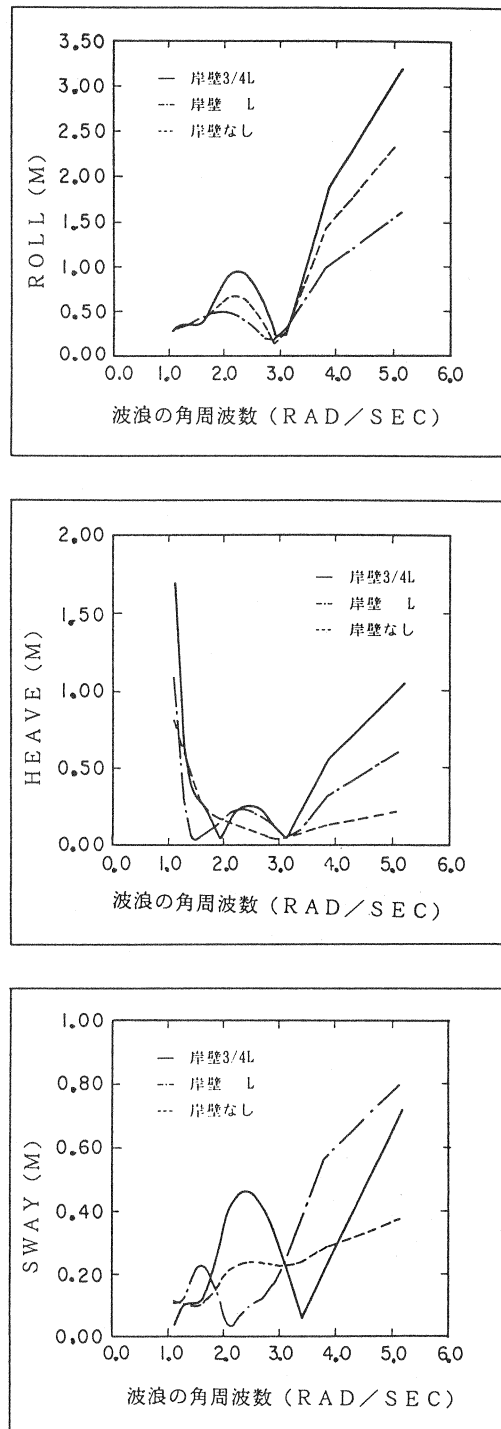


図-3 浮函の角周波数応答特性