

(65) 粘性ダンパー装着による斜張橋ケーブルの減衰改善実施例

(株)ピー・エス 開発技術部 正会員 ○赤嶺文繁
 同上 土木技術部 正会員 久保明英

1. まえがき

対象斜張橋のケーブルは平成6年9月の台風26号通過時にレインバイブレーションで、振幅数十cmで揺れた。斜張橋は淡路島島内の河口に建設された2径間連続2面吊りのPC斜張橋で、ケーブルは9段配置となっており、ケーブルの外套管は外径165mmのポリエチレン管を使用している。台風通過の風雨の中、海側から吹く約風速15m/secの風で、海側面の南側橋台よりの上から2~4段目のケーブルが大きく揺れた。最上段のケーブルの設計上の諸元は長さ74.5m、固有振動数1.475Hzとなっている。

レインバイブレーションは励振力が小さいため、ケーブルのモード減衰を4%程度まで大きくすることで発現を防止できると考えられている。現象防止のため上段側の4ケーブル、総数16本のケーブル桁側端に粘性ダンパーを取り付け、ケーブルの1次モードの対数減衰率を4%以上とすることを計画した。粘性ダンパー装着の前後で試験を実施し、ケーブルの1次モードの減衰を確認した。なお、ダンパー装着後現在に至るまで、レインバイブレーションは発現していない。本稿ではケーブルの減衰設計および計測試験の結果について報告する。対象斜張橋の構造を図-1に示す。

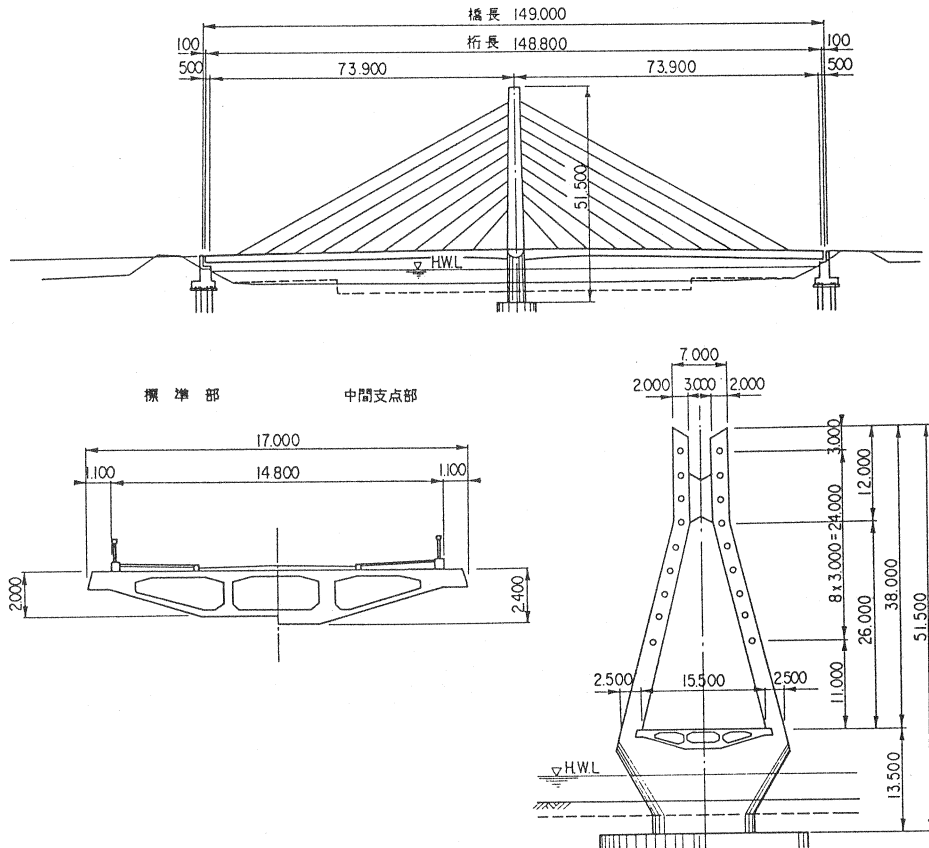


図-1 斜張橋の構造

2. ケーブル諸元

ケーブル長、単位長さ当たりの重量、設計張力および、ダンパー装着前に計測した実振動数、ダンパー装着前後に計測したケーブルの1次振動モードの対数減衰率を表-1(1)、(2)に示す。ケーブルの平面配置を図-2に示す。ケーブルには主塔側の塔出口と主桁側出口にゴム系緩衝材が詰められている。表-1で、ケーブル長の欄にはケーブルの定着具間の距離と緩衝材間の距離を示した。ケーブル単位長さ当たりの重量は、ケーブル、充填モルタル、外套管の重量を合わせた値となっている。実振動数はダンパー装着前に計測した1次モードの固有振動数を示した。ダンパー装着後のケーブルの1次固有振動数は、装着前の計測振動数より0.00~0.04 Hz大きい値であった。

ケーブル張力については、緩衝材の影響を定量的に評価することが出来ないため実張力を特定できず、設計張力を示した。対象斜張橋では橋体完成後に、同時に4ケーブルずつ、その時点の張力を確認し且つ設計張力まで調整するための調整緊張作業を行った。緊張する度に緊張済みのケーブル張力が変化し、最終張力はその変化の積み重ねの結果である。最終張力を設計張力に近い値とするために、張力調整量と緊張順序を設計するのであるが、設計張力と実張力には十数tf程度の計算誤差、施工誤差があると思われる。

表-1(1) A1橋台側のケーブル諸元

記号 A1	実振動数 Hz	単位重量 kgf/m	斜材長(m)		設計力 (tf)	対数減衰率(%)		記号 A1	実振動数 Hz	単位重量 kgf/m	斜材長(m)		設計力 (tf)	対数減衰率(%)	
			固定間	緩衝間		装着前	装着後				固定間	緩衝間		装着前	装着後
S1	1.44	66.6	73.750	72.250	322	0.9	8.0	S18	1.46	66.6	75.105	73.605	328	1.2	8.0
S2	1.57	66.6	66.126	64.626	263	1.3	6.0	S17	1.55	66.6	67.499	65.999	268	1.8	6.0
S3	1.55	66.6	58.504	57.004	269	1.1	8.0	S16	1.465	66.6	59.817	58.317	273	1.0	8.0
S4	2.06	66.6	50.931	49.431	264	1.1	6.0	S15	2.04	66.6	52.263	50.763	269	2.0	6.0

表-1(2) A2橋台側のケーブル諸元

記号 A2	実振動数 Hz	単位重量 kgf/m	斜材長(m)		設計力 (tf)	対数減衰率(%)		記号 A2	実振動数 Hz	単位重量 kgf/m	斜材長(m)		設計力 (tf)	対数減衰率(%)	
			固定間	緩衝間		装着前	装着後				固定間	緩衝間		装着前	装着後
S1	1.45	66.6	73.750	72.250	322	0.8	7.0	S18	1.41	66.6	75.105	73.605	328	0.7	9.0
○ S2	1.39	66.6	66.126	64.626	263	1.0	8.0	S18	1.39	66.6	67.499	65.999	268	1.0	7.0
○ S3	1.67	66.6	58.504	57.004	269	1.0	7.0	S16	1.62	66.6	59.817	58.317	273	0.7	6.5
○ S4	2.12	66.6	50.931	49.431	264	1.0	6.0	S15	2.09	66.6	52.263	50.763	269	0.8	6.0

○: レインバイブレーションが観測されたケーブル

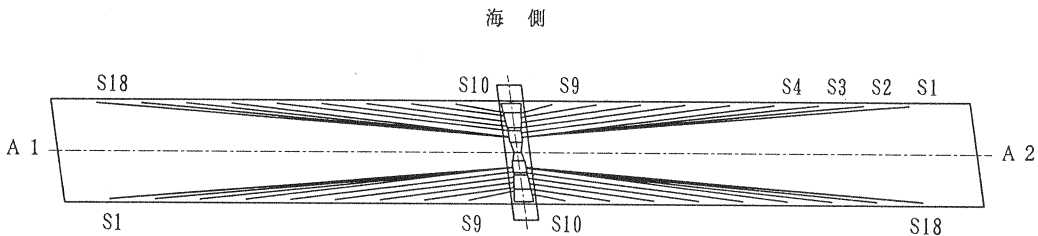


図-2 ケーブルの平面配置

3. 複素固有値解析によるケーブルの減衰評価

3-1 制振ダンパー

粘性減衰ダンパーを上段側の4ケーブル、総数16本に装着し、1次モードの対数減衰率を4%以上に高くすることとした。粘性減衰ダンパーは、ケーブルを掴んだ腕の先の板が、桁に固定した容器の粘性液体に浸かった状態で使用する。ケーブルが振動すると、粘性液体に浸かった板が出・入を繰り返し、粘性液体から粘性抵抗を受ける仕組みとなっている。この粘性抵抗は板の出・入の速度に比例する力と見かけの変位に比例する力に分けられ、前者の比例係数を減衰係数 C_e で、後者の比例係数を剛性係数 K_e で表し、(式1)、(式2)で計算できることが参考文献1)に示されている。

$$C_e = 0.85 e^{-0.043t} \cdot S \cdot a^{0.34} \cdot d^{-0.5} \cdot (a \cdot \omega)^{-0.5} \quad \dots\dots\dots(式1)$$

$$K_e = 0.54 d^{-0.5} \cdot a^{-0.19} \cdot \omega^{0.95} \cdot C_e \quad \dots\dots\dots(式2)$$

ここで、 t : 粘性体温度 (=20 °C ; 試験実施日の測候所の公称気温は17 °C)

S : 粘性せん断を期待する断面積 (=300 cm²)

d : 粘性体厚さ (=1.0 cm)

ω : ケーブルの角周波数 (=9.2677rad/s)

a : 振幅 (① $a = 0.4$ cm, ② $a = 1.0$ cmの試算を示す。 ; 試験で観測した最大振幅は4~5 mm)

減衰係数値が大きい程ケーブルの減衰も大きくなる。(式1)で、粘性体温度 (t) が高い程 C_e は小さく、粘性体厚さ (d) が大きい程 C_e は小さく、また振幅が大きい程 C_e は小さくなる。粘性せん断を期待する断面積 (S) が大きい程 C_e は大きくなる。ここで、粘性せん断を期待する断面積は、意味から考えると没液板の裏表の面積和であるが、これでは複素固有値解析の結果および試験結果と一致しないので、没液板の断面積とした。すなわち、裏表の面積和と考えると $S = 600$ cm² であるが、 $S = 300$ cm² を用いて複素固有値解析を行った。なお実際の減衰設計では、ケーブルの対数減衰率を4%以上とするために必要な S を、ダンパー製作元の実験結果に基づき資料から決定した。

- ① $a = 0.4$ (cm)
- $C_e = 41.04$ (kgf·s/cm)
- $K_e = 218.66$ (kgf/cm)
- ② $a = 1.0$ (cm)
- $C_e = 35.45$ (kgf·s/cm)
- $K_e = 158.71$ (kgf/cm)

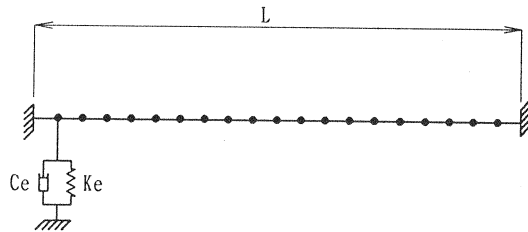


図-3 解析モデル

3-2 解析モデル

1本のケーブルを21節点モデルにモデル化して複素固有値解析を行った。複素固有値解析に用いたケーブルの解析モデルを図-3に示す。解析には次の諸元を使用した。

- ケーブル長 : $L = 74.5$ (m)
- 張力 : $P = 325$ (tf)
- 単位重量 : $w = 0.0666$ (tf/m)
- 線密度 : $\rho = w/g$ (tf·s²/m²)
- 節点質量 : $m = w \cdot L / 20 / g = 0.0253$ (tf·s²/m)
- 節点間隔 : $d_l = L / 20 = 3.725$ (m)

曲げに抵抗しない弦で、長さ方向に x 座標をとり、自重との平衡位置から測った横方向の変位を u で表すと、弦の横方向自由振動の微分方程式は(式3)となる。(式3)を解くと、ケーブルの n 次の固有振動数 f_n を与える(式4)が得られる。

$$\rho \cdot u_{,tt} = (P/\rho) \cdot u_{,xx} \quad \dots\dots\dots(式3)$$

$$f_n = n \cdot (P/\rho)^{0.5} / (2L) \quad \dots\dots\dots(式4)$$

(式4)でケーブルの1次の固有振動数 f_1 、 ω_1 を計算すると次の値となる。

$$f_1 = 1.475 \quad (\text{Hz})$$

$$\omega_1 = 9.268 \quad (\text{rad/s})$$

ダンパーを装着しないケーブルの1次モードの対数減衰率を $\delta_{01} = 1\%$ として、構造減衰を生む各節点の減衰係数 c_0 を次に計算する。 n 次のモードで自由振動する節点の運動方程式を(式5)、(式6)に示す。なお、式中 x_i は第 i 節点の変位、 h_{0n} は n 次のモードの減衰定数を表す。

$$m_i \cdot \ddot{x}_i + c_{0i} \cdot \dot{x}_i + k_j \cdot x_i = 0 \quad \dots\dots\dots(式5)$$

$$\ddot{x}_i + 2h_{0n} \cdot \omega_n \cdot \dot{x}_i + \omega_n^2 \cdot x_i = 0 \quad \dots\dots\dots(式6)$$

また、ケーブルの n 次のモードについて(式7)の関係が成り立つ。

$$c_{0i} = 2 \cdot m_i \cdot h_{0n} \cdot \omega_n = 4\pi \cdot m_i \cdot \delta_{0n} \cdot \omega_n \quad \dots\dots\dots(式7)$$

ところで解析モデルでは各節点の質量は m で等しい。ここで、各節点の減衰係数を総て等しいと仮定して c_0 を以下に計算する。

$$c_0 = 4\pi \cdot m \cdot \delta_{01} \cdot \omega_1 = 0.0007465 \quad (\text{tf}\cdot\text{s}/\text{m})$$

なお、 δ_{01} また δ_{02} を計測し、共に一致させようとする、節点毎の c_{0i} の比率を変えなければならない。

3-3 減衰自由振動の固有値問題

減衰自由振動の運動方程式は M を質量マトリックス、 C を減衰マトリックス、 K を剛性マトリックス、 X を変位ベクトルとすると(式8)となる。(式8)は(式9)で置き換えると、(式10)なる一般固有値問題に変換できこれは(式11)なる標準固有値問題に変換できる。式中 F 、 G 、 R はどれも実数行列であるが、 λ は複素固有値また q は複素固有ベクトルとなる。なお、 R はヘッセンベルク行列と呼ばれる非対称行列となる。

$$M \cdot \ddot{X} + C \cdot \dot{X} + K \cdot X = 0 \quad \dots\dots\dots(式8)$$

$$F = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & -K \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 & M \\ M & C \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} \lambda X \\ X \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(式9)$$

$$(F - \lambda \cdot G) q = 0 \quad \dots\dots\dots(式10)$$

$$(R - \lambda) q = 0 \quad \dots\dots\dots(式11)$$

(1) 質量マトリックスと減衰マトリックス

質量マトリックス

$$M = \begin{bmatrix} m & & & 0 \\ & m & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ 0 & & & m \end{bmatrix}$$

減衰マトリックス

$$C = \begin{bmatrix} c_0 + c_c & 0 \\ & c_c \\ & & \cdot \\ & & & \cdot \\ 0 & & & c_c \end{bmatrix}$$

$$c_c = 0.0007465 \text{ (tf}\cdot\text{s/m)}$$

$$\textcircled{1} C_c = 4.104 \text{ (tf}\cdot\text{s/m)}$$

$$\textcircled{2} C_c = 3.545 \text{ (tf}\cdot\text{s/m)}$$

$$m = 0.0253 \text{ (tf}\cdot\text{s}^2\text{/m)}$$

(2) 剛性マトリックス

ケーブルの剛性マトリックスは次のようになる。

剛性マトリックス

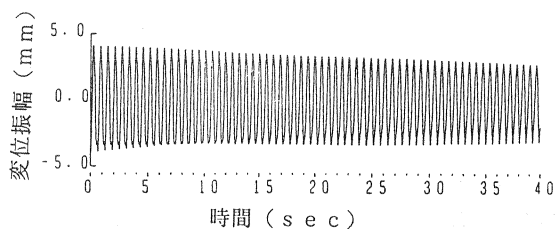
$$K = \begin{bmatrix} 2P/dl + K_c & -P/dl & & & \\ -P/dl & 2P/dl & -P/dl & & \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & \cdot & \cdot & \\ & & & -P/dl & 2P/dl \end{bmatrix}$$

$$P = 325 \text{ (tf)}$$

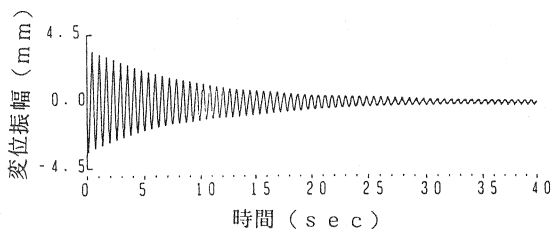
$$dl = L/20 = 3.725 \text{ (m)}$$

$$\textcircled{1} K_c = 21.866 \text{ (tf/m)}$$

$$\textcircled{2} K_c = 15.871 \text{ (tf/m)}$$



(a) ダンパー装着前の変位波形



(b) ダンパー装着後の変位波形

図-4(1) 減衰波形の一例

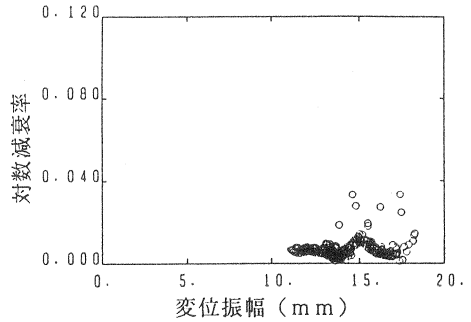
3-4 ダンパーを装着したケーブルのモード減衰

(式10)あるいは(式11)の固有値問題を解くことで、(式8)の減衰自由振動の複素固有値また複素固有ベクトルが得られる。n次の振動モードの複素固有値を λ_n 、複素固有ベクトルを q_n 、モード減衰係数を c_n 、モード剛性係数を k_n とすると(式12)の関係がある。モード減衰係数についても(式7)のような関係が成り立ち、ダンパー取付点の振幅を① $a = 0.4 \text{ cm}$ と仮定した時及び② $a = 1.0 \text{ cm}$ と仮定した時の、ケーブルの1次モードの対数減衰率 δ_1 と2次モードの対数減衰率 δ_2 は次のようになる。

$$\text{Re}(\lambda_n) = -\frac{c_n}{2}, \quad \text{Im}g(\lambda_n) = \frac{\sqrt{4k_n - c_n^2}}{2}, \quad \delta_n = \frac{c_n}{2f_n} \quad \dots\dots\dots(式12)$$

①ダンパー取付点の振幅 $a = 0.4$ (cm)

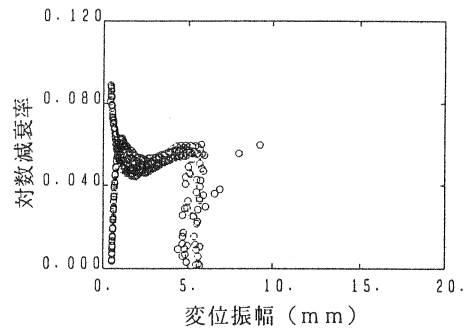
1次モード	2次モード
$Re(\lambda_1) = -0.1342$	$Re(\lambda_2) = -0.3861$
$Img(\lambda_1) = \pm 9.34$	$Img(\lambda_2) = \pm 18.79$
$c_1 = 0.2684$ (tf·s/m)	$c_2 = 0.7721$ (tf·s/m)
$T_1 = 0.6724$ (sec)	$T_2 = 0.3343$ (sec)
$f_1 = 1.487$ (Hz)	$f_2 = 2.991$ (Hz)
$\delta_1 = 0.090$ (40°C ; = 0.056)	$\delta_2 = 0.129$



(a) ダンパー装着前の対数減衰率

②ダンパー取付点の振幅 $a = 1.0$ (cm)

1次モード	2次モード
$Re(\lambda_1) = -0.1313$	$Re(\lambda_2) = -0.3911$
$Img(\lambda_1) = \pm 9.32$	$Img(\lambda_2) = \pm 18.73$
$c_1 = 0.2626$ (tf·s/m)	$c_2 = 0.7822$ (tf·s/m)
$T_1 = 0.6743$ (sec)	$T_2 = 0.3354$ (sec)
$f_1 = 1.483$ (Hz)	$f_2 = 2.982$ (Hz)
$\delta_1 = 0.089$ (40°C ; = 0.052)	$\delta_2 = 0.131$



(b) ダンパー装着後の対数減衰率

減衰を有する多節点の運動の各節点の変位は、その点の振幅(=最大変位)と位相角で表せる。そして、ある時刻を基準にとると、各節点の変位はずれた時刻に最大変位となる。

図-4(2) 対数減衰率の一例

4. 粘性ダンパーの減衰効果確認試験

粘性ダンパーを装着する前後にケーブルの減衰を計測した。加速度波形を加速度計で、自由減衰変位波形をレーザー変位計で計測した。試験実施日の気温は近くの測候所で17.1°Cであった。観測された最大振幅は4~5mm程度であった。なお、対数減衰率の算出は(式13)によった。ここで F_1 、 F_2 は1周期隔たった前後のデータ群のスペクトル値である。ダンパー装着前のケーブルの対数減衰率は1%程度であったが、装着後は6~8%と改善された。波形と対数減衰率の一例を図-4(1)、(2)に示す。

$$\delta_1 = \text{LOG} \cdot (F_1 / F_2) \quad \dots\dots(式13)$$

5. まとめ

- 1) 粘性ダンパーは振幅が大きくなると減衰効果が小さくなる特徴がある。従って、振幅が成長する以前に風から供給される励振エネルギーを吸収できる程の能力が無いと現象を防止できない。本稿のケーブル制振実施例では、ダンパー装着後のケーブルの1次モード減衰は対数減衰率6~8%と改善され、現在に至るまでレインバイブレイションは発現していない。なお、同様の固有振動数、類似した位置関係にある最上段ケーブル(S_1)が何故揺れなかったか興味深い。
- 2) (式1)中の粘性せん断を期待する断面積(S)は、本来の半分の数値を使用すると、実測減衰効果に対応する減衰係数 C_0 となった。

6. あとがき

本稿の投稿に当たっては、技術の発展に寄与できればという施主の配慮があったことを申し添えます。

【参考文献】 1) 斜張橋ケーブルの耐風安定性検討委員会：「斜張橋ケーブルの耐風性検討報告書」，(財)土木研究センター，1993年3月