

(84) 大偏心外ケーブルPC桁の耐荷機構の解析

鹿島建設(株)	土木設計本部	正会員	○山崎 啓治
水産庁	漁港部	正会員	高原 裕一
日本大学	大学院	正会員	佐々木養一
日本大学	理工学部	正会員	山崎 淳

1. はじめに

PC自旋式吊橋をモデルに、大偏心外ケーブルPC桁の終局状態までの耐荷機構を基本的な構造力学原理に従い解析を行った。全体構造系をケーブル、桁に分離しそれぞれの荷重分担を明らかにし、この構造形式の終局状態の安全性を確認した。また、材料非線形性、有限変位(幾何学的非線形性)を線形化することによって簡便な解析方法を示した。

大偏心外ケーブルPC桁は、荷重作用に対して外ケーブルと桁とがそれぞれ抵抗し、荷重作用レベル毎にケーブルと桁の荷重分担割合が異なるという複雑な耐荷機構を示す。ここでは、大偏心外ケーブル構造の力学挙動を明解に表しうる解析手法を用い、終局状態までの挙動を検討する。

2. 検討構造

検討に用いた構造を図1に示す。構造形式はPC自旋式吊橋とし、大偏心PC外ケーブルおよび支間長24.4+122+24.4m、幅員10mの3径間連続桁からなる。桁はRC構造とし桁高さ内には内ケーブルは配置しない。設計は供用状態でD+1/2Lの荷重でロードバランスとなるように行った。なお、設計に関する詳細は高原ら[1]による。

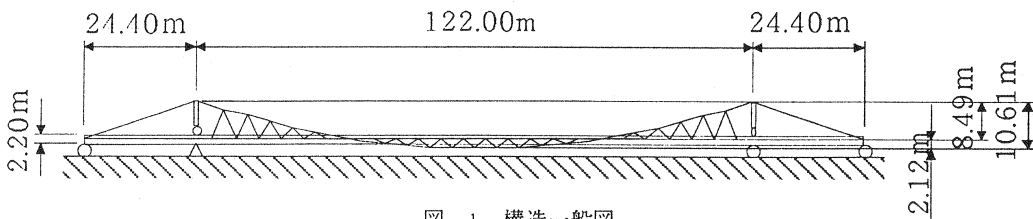


図-1 構造一般図

3. 構造解析方法

3.1 構造物全体系のモデル化

構造物を図2のように構造モデル化する。図中のように後述の仮定のもとに、ケーブルと桁とを切り放し、別々の構造系として考える。

ケーブルと桁の荷重の分担を以下のように仮定する。

- ・ケーブル形状は2次放物線とし、サグ・支間比B/lが小さいことから、ケーブルによる上向き荷重は等分布荷重 $w_c$ とする。

$$w_c = \frac{8PB}{l^2} \quad (1)$$

- ・ケーブルと桁のたわみの相互関係は支間中央のたわみ量を共有するものとし、中間支点と支間中央間の中間部でのケーブルのたわみと桁のたわみの違いは無視する。

- ・構造全体系荷重 $w_b$ はケーブルによる上向き荷重 $w_c$ と桁による荷重 $w_g$ の和によって表される。

以上の仮定に基づき構造解析はケーブルはケーブル系で、桁は鉛直荷重とケーブル系で算出されケーブル張力の反力である軸方向圧縮力を受ける

Beam-Column問題に帰着させる。

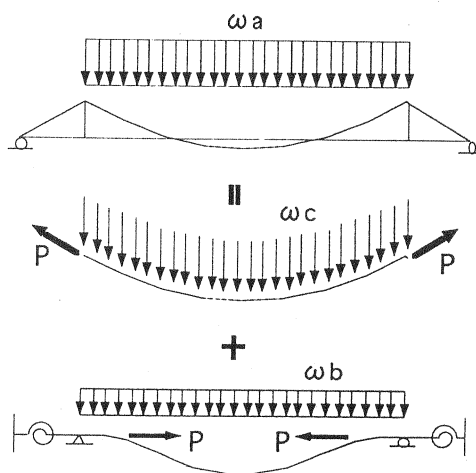


図-2 構造モデル

### 3.2 荷重～たわみ関係の計算方法

荷重～たわみ関係の計算方法の前提は以下のとおりとする。

- ・デコンプレッションまでは線形関係にあるので増分の足し合わせとする。
- ・デコンプレッション以降は、各状態ごとにデコンプレッション時を起点とした割線剛性を用いた線形計算(割線法)を行う。
- ・桁による荷重 $w_g$ と桁のモーメントは割線法により求めた値とデコンプレッション時の値の和とする。
- ・ケーブル剛性は第2降伏点までのバイリニア型、桁剛性はひびわれ発生、降伏を考慮したバイリニア型とする。
- ・ケーブル、桁それぞれについて算出される剛性の和によって荷重～たわみ関係が決まる。
- ・桁剛性の軸力の曲げ剛性への影響は無視する。(RCのP～M～ $\phi$ は今回は考慮しない。精査の場合は必要と思われる。)

### 3.3 ケーブルの荷重～たわみ関係

ケーブルの荷重～たわみ関係は式(1)と同様に以下の式により求まる。

$$w_c = \frac{8P(B+\delta)}{l^2} \quad (2)$$

ただし、Pは以下の手順により算出する。

1. 支間中央のたわみ $\delta$ によるケーブル弧長変化 $\Delta L$ の算出。
2. ケーブルの全長  $L_0 + L_1$
3. ケーブルのひずみ  $\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0 + L_1}$
4. ケーブル張力  $P = AE\epsilon$

図-3にケーブル張力～たわみ関係、図-4にケーブル荷重～たわみ関係を示す。

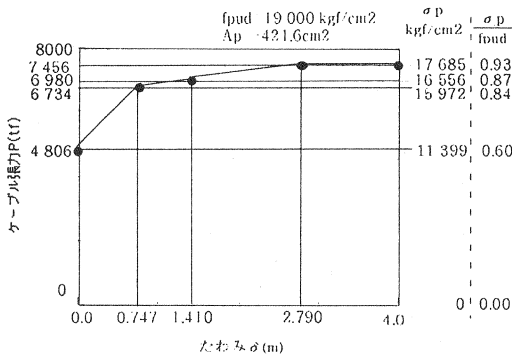


図-3 ケーブル張力～たわみ

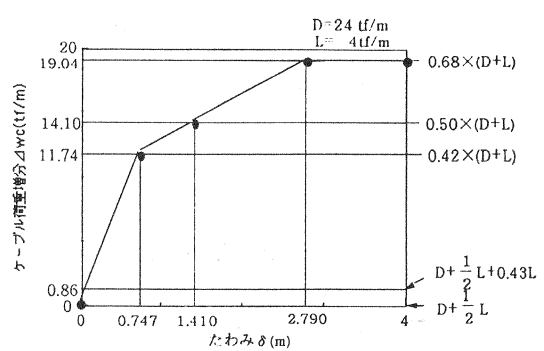


図-4 ケーブル荷重～たわみ

### 3.4 桁の荷重～たわみ関係

桁の構造解析モデルは荷重作用の増加とともに変化する桁の状態（中間支点断面、支間中央断面でのひびわれ発生）を考慮して図-5中の3モデルを各荷重レベルにおいて用いる。

桁の各部位のモデル化は以下のとおりとする。

- ・3径間の側径間は計算の簡単化のため、その効果（支点モーメント）を回転バネ $k_{A1}$ に代表させる。
- ・ひびわれ発生断面（中間支点断面、支間中央断面）はひびわれ発生後、ひびわれ発生領域の曲げ剛性をモデル化した回転バネ $k_B$ に置き換える（APPENDIX.1）。
- ・ただし、中間支点断面ひびわれ後の回転バネ値 $k_A$ は、 $k_{A1}$ と $k_B$ から算出されるが $k_{A1}$ の効果が16%と小さいので、計算の簡略化を図るといふ2点から以下のようにした。

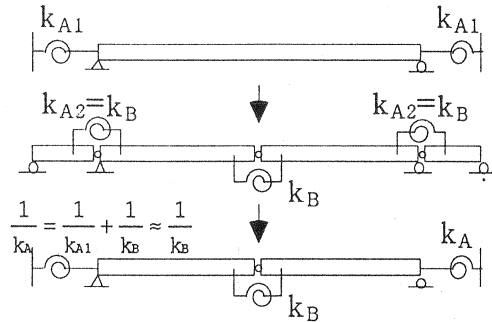


図-5 桁の解析モデル

$$\frac{1}{k_A} = \frac{1}{k_{A1}} + \frac{1}{k_B} \approx \frac{1}{k_B} \quad (3)$$

以上から、支点、桁支間中央断面ひびわれ発生後の桁による荷重～たわみ関係は以下の式から求まる。

$$\delta = \left\{ \frac{5}{48} M_0 \frac{\ell^2}{EI} \right\} \left\{ \left( 1 - \frac{6}{5} \alpha \right) + (1 - \alpha) \frac{12}{5} \frac{1}{k_B} \frac{EI}{\ell} \right\} \quad (4)$$

ここに、
$$M_0 = \frac{w_b \ell^2}{8} \quad (5)$$

また、
$$\alpha = \left( \frac{\frac{1}{2k_B} + \frac{\ell}{3EI}}{\frac{1}{k_A} + \frac{1}{2k_B} + \frac{\ell}{2EI}} \right) \quad (6)$$

3.5 有限変位解析の方法

曲率 $\phi$ 、軸力 $P$ 、モーメント $M$ およびたわみ $\delta$ を厳密に解析する方法は例えばTimoshenkoら [2] により示されている。本報告ではAPPENDIX 2に示すような $P\delta$ による曲げモーメント分布を放物線形に近似し求める有限変位理論の簡略解法によった。

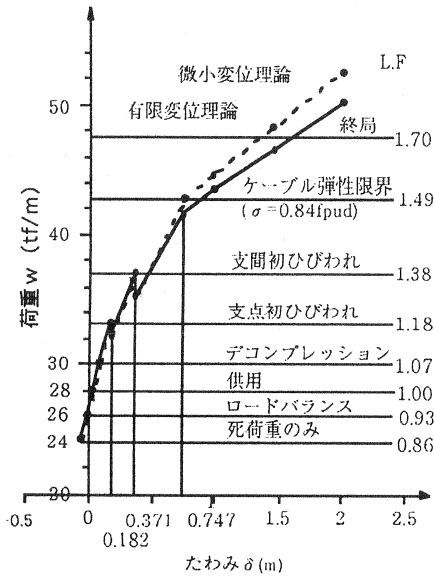


図-7 荷重-たわみ

4. 終局状態までの構造物の挙動

終局状態までの構造物の挙動を、図-7~図-10に示す。

構造物の終局状態における安全性を供用時の荷重(設計荷重作用時)の1.7倍のL.F.を確保する [3] こととすると、図7の構造全体系荷重-たわみ関係をみると本構造形式は安全性を満足する。

荷重の増加と桁・ケーブルの荷重分担比の推移を図8に示す。桁支間中央断面にひびわれが発生するまでは桁が60%負担しているが、ひびわれ発生後、桁の剛性低下によって25%まで低下する。

荷重の増加と支点モーメント、支間モーメントの全モーメントに対する比を図9に示す。支点モーメントの比は、桁支間中央断面にひびわれが発生するまでは線形弾性、微小変位理論に基づき62.5%となるが、ひびわれ発生後は桁の剛性の低下によりモーメントが分配され50%に近づいていく。

荷重の増加と $P\delta$ によるモーメントの全モーメントに対する比を図10に示す。荷重の増加、すなわちたわみの増加とともに $P\delta$ によるモーメントが増加していくが、桁支間中央断面にひびわれが発生するとその割合が急激に増加し、L.F.が1.7の状態では50%近くにもなる。

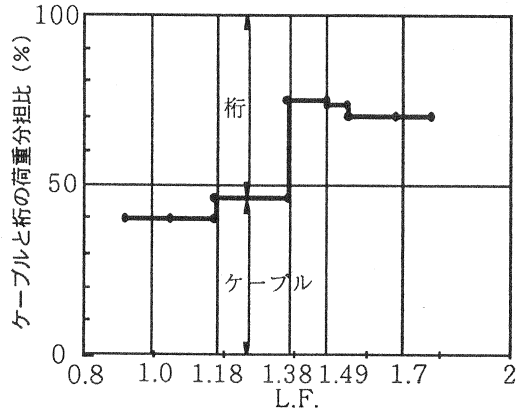


図-8 桁・ケーブルの荷重分担比

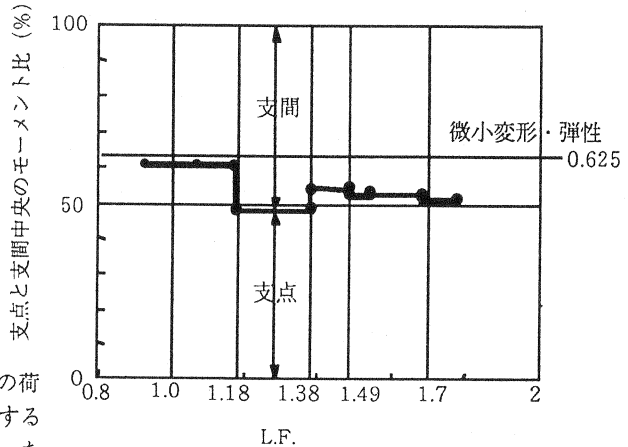


図-9 支点モーメント、支間モーメントの全モーメントに対する比

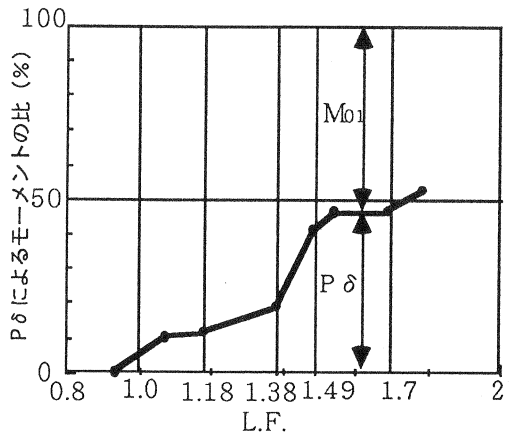


図-10  $P\delta$ によるモーメントの全モーメントに対する比

5. まとめ

- ・荷重レベル毎の外ケーブルと桁の荷重分担の割合を明らかにし、ケーブルの荷重分担割合が桁断面のひびわれ発生以降急激に増加し、7割になる。
- ・中間支点断面ひびわれ発生により、モーメントの再分配が生じる。
- ・たわみの増大とともに $P\delta$ によるモーメントが終局状態時(L.F.=1.7)には全モーメントの50%となる。
- ・ $P\delta$ 効果を考慮した有限変位解析を用い、少なくともL.F.=1.7の終局状態時の大偏心外ケーブルを有するPC白錠式吊橋の安全性を確認した。

APPENDIX.1 ひびわれ断面の取り扱い

ひびわれ発生による曲げ剛性の低下を考慮した回転バネ $k_B$ は以下のような値を用いた。

ひびわれ発生後の曲げ剛性 $(EI)_{cr}$ は全断面有効の曲げ剛性 $EI$ の1/3、ひびわれ発生区間 $l_{cr}$ は中央支間 $l$ の1/7.2と仮定し、ひびわれ発生による曲げ剛性の低下を考慮した回転バネ $k_B$ は以下のような値を用いた。

$$k_B = \frac{(EI)_{cr}}{l_{cr}} = \frac{12 EI}{5 l}$$

APPENDIX.2 有限変位理論の簡略解法

有限変位理論の簡略解法を以下に示す。

1. たわみ $\delta$ を任意に定める。
2. ケーブル張力 $P$ 、ケーブル荷重 $w_b$ が決まる。
3. 桁に載せることのできる荷重 $w_0$ を未知数として求める。
4. 桁の $w_0$ による全モーメント、 $M_{01} = \frac{w_b l^2}{8}$
5. 桁の $P\delta$ による全モーメント、 $M_{02} = P\delta$
6. 桁の支点における $w_0$ によるモーメント、 $\alpha_1 M_{01}$
7. 桁の支点における $P\delta$ によるモーメント、 $\alpha_2 M_{02}$
8. 桁のたわみ $\delta$ は、 $w_0$ によるモーメントと $P\delta$ によるモーメントによって生じたものである。
9. ここで仮定を立てる。(モーメントとたわみの関係の計算の簡単化のため。精度向上のためには $P \sim M \sim \phi$ 関係に忠実に、たわみを積分して求める周知の方法がある。)

仮定： $P\delta$ によるモーメントの分布は放物線形とする。すると、 $P\delta$ によるモーメント、 $w_0$ によるモーメント、それらの和によるモーメントは、支点、支間中央、その中間を含め、すべて全モーメントと支点でのモーメントの割合 $\alpha$ で記述できる。

10.  $w_0$ と $P\delta$ の作用のもとに釣り合い状態にある桁で

$$\text{モーメント } M_{03} = M_{01} + M_{02}$$

$$\text{支点モーメント} = \alpha M_{03}$$

ここで、

$$\alpha = \frac{\alpha_1 M_{01} + \alpha_2 M_{02}}{M_{01} + M_{02}}$$

11. すなわち、 $w_0$ と $P\delta$ の作用下で釣り合い状態にある桁で $\delta$ 、 $M_{03}$ 、 $\alpha$ の関係は一意に決まる。
12. 未知のモーメント $M_{01}$ 、荷重 $w_0$ は以下の手順で決まる。

13. 支点モーメントの全モーメント $M_{03}$ に対する割合の係数(未知数)  $\alpha_x$ の値を仮定する。
14. 全モーメント $M_{03}$ は $\delta$ と $\alpha_x$ を用い、前項10.での式()を変形した次式で求まる。
15.  $w_b$ による桁の全モーメント $M_{01}=M_{03}-M_{02}$
16.  $w_b$ と $P\delta$ による桁の支点モーメントの全モーメントに対する割合

$$\alpha = \frac{\alpha_1 M_{01} + \alpha_2 M_{02}}{M_{03}}$$

17. 仮定した $\alpha_x$ と算出した $\alpha$ を比較する。許容誤差(3%程度)以内なら終了。必要があれば13.に戻り反復収束。
18. ケーブルと桁からなる構造の全体系にかかる荷重は $w_a = w_b + w_c$

### APPENDIX.3 記号の定義

D:死荷重	$w_c$ :ケーブルによる上向き等分布荷重(tf/m)
L:活荷重	$w_b$ :桁による等分布荷重(tf/m)
P:ケーブル張力(tf)	$w_s$ :構造全体系荷重(= $w_c + w_b$ ) (tf/m)
$L_0 + L_1$ :ケーブル全長(m)	$k_A$ :ひびわれ後の中間支点に付く回転バネ値
$\delta$ :たわみ(m)	$k_B$ :ひびわれ後の剛性低下をモデル化した回転バネ値
B:サグ量(m)	L.F.:ロードファクター。荷重係数。本報告ではD+Lに乗ずる
l:中央支間長(m)	倍数と定義する。

### 謝辞

本報告は、第一著者(山崎啓治)が、日本大学大学院理工学研究科土木工学専攻課程に在籍中に修士論文の一環として行った研究に加筆したものである。原稿作成に協力頂いた河野弘来氏(平成8年度卒研生)に厚く御礼申し上げる。

### 参考文献

- [1] 高原・山縣・藤田・山崎:大偏心外ケーブルPC桁の設計の合理性、PC技術協会第6回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集、1996.10
- [2] Stephen P. Timoshenko and James M. Gere: Theory of Elastic Stability(Second Edition), McGraw-Hill 1963
- [3] (社)日本道路協会:道路橋示方書(Ⅰ共通編・Ⅲコンクリート橋編)・同解説、1994.2
- [4] 佐々木・山崎(啓)・高原・山崎:大偏心外ケーブルPCモデル桁の載荷実験、PC技術協会第6回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集、1996.10