

(107) 大偏心外ケーブルPC桁の強度に及ぼすスパン長の影響

日本大学	大学院	正会員	○河野 弘来
日本大学	大学院	正会員	井戸 功誠
住友建設(株)	技術研究所	正会員	梅津 健司
日本大学	理工学部	正会員	山崎 淳

1. はじめに—目的と方法

大偏心外ケーブルPC桁には種々の形式があり、力学性能の要求値に過不足のない設計をした場合の構造諸元は多様に変化する。この種の構造の道路橋への適用の場合、供用限界状態においてフルプレストレスの条件で設計しても、それを超える荷重に対しては桁内付着ケーブルの桁とはかなり異なる挙動を示す。

3スパン連続箱桁梁のモノケーブル自碇式PC吊橋の中央スパン長を120,180,270mとした場合の可能な形状、即ちケーブルサグ、桁断面積を文献[1]の様に設計した場合の終局限界状態までの挙動を、材料および幾何非線形性を考慮し、釣り合いと変形の条件を満たすが、剛性分布などの構造特性を簡略化したモデルの構造解析により示した。

2. 解析の対象とした構造

3スパン連続箱桁梁のモノケーブル自碇式PC吊橋の中央スパン長を120、180、270mとした場合の可能な形状、即ちケーブルサグ、桁断面積を道路橋を想定して決定したものである。(図-1・図-2)

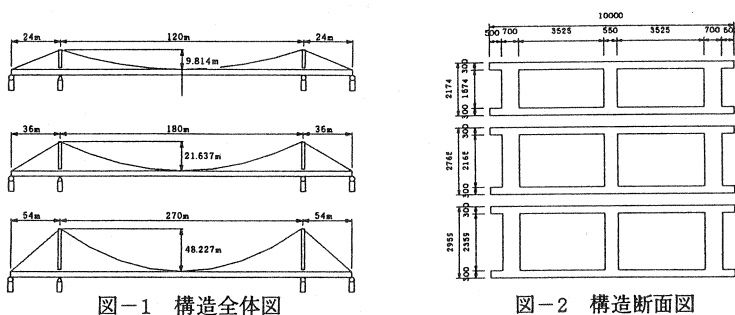


図-1 構造全体図

図-2 構造断面図

3. 解析の方法

モデルとした自碇式PC吊橋では、たわみ δ の増大につれてケーブル張力Pが増大し、桁に作用する $P\delta$ 効果により曲げモーメントが発生するため、桁の曲げ強度の一部が消費され重力荷重に対する抵抗が減ずる。

この $P\delta$ 効果を定量的に得る計算方法は既報[2]をより簡便化した方法であり、以下に述べている。

また、数値例を巻末に示した。

3.1 構造物全体系のモデル化

構造物の応答を図-3のようにモデル化する。ケーブルと桁とを切り放し、別々の構造物として考える。

- ・ケーブルと桁のたわみの相互関係はスパン中央のたわみ量のみを共有するものとする。
- ・構造全体荷重 w はケーブルによる上向き荷重 w_c と桁による荷重 w_b の和によって表される。その他の仮定の構造物全体系のモデル化に関する詳細は山崎ら[2]による。

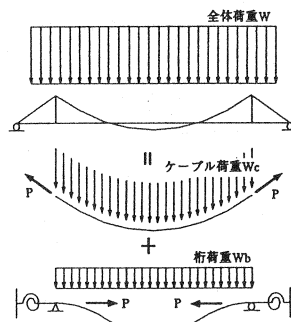


図-3 構造モデル図

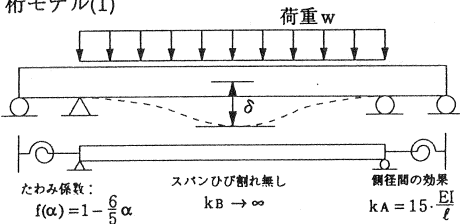
3.2 荷重～たわみ関係の計算方法

荷重～たわみ関係の計算方法の前提は以下のとおりとする。

- ・デコンプレッションまでは線形関係にあるので増分の足し合わせとする。
- ・デコンプレッション以降は、各状態ごとにデコンプレッション時を起点とした割線剛性を用いた線形計算(割線法)を行う。
- ・桁による荷重 w_0 と桁のモーメントは割線法により求めた値とデコンプレッション時の値の和とする。
- ・ケーブル材料の剛性(応力～ひずみ)は土木学会示方書に示されたものとする。(図-4)
桁剛性はひびわれ発生を考慮したバイリニア型とし、終局まで降伏させないものとする。
- ・今回の解析における終局の定義は、(1)ケーブル応力が $0.93f_{pud}$ に達した時、(2) $P\delta$ モーメント M_{02} が全モーメント M_{01} を超えた時、(3)支点もしくはスパンのモーメントの計算値が負となった時、とした。

4. モーメントの支点とスパンへの配分方法

桁モデル(1)



荷重wによるモーメント

$$\alpha_1 = \frac{1}{\frac{1}{k_A} + \frac{1}{2k_B + 2EI}}$$

Pδによるモーメント

$$\alpha_2 = \frac{1}{\frac{1}{k_A} + \frac{1}{2k_B + 2EI}}$$

スパン:

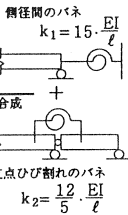
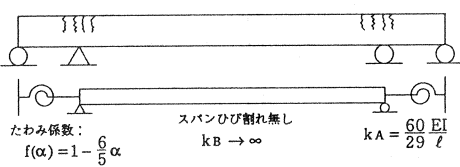
$$(1-\alpha_1) = \frac{1}{\frac{1}{k_A} + \frac{1}{2k_B + 2EI}}$$

スパン:

$$(1-\alpha_2) = \frac{1}{\frac{1}{k_A} + \frac{1}{2k_B + 2EI}}$$

たわみの計算式: $\delta = f(\alpha) \frac{5}{384} \frac{w l^4}{EI}$

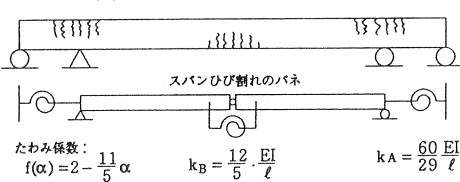
桁モデル(2)



係数計算値

	荷重モーメント		Pδモーメント		たわみ
	支点	スパン	支点	スパン	
桁 M(1)	α_1	$1-\alpha_1$	α_2	$1-\alpha_2$	$f(\alpha)$
桁 M(2)	0.588	0.412	0.441	0.559	0.294
桁 M(3)	0.339	0.661	0.254	0.746	0.593
	0.455	0.545	0.384	0.616	1.000

桁モデル(3)



・桁モデル(2)(3)でのひび割れ断面を曲げバネ付ヒンジに置き換えたバネ定数は、ひび割れ断面剛性: $(EI)_{cr} = \frac{EI}{3}$ 、ひび割れ範囲の長さ: $l_{cr} = \frac{l}{7.2}$ 、と仮定して求めた。すると、ひび割れ断面のパネ定数: $k_2 = \frac{(EI)_{cr}}{l_{cr}} = \frac{12}{5} \frac{EI}{l}$

・ひび割れ発生以降の支点のパネ定数 k_A は、側径間のバネ定数 k_1 とひび割れ断面のパネ定数 k_2 を合成した。直列のパネ配置より、 $\frac{1}{k_A} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \left(\frac{1}{15} + \frac{5}{12}\right) \frac{l}{EI} = \frac{29}{60} \frac{l}{EI} \therefore k_A = \frac{60}{29} \frac{EI}{l}$

5. ケーブル張力・荷重～たわみ関係

コンクリート標準示方書にPC鋼材の応力～ひずみ曲線が示されている。(図-4)

ケーブルのたわみと伸びの関係は、計算に先立ってあらかじめ計算しておく。結果はほぼ線形になるので、以下の計算では(図-5)の様に区間線形化した関係を用いる。折れ曲がり点は応力 $0.84f_{pud}$ に対応する。以下にスパン長: $l=120, 180, 270m$ 各々のケーブル張力・荷重～たわみ関係図を示す。(図-5)

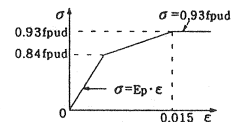


図-4 ケーブルの $\sigma \sim \epsilon$ 関係

荷重～たわみ関係図

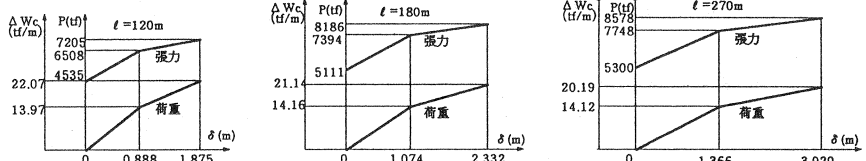
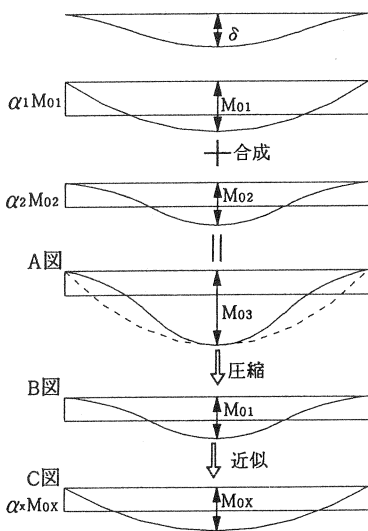


図-5 ケーブル張力・荷重～たわみ関係図

6. Pδ効果の計算の考え方と方法



たわみδ：既知または与える

M01：桁荷重による全モーメント

微小変位理論による。

また $M_{01} = \frac{w\ell^2}{8}$ である。

M02：Pδ効果による全モーメント

$M_{02} = P \times \delta$ (P：桁に作用する軸圧縮力)

桁荷重によるモーメント分布とPδ効果によるモーメント分布を足し合わせる。

M03：単なる和 ($M_{03} = M_{01} + M_{02}$)

力学的には、このようなモーメントの分布が

存在するわけではない。

B図はA図をM03の長さがM01の長さと同じになるように圧縮したもの。

C図は計算の便宜のためB図を2次パラボラ(放物線)に近似したもの。

このように近似することによって、与えられたδに対して以下の式で

α_x が計算できる。

スパンひび割れ無しの場合	スパンひび割れ有りの場合
$\alpha_x = \frac{5}{6} \left(1 - \frac{48EI}{5\ell^2} \frac{\delta}{M_{0x}} \right)$	$\alpha_x = \frac{5}{11} \left(2 - \frac{48EI}{5\ell^2} \frac{\delta}{M_{0x}} \right)$

7. 解析結果と考察

解析結果をグラフを用いて示し考察を加える。

道路橋示方書 [5] 規定から構造物の終局状態における安全性を設計荷重作用時の1.7倍を確保することとする。図-6の構造全体系の荷重～たわみ関係を見ると、スパン長 $\ell = 120\text{m}$ と 180m では終局時のL.F. [Load Factor: 荷重/(D+L)] が1.7を超えているが、 $\ell = 270\text{m}$ は1.7に達せず、終局(ケーブルの想定した終局0.93 fpud)に達する前にスパンモーメントが $\delta = 1.363\text{m}$ (スパンひび割れ時) で負に転じたので、この時点で終局となった。(L.F.=1.48) 各限界状態に達するL.F.はスパン長が長くなるにつれて低下している。

桁に働くモーメントに対するPδモーメントの比を図-7に示す。(次頁)

終局時の各スパン長におけるPδモーメントの割合は、 $\ell = 120\text{m}$ で55% (ケーブル終局時)、 $\ell = 180\text{m}$ で73% (ケーブル終局時)、 $\ell = 120\text{m}$ で73% (スパンひび割れ時) であり、スパン長が長くなるにつれてPδモーメント

の割合が増加することを示している。いずれのスパン長に対しても、終局に推移するに従ってPδモーメントが桁に働くモーメントの半分以上を占めている。

桁が負担する全モーメントに対する支点及びスパンに作用するモーメントの比率を図-8に示す。(次頁)

桁剛性の変化により、支点とスパンの分担割合が変化している。スパン長 $\ell = 270\text{m}$ で、スパンひび割れ時にスパンモーメントが負 (-94tf·m) に転じたので、この時点で終局とした。

有限変位理論における支点・スパンへのモーメント分配は桁のみでは定まらない。桁の剛性以上にPδ効果による支点・スパンへのモーメント分配の方が支配的である。 $\ell = 180\text{m}$ 終局時の桁荷重モーメント (支点：5306tf·m、スパン：1927tf·m)、Pδモーメント (支点：19089tf·m、スパン：7342tf·m)。

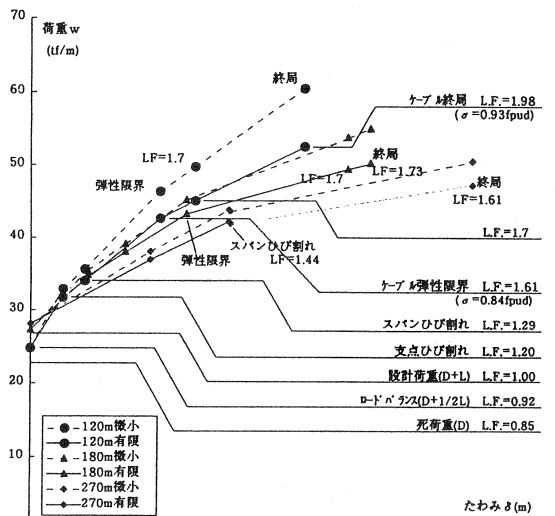


図-6 全体荷重～たわみ

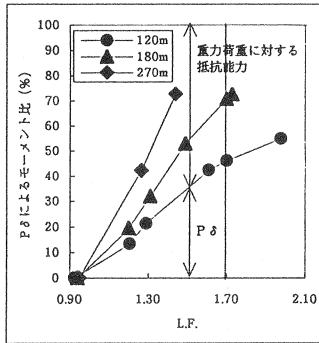


図-7 Pδによるモーメントの桁作用モーメントに対する比

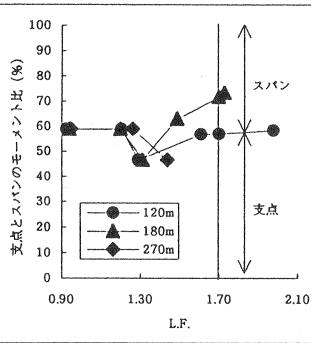


図-8 支点モーメント、スパンモーメントの桁荷重全モーメントに対する比

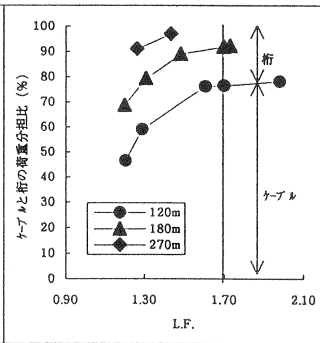


図-9 桁・ケーブルの荷重分担比

全体荷重に対してケーブルの受け持つ荷重分担比を図-9に示す。

スパンひび割れ以降、桁は徐々に剛性を失い、終局時では構造全体に作用している荷重がほぼケーブルのみで支持されている。(ケーブル分担割合 120m:78%、180m:92%、270m:97%)。

スパン長が長くなるほど、ケーブル分担割合が増加している。

桁とケーブルの荷重分担の初期値として、支点ひび割れ時の各スパン長毎の荷重分担割合を用いた。

8. まとめ

- ・各着目限界状態(桁ひび割れ、ケーブル弾性限界など)に達するL.F.はスパン長が長くなるにつれて低下し、全体荷重～たわみ曲線の傾きも緩やかになる。
- ・スパン長が長くなるにつれてPδモーメントの桁に働くモーメントに対する割合は増加し、各スパン長で50%以上を占める。
- ・スパン長が長くなるほど、ケーブル分担割合が増加する。

9. 計算例

スパン長 $l=120\text{m}$ の構造について一連の計算過程を示す。

条件及び設計された諸元

スパン長 $l=120\text{m}$ 、桁高 $h=2.174\text{m}$ 、桁断面積 $A=9.069\text{m}^2$ 、断面係数 $Z=5.471\text{m}^3$ 、断面二次モーメント $I=5.946\text{m}^4$ 、桁の弾性係数 $E=2.8 \times 10^6\text{tf/m}^2$ 、1/2許容圧縮応力度 $\sigma_0=50\text{kgf/cm}^2=500\text{tf/m}^2$ 、ケーブル断面積 $A_p=407.8\text{cm}^2$ 、 $f_{pud}=19000\text{kgf/cm}^2$ 、ケーブルサグ $B=9.814\text{m}$ 、死荷重 $D=22.67\text{tf/m}$ 、活荷重 $L=4.1\text{tf/m}$

step0 ケーブル張力～たわみ関係、ケーブル上向き荷重～たわみ関係、の計算

(1)ロードバランス時導入プレストレス力の計算 ($\delta=0$ 時)

(2)ケーブル張力は桁軸圧縮応力の仮定より、初期張力 $F=\sigma_0 \times A=500 \times 9.069=4534.5\text{tf}$

(3) $\sigma_y=0.84f_{pud}$ 時(ケーブル弾性限界時)のたわみを別途計算する。→ $\delta_y=0.888\text{m}$ (井戸 [1] による)

(4)ケーブル張力 $P_y=A_p \times 0.84f_{pud}=407.8 \times 0.84 \times 19000=6508488\text{kgf}=6508\text{tf}$

同様に $\sigma_u=0.93f_{pud}$ 時 → $\delta_u=1.875\text{m}$ → ケーブル張力 $P_u=7205\text{tf}$

(5)ケーブル弾性限界時: $\delta_y=0.888\text{m}$ $\Delta W_c = \frac{8P(B+\delta)}{l^2} - \frac{8FB}{l^2} = \frac{8 \times 6508 \times (9.814 + 0.888)}{(120)^2} - \frac{8 \times 4534.5 \times 9.814}{(120)^2} = 13.97\text{tf/m}$

ケーブル終局時: $\delta_u=1.875\text{m}$ $\Delta W_c = \frac{8 \times 7205 \times (9.814 + 1.875)}{(120)^2} - \frac{8 \times 4534.5 \times 9.814}{(120)^2} = 22.07\text{tf/m}$ 以上から図-5を得る。

荷重増分L/2時のたわみ $\delta=0.06\text{m}$ (ロードバランスから設計荷重(D+L)までの増分)

(6)図-5からたわみ $\delta=0.06$ mの時のケーブル張力 $P=4668$ kgf、ケーブル荷重 $\Delta W_c=0.94$ tf/mを得る。

(7) $\delta=0.06$ mの時→桁モデル(1)、 $f(\alpha)=0.294$ より、

$$\text{桁荷重: } w_b = \frac{384 EI}{5 \ell^4 f(\alpha)} \delta = \frac{384}{5} \cdot \frac{(2.8 \times 10^6) \cdot (5.946)}{(120)^4} \cdot \frac{1}{(0.294)} \cdot (0.06) = 1.25 \text{ tf/m}$$

スパンデコンプレッション時の計算

スパンデコンプレッションとは、支점에既にひび割れが発生し、スパンのひび割れが開き始める状態である。

step1 支点デコンプレッション (ロードバランスからの増分)

(8)支点・スパンともひび割れ無し→桁モデル(1)、支点： $\alpha=0.588$ 、スパン： $1-\alpha=0.412$ 、 $f(\alpha)=0.294$ 、
(本論文2/6係数計算値より)

(9)デコンプレッションモーメント： $M_{deco} = \sigma_0 \times Z = 500 \times 5.471 = 2736$ tf·m；支点モーメント

$$(10) \text{全モーメント: } M_0 = \frac{M_{deco}}{\alpha} = \frac{2736}{0.588} = 4650 \text{ tf·m}$$

$$(11) \text{スパンモーメント} = (1-\alpha) \times M_0 = 0.412 \times 4650 = 1915 \text{ tf·m}$$

$$(12) \text{桁荷重: } w_b = \frac{8M_0}{\ell^2} = \frac{8 \times 4650}{(120)^2} = 2.58 \text{ tf/m}$$

$$(13) \text{たわみ: } \delta = f(\alpha) \frac{5 \ell^4}{384 EI} w = 0.294 \times \frac{5}{384} \frac{(120)^4}{(2.8 \times 10^6) \times 5.946} \times 2.58 = 0.123 \text{ m}$$

(14)ケーブル荷重： ΔW_c 図-5より、 $\delta=0.123$ mに対するケーブル荷重 $\Delta W_c=1.94$ tf/m

step2 スパンデコンプレッション時の計算 (支点デコンプレッションからの増分)

(15)支点ひびわれ・スパンひび割れ無し→桁モデル(2)、支点： $\alpha=0.339$ 、スパン： $1-\alpha=0.661$ 、 $f(\alpha)=0.593$ 、

(16)スパンデコンプレッションになるのに必要なモーメント (支点デコンプレッションからの増加分)

$$= M_{deco} - (\text{支点デコンプレッション時のスパンモーメント}) = 2736 - 1915 = 821 \text{ tf·m}$$

$$(17) \text{全モーメント: } M_0 = \frac{821}{0.661} = 1241 \text{ tf·m}、\text{ 支点モーメント} = 0.339 \times 1241 = 421 \text{ tf·m}$$

$$(18) \text{桁荷重: } w_b = \frac{8 \times 1241}{(120)^2} = 0.690 \text{ tf/m}、\text{ たわみ: } \delta = 0.593 \times \frac{5}{384} \frac{(120)^4}{(2.8 \times 10^6) \times 5.946} \times 0.690 = 0.066 \text{ m}$$

(19)ロードバランスからの増分を計算する。(支点デコンプレッション時の各数値を足し合わせる)

$$\text{全モーメント: } M_0 = 1241 + 4650 = 5892 \text{ tf·m}、\text{ 支点モーメント: } 421 + 2736 = 3156 \text{ tf·m}$$

$$\text{スパンモーメント: } 821 + 1915 = 2736 \text{ tf·m}、\text{ 桁荷重: } w_b = 0.69 + 2.58 = 3.27 \text{ tf/m}$$

たわみ： $\delta = 0.066 + 0.123 = 0.190$ m、ケーブル荷重： $\delta = 0.190$ mに対して $\Delta W_c = 2.98$ tf/m 以上を初期値とする。

スパンデコンプレッション以降は桁の剛性が一定(桁モデル(3))であるから、区間線形とみなすことができる。
以降スパンデコンプレッションを初期値としてスパンデコンプレッションからの増分として計算する。

step3 微小変位理論での計算

(20)たわみ $\delta=1.126$ m (任意に与える)

(21)スパンデコンプレッションからのたわみ増分： $\delta = 1.126 - 0.190 = 0.936$ m

$\delta = 1.126$ mの領域では支点・スパンともひび割れているので用いる桁モデルは(3)。

$$(22) \text{桁荷重: } w_b = \frac{384 EI}{5 \ell^4 f(\alpha)} \delta = \frac{384}{5} \cdot \frac{(2.8 \times 10^6) \cdot (5.946)}{(120)^4} \cdot \frac{1}{(1.000)} \cdot (0.936) = 5.77 \text{ tf/m}$$

$$(23) \text{桁全モーメント: } M_{01} = \frac{(5.77) \cdot (120)^2}{8} = 10389 \text{ tf·m}、\text{ 支点モーメント: } M_{A1} = (0.455) \times (10389) = 4722 \text{ tf·m}$$

$$\text{スパンモーメント: } M_{B1} = (1-\alpha_1) M_{01} = (0.545) \times (10389) = 5667 \text{ tf·m}$$

(24)たわみ $\delta=1.126$ mに対するケーブル荷重 $\Delta W_c=15.92$ tf/m (図-5より)

$$(25) \text{全体荷重: } w = w_{deco} + w_b + \Delta W_c = 3.27 + 5.77 + 15.92 = 24.97 \text{ tf/m}$$

$$(26) \text{荷重倍率(ロード ファクター): } L.F. = \frac{(D + \frac{1}{2}L) + w}{(D+L)} = \frac{(22.67 + \frac{1}{2} \times 4.1) + 24.97}{(22.67 + 4.1)} = 1.86$$

step4 有限変位理論での計算 (Pδ効果を考慮する)

(27)たわみδ=1.126mに対するケーブル張力:P=6676 tf (図-5より)

(28)Pδモーメント: M₀₂ = P × δ = (6676) × (1.126) = 7515 tf · m

(29)支点モーメント: M_{A2} = α₂M₀₂ = (0.385) × (7515) = 2890 tf · m

(30)スパンモーメント: M_{A2} = (1 - α₂)M_{B2} = (0.615) × (7515) = 4624 tf · m

(31)合成近似モーメント: M_{0x} = M₀₁ = 10389 tf · m

(32)桁モデル(3)での全モーメント M_{0x} に対する支点モーメントの係数 α_x の計算。

$$\alpha_x = \frac{5}{11} \left(2 - \frac{48 EI_c}{5 \ell^2 M_{0x}} \right) = \frac{5}{11} \left(2 - \frac{48}{5} \frac{(2.8 \times 10^6) \times (5.946)}{(120)^2} \cdot \frac{(0.936)}{(10389)} \right) = 0.455$$

(33)支点モーメント: M_{AX} = α_xM_{0x} = (0.455) × (10389) = 4722 tf · m

(34)スパンモーメント: M_{BX} = (1 - α_x)M_{0x} = (1 - 0.455) × (10389) = 5667 tf · m

(35)桁の支点・スパンモーメントからPδモーメント M_{A2}・M_{B2}を各々差し引く。

支点モーメント: M_A = M_{AX} - M_{A2} = 4722 - 2890 = 1832 tf · m

スパンモーメント: M_B = M_{BX} - M_{B2} = 5667 - 4624 = 1042 tf · m

(36)桁が受け持つ全モーメント: M₀ = M_A + M_B = 1832 + 1042 = 2875 tf · m

(37)桁荷重: w_b = $\frac{8M_0}{\ell^2} = \frac{8 \times (2875)}{(120)^2} = 1.60$ tf/m (スパンコンプレッションからの増分)

(38)全体荷重: w = w_{deco} + w_b + Δw_c = 3.27 + 1.60 + 15.92 = 20.79 tf/m

(39)設計荷重に対する荷重倍率: L.F. = $\frac{(D + \frac{1}{2}L) + w}{(D + L)} = \frac{(22.67 + \frac{1}{2} \times 4.1) + 20.79}{(22.67 + 4.1)} = 1.70$

たわみδ=1.126mに対して、L.F.=1.70を得た。

(40)この時の桁が受け持つモーメント及び荷重のロードバランスからの増分の計算

全モーメント = M₀ + M_{01(deco)} = 2875 + 5892 = 8766 tf · m

支点モーメント = M_A + M_{A1(deco)} = 1832 + 3156 = 4988 tf · m、スパンモーメント = M_B + M_{B1(deco)} = 1042 + 2736 = 3778 tf · m

桁荷重 = w_b + w_{b(deco)} = 1.60 + 3.27 = 4.87 tf/m

ケーブル荷重 = Δw_c = 15.92 tf/m (δ=1.126に対するケーブル荷重 Δw_c 図-5より)

(41)検討に用いる各比率の計算

・全モーメントに対するPδモーメントの比 = $\frac{M_{02}}{M_{01}} = \frac{7515}{8766 + 7515} = 0.46$

・桁負担全モーメントに対する支点モーメントの比 = $\frac{M_A + M_{A1(deco)}}{M_0 + M_{01(deco)}} = \frac{4988}{8766} = 0.569$

・桁負担全モーメントに対するスパンモーメントの比 = $\frac{M_B + M_{B1(deco)}}{M_0 + M_{01(deco)}} = \frac{3778}{8766} = 0.431$

・ケーブルの荷重分担比 = $\frac{\Delta w_c}{w} = \frac{15.92}{20.79} = 0.77$ 、桁の荷重分担比 = $\frac{w_b}{w} = \frac{4.87}{20.79} = 0.23$

参考文献

- [1] 井戸・河野・藤田・山崎：大偏心外ケーブルPC桁の構造諸元に及ぼすスパンの影響、PC技術協会第7回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集、1997.10
- [2] 山崎(啓)・高原・佐々木・山崎：大偏心外ケーブルPC桁の耐荷機構の解析、PC技術協会第6回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集、1996.10
- [3] 高原・山縣・藤田・山崎：大偏心外ケーブルPC桁の設計の合理性、PC技術協会第6回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集、1996.10
- [4] 佐々木・山崎(啓)・高原・山崎：大偏心外ケーブルPCモデル桁の載荷実験、PC技術協会第6回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集、1996.10
- [5] (社)日本道路協会：道路橋示方書 (I 共通編・IIIコンクリート橋編)・同解説、1994.2
- [6] 土木学会：コンクリート標準示方書、1996