

(126) PCタンクの静的非線形解析

オリエンタル建設(株)	技術研究所	正会員	○江口 信三
同	上	正会員	大谷 悟司
同	上	正会員	吉岡 民夫
九州工業大学	工学部		高西 照彦

1. はじめに

1995年の兵庫県南部地震を契機に、巨大地震に対して、コンクリート構造物の耐震性能を、部材のじん性を考慮に入れて照査する手法が主流となってきた。そのためにはコンクリートのひび割れや鋼材の降伏などの材料の非線形性を考慮に入れた解析が必要となる。プレストレストコンクリート(PC)タンクのような軸対称構造物では、3次元シェル要素や軸対称シェル要素を用いた非線形有限要素法が汎用的である。しかるに、これらの有限要素法は、未だ誰でもがいつでも使えるとはいいい難く、また、自由度が多くなり、繰り返し計算を前提とする非線形解析では、演算時間が膨大となってしまう。

PCタンクのような軸対称構造物の場合、それを線形領域で2次元問題に置換できることはよく知られている¹⁾。そこで、軸対称な円筒形PCタンクを、2次元汎用非線形有限要素法を用いて計算することが出来ると、それは演算時間の節約となり、実務設計上有用であると考えられる。本研究は、軸対称な円筒形PCタンクを、ある幅で鉛直に切り出した片持ばりに、線形領域において等価に半径方向変位をコントロールでき、かつ、ひび割れ発生後のコンクリート引張部材の非線形特性を有する半径方向仮想部材を水平に接続し、2次元モデルとして非線形解析する方法を検討するものである。

2. 構造モデル

地震時動液圧などの逆対称荷重が作用する場合の等厚直立円筒シェルの支配方程式は、円筒シェルの基礎式を構成する釣合式のうちの一つを、直立円筒シェルの水平面上の側壁断面において、外荷重と断面力によって生じるモーメントが釣り合うという、大域的なモーメントの釣合式で置き換えることによって、タンク側壁の法線方向の変位wに関して、次式で表すことが出来る¹⁾。

$$w^{(4)} - \frac{2(2-\nu)}{a^2} w^{(2)} + \frac{12(1-\nu^2)}{(at)^2} w = \frac{1}{D} \left[p_0^{(2)}(x) - \frac{2}{a^2} p_0(x) + \frac{1}{a^4} \int_0^x p_0(x) dx + \alpha x + \beta \right] \dots (1)$$

ここに 肩付添字記号(i) : i階の微分

E、ν : ヤング係数およびポアソン比

a : タンク半径

t : 壁厚

$$D : \text{曲げ剛性} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$p_0(x) = \int_0^{H_0-x} (H_0-x-\xi) p_0(\xi) d\xi$$

H₀ : 水深

x、ξ : 側壁下端および上端からの距離

p₀(ξ) : 荷重

α、β : 積分定数

式(1)の左辺第2項は、数値解析結果に与える影響が小さいので、これを無視すると、式(1)左辺は軸対称荷重が作用する直立円筒シェルに支配方程式と同じである。式(1)右辺において、積分定数 α 、 β が含まれている。これらの積分定数は側壁下端($x=0$)における1階～3階微分値 $w^{(1)}$ 、 $w^{(2)}$ 、 $w^{(3)}$ によって定まるので、式(1)を厳密に解くには、 $x=0$ において $w^{(1)}=w^{(2)}=w^{(3)}=0$ を出発値とした繰返し計算が必要となる。しかし、筆者らの研究により、 $x=0$ において $w^{(1)}=w^{(2)}=w^{(3)}=0$ として解を求めても、その結果は実務的な耐震設計を行うために、十分な精度の解析解が得られることが判っている¹⁾。

式(1)において、左辺第2項を無視すれば、それは弾性床の上のはりの方程式と同じであって、左辺第3項の係数は、部材垂直方向の単位面積当りのばね定数 k_v を表わし、次式で表すことができる。

$$k_v = \frac{E t}{a^2} \dots\dots\dots (2)$$

円筒から切り取ったはりモデルに、式(2)で表される垂直ばねを付与することによって、逆対称荷重が作用する直立円筒シェルに対する解析モデルとしての等価はりモデルを構成することができる。この等価はりモデルは平面骨組解析プログラムによって、容易に数値解析することが出来る。

ところで、上述のような解析を行った場合、円筒シェルに逆対称荷重が作用したときに生ずる転倒モーメントに起因する側壁鉛直方向荷重を考慮することが出来ない。そこで、以下のようにしてその荷重を求める。線形領域において、上述の解析を行った場合、そのとき、側壁の鉛直方向の軸方向力は次式で得られる。

$$N_x = \frac{1}{a} [\bar{M}_x + P_0(x)] \dots\dots\dots (3)$$

ここに \bar{M}_x : 等価はりモデルで得られる曲げモーメント

式(3)において、 \bar{M}_x の影響は小さいとして無視し、線形領域において式(3)で示されるような鉛直方向軸方向力が作用するように、側壁鉛直方向荷重を載荷することにより、直立円筒シェルに逆対称荷重が作用したときの側壁の鉛直方向荷重を考慮する。

PCタンクが非線形領域に入った場合には、式(2)で表される垂直ばねは、コンクリート部材として挙動しなくてはならない。そのとき、部材に垂直なばねは、PCタンクの円周方向の挙動を示さなくてはならない。いま、PCタンクが地震時に最もクリティカルになると考えられる、動液圧が静水圧と同方向に作用する位置を考えると、部材に垂直なばねは主に軸引張材としての特性が重要である。部材に垂直なばねにコンクリート引張材としての特性を与えるために、ばねは外部ばねとしてではなく、側壁に垂直なコンクリート部材として側壁に垂直に付与する。以下、この部材を仮想半径方向部材と呼ぶ。その時の仮想半径方向部材が持つべき線形領域における剛性は、以下のように表される。

$$E' = \frac{E}{a^2} \cdot b \cdot l \cdot \frac{t}{t'} \dots\dots\dots (4)$$

ここに E' : 仮想半径方向部材の等価ヤング係数
 b : 等価はりモデルの幅
 l : 仮想半径方向部材の長さ
 t' : 仮想半径方向部材の厚さ(図-1参照)

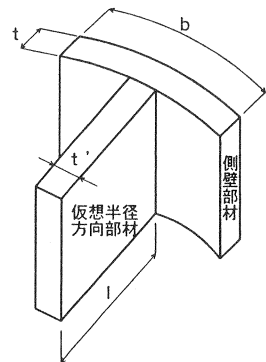


図-1 モデル図

仮想半径方向部材のひずみは、円周方向のひずみと一致しなくてはならないので、コンクリートの応力-ひずみ曲線は、以下の関係が満足するように定める。

$$\varepsilon' = \varepsilon \frac{a}{l} \dots\dots\dots (5)$$

3. 数値解析

3. 1 形状および材料諸数値

解析に用いたPCタンクの形状は、タンク半径 a = 13.12 5m、側壁部材高さ H = 10m、側壁部材厚 t = 0.25m および有効水深 H₀ = 9.5m とする。計算に用いた材料諸数値を表-1 に示す。鉛直方向PC鋼材は、壁部材の外側から125mmの位置に直線配置とし、その円周方向の配置間隔は443mmである。円周方向PC鋼材は、静水圧が作用した状態で 1.0MPa の円周方向軸応力が残るように配置している (図-2 参照)。鉄筋は鉛直・円周方向共に D13@300mm で配置している。解析は2次元弾塑性有限要素法プログラム S B E T A を用いて行った。今回の解析は以下の条件で行った。

- ・引張によるコンクリートの破壊は破壊力学に基づく。
- ・破壊基準はKupferの2軸破壊基準を用いる。
- ・ひび割れ後に圧縮強度の低減を行う。
- ・ひび割れは分布ひび割れモデル (smeared crack model) とする。
- ・鉄筋は分散鉄筋 (smeared reinforcement) とする。
- ・収束計算はNewton-Raphson法を用いる。

表-1 材料諸数値

		単位	数値
材 料 諸 数 値	コンクリート		
	圧縮強度	MPa	35.0
	引張強度	MPa	2.48
	弾性係数	MPa	2.95 × 10 ⁴
	ポアソン比		0.2
	単位面積当りの破壊エネルギー	MN/m	0.1 × 10 ⁻³
	鉄筋 SD295A D13		
	降伏強度	MPa	300
	弾性係数	MPa	2.1 × 10 ⁵
	鉛直方向PC鋼材 SBPR930/1080 φ26mm		
引張強度	MPa	1100	
弾性係数	MPa	2.0 × 10 ⁵	
有効応力度	MPa	595.1	
円周方向PC鋼材 SWPR19 1S21.8mm			
引張強度	MPa	1850	
弾性係数	MPa	2.0 × 10 ⁵	
有効応力度	MPa	945.9	

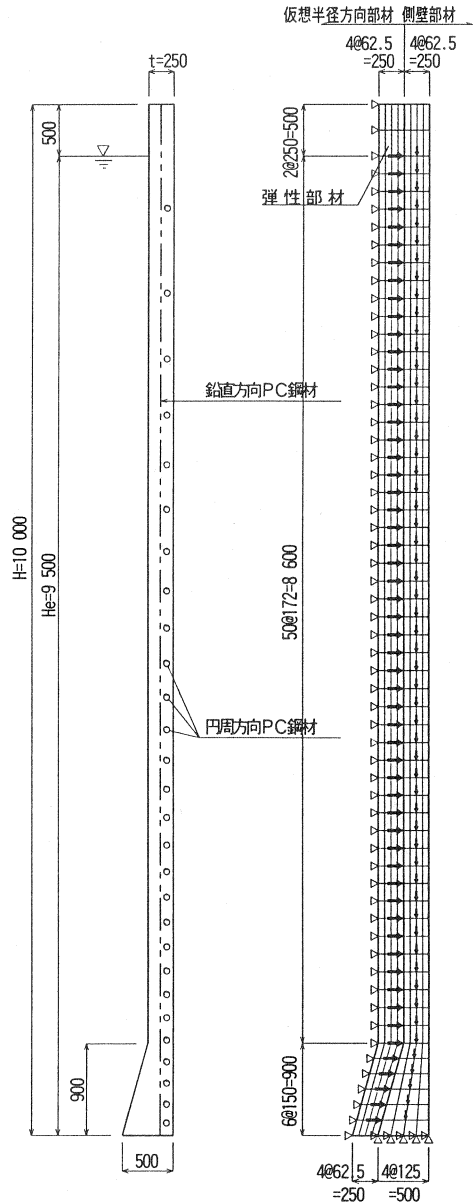


図-2 形状図

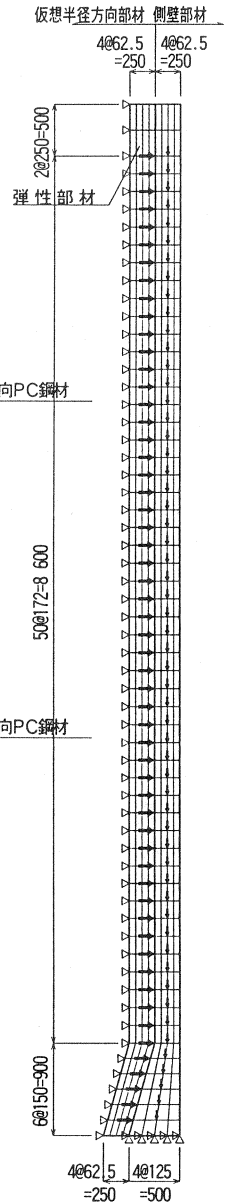


図-3 要素図

側壁部材の部材幅 b を単位長さ 1m とし、仮想半径方向部材の長さを $l = 0.25\text{m}$ 、部材厚を $t' = 0.25\text{m}$ とした。要素図を図-3に示す。円周方向 P C 鋼材は仮想半径方向部材に、鉛直方向 P C 鋼材は側壁部材に鉄筋要素として配置している。

3.2 仮想半径方向部材の材料諸数値

仮想半径方向部材のコンクリートの弾性係数は式(4)より求める。この時の材料強度は次のようになる。仮想半径方向部材の応力とひずみの関係は、

$$\sigma' = E' \cdot \varepsilon' \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに σ' : 仮想半径方向部材応力
 E' : " 弾性係数
 ε' : " ひずみ

となり、式(4)および式(5)を代入すると、

$$\sigma' = \frac{b \cdot l}{a^2} \cdot \frac{t}{t'} \cdot E \times \varepsilon \cdot \frac{a}{l} = \frac{b \cdot t}{a \cdot t'} \cdot \sigma \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる。式(7)右辺では l は消去されており、仮想半径方向部材の応力は仮想半径方向部材の長さに関係なく一定であることを意味する。仮想半径方向部材に配置される鋼材の応力-ひずみ関係も同様に決めることができる。図-4および図-5にそれぞれ仮想半径方向部材のコンクリートと鉄筋の応力-ひずみ関係を示す。なお、側壁部材については、表-1に示す材料諸数値に適合する応力-ひずみ関係を用いる。

破壊領域の引張軟化曲線を直線と仮定した場合、側壁部材の破壊エネルギー G_r は引張軟化曲線と応力軸 (σ)、ひび割れ幅軸 (w) で囲まれた面積であるから³⁾、それは次式で得られる(図-6参照)。

$$G_r = \frac{1}{2} \cdot f_t \cdot w_c \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに f_t : コンクリートの引張強度
 w_c : 限界ひび割れ幅

しかし、円周方向の伸び ΔL と半径方向の伸び Δa の関係は、 $\Delta a = \Delta L / 2\pi$ であり、円周方向ひび割れ幅 w_t と仮想半径方向部材のひび割れ幅 w_a も $w_a = w_t / 2\pi$ の関係が成り立つ。さらに、コンクリートの引張強度も低減しているた

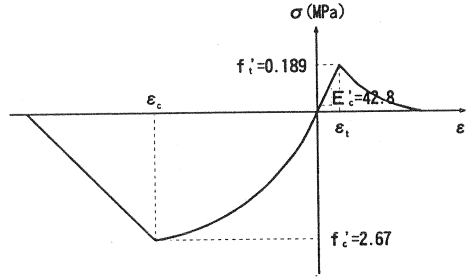


図-4 仮想半径方向部材のコンクリートの応力-ひずみ関係

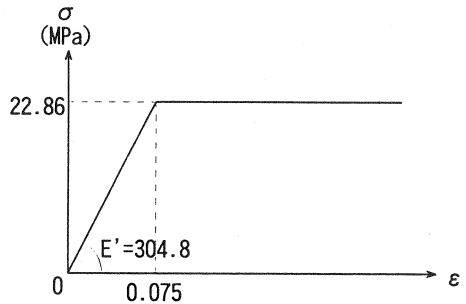


図-5 仮想半径方向部材の鉄筋の応力-ひずみ関係

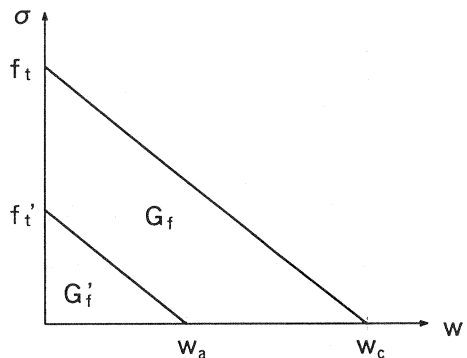


図-6 破壊エネルギー

め、 f_r を f_r' (仮想半径方向部材のコンクリートの仮想引張強度)に置き換えて式を整理すると、仮想半径方向部材の破壊エネルギー G_r' は、

$$G_r' = \frac{1}{2} f_r' \cdot w_a = \frac{b t}{2 \pi a t'} G_r \dots\dots\dots (9)$$

となる。また、鉛直方向プレストレスを導入したとき、仮想半径方向部材にも圧縮応力が作用するが、このときにポアソンひずみが発生しないように、ポアソン比は0とした。

鉛直方向プレストレスは、有効プレストレスに相当するひずみを発生させるように温度荷重を与える。その時のPC鋼材の応力-ひずみ関係は、表-1に示す諸数値を満足するように定めた。円周方向プレストレスを温度荷重で与えると、側壁上部の鋼材間隔が広いところで、プレストレスが一様に分布せずに応力集中の影響が生じる。そこで、円周方向プレストレスと静水圧の差の、円周方向残留軸応力に相当する応力を、節点荷重に換算して載荷した。これにより、仮想半径方向部材に配置するPC鋼材の応力-ひずみ関係は、有効応力度を原点とし、仮想半径方向部材の鉄筋に適用したのと同様の調整を行った。図-7に円周方向PC鋼材の応力-ひずみ関係を示す。

3.3 荷重

荷重は、ステップ1で鉛直方向プレストレス、ステップ2で円周方向プレストレスと静水圧の差に相当する分布荷重を載荷し、ステップ3で水平震度 $K_h=0.2$ に相当する動液圧(図-8参照)および式(3)で示される等価鉛直方向力を載荷している。動液圧は仮想半径方向部材と側壁部材の境界の節点に、等価鉛直方向力は側壁部材の中心の節点に載荷している。以降、水平震度を0.02づつ増加する荷重増分で解析を行った。

3.4 解析結果

実際のPCタンクでは、側壁上端に屋根およびリング部材があり、側壁上部では剛性が増されていたり、拘束があったりする。今回の解析においては、図-3のハッチをつけた要素は弾性部材とし、ひび割れが生じないようにすることにより、側壁上端部の剛性増加や拘束の影響を考慮に入れた。

図-9に最大荷重時に側壁部材の水平変位が最大となる下縁から5.716mの節点と、下縁から9.5mの節点の水平変位と水平震度の関係を示す。水平震度 $K_h=0.7$ 相当の荷重が作用したときに図-10に示す位置で仮想半径方向部材にひび割れが発生している。これは、側壁鉛直方向にひび割れ

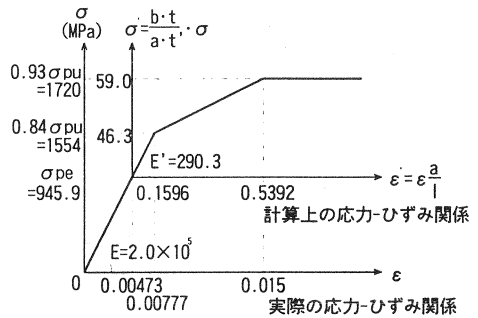


図-7 PC鋼材の応力-ひずみ関係

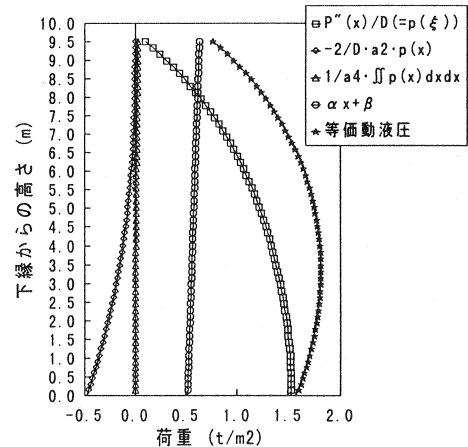


図-8 等価動液圧分布

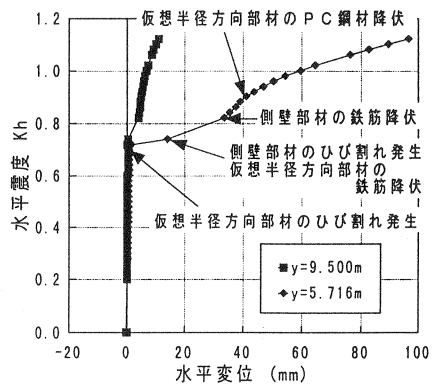


図-9 水平震度-変位関係

が生じたことを表し、以降荷重の増大と共に、円周方向の軸剛度が減少し、壁部材の変形が大きくなっていることがわかる。 $K_h=0.74$ で壁部材にひび割れが発生し、変形が大きくなったため、仮想半径方向部材の鉄筋が降伏した。 $K_h=0.82$ で側壁部材の鉄筋が降伏し、 $K_h=0.9$ で円周方向PC鋼材に相当する仮想半径方向部材のPC鋼材が降伏した。さらに、荷重を増加し続けたが、 $K_h=1.14$ のステップで発散した。最大荷重時のひび割れ図および変形図を図-11に示す。

主要ステップでの壁部材の水平方向の変形量を図-12に示す。同図において $K_h=0.7$ と $K_h=0.9$ で半径方向変位の最大点が移動しているが、これは円周方向PC鋼材が静水圧を相殺するように下側に多く配置しているため、大きな動液圧が作用すると、鋼材量が比較的少ない中央付近から鋼材の降伏が始まり、その位置で変形が大きくなったためと思われる。

4. おわりに

軸対称な円筒形PCタンクを、2次元汎用非線形有限要素法を用いて解析を試みた。壁部材に仮想半径方向部材を接続し、適切な剛度を持たせることにより、解析は可能であると思われる。3次元問題を2次元化し、かつ、仮想半径方向部材の長さを半径より短くすることにより要素数を少なくして、演算時間の短縮(今回の演算時間は、CPU:intel486DX、メモリ:16MBのパーソナルコンピューターを使用して、約7.5時間であった。)と共にデータ数も少なくなり、解析結果の検証も簡潔になった。ただし、仮想半径方向部材の長さをどの程度にするかによっては、仮想の弾性係数等が側壁部材のそれと比べて小さくなりすぎ、桁落ちによる数値解析上の問題点が発生することなどが考えられる。今後、これらの諸問題を解決するために、さらなる検討が必要と考えられる。

【参考文献】

- 1) 吉岡, 大谷, 高西: 逆対称荷重が作用するPCタンク側壁の断面力計算法, 土木学会論文集, Vol. 502/V-25, pp. 113-122, 1994. 11
- 2) Priestley M. J. N.: Analysis and Design of Circular Prestressed Concrete Storage Tanks, PCI JOURNAL, pp. 64-85, July-August, 1985.
- 3) 日本コンクリート工学協会ら: コンクリート構造物の破壊力学に関するコロキウム 1990. 3. 30

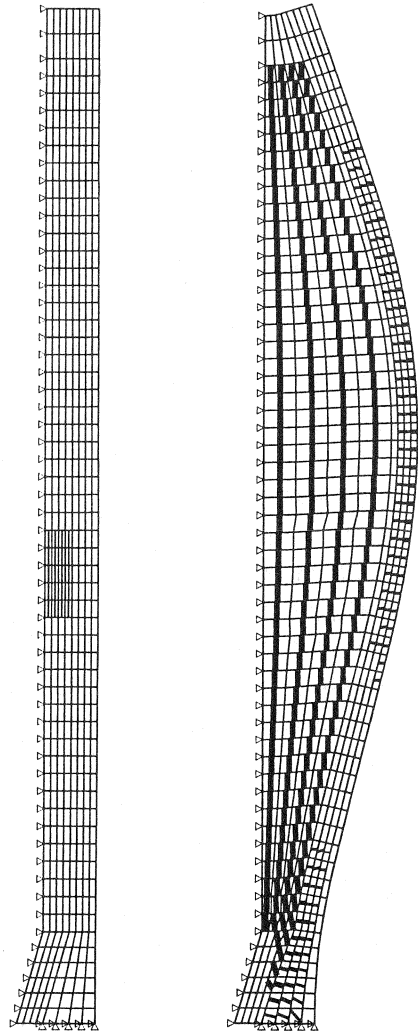


図-10 ひび割れ発生 図-11 変形図

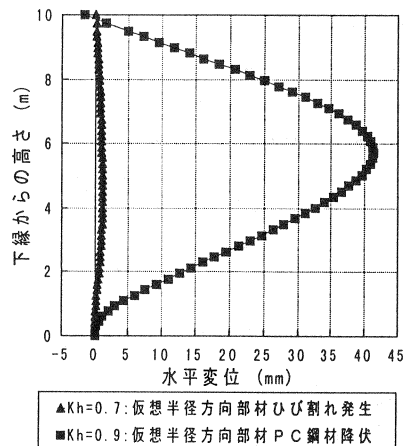


図-12 主要ステップの変形量