

(1) 多層分割はり要素を用いたコンクリート部材の3次元解析モデル

西松建設株式会社 ○田村 健
 横浜国立大学工学部 正会員 椿 龍哉

1. はじめに

コンクリート部材の3次元的な変形挙動を解析するための多層分割はり要素モデルを構築する。このモデルで検討した主な項目は、(1) 繰返し荷重の作用下でのコンクリートと補強鋼材の挙動、(2) ねじりの取扱、である。本解析モデルを用いて、静的荷重を受ける鉄筋コンクリート部材、およびプレストレストコンクリート部材の2軸曲げとねじりに関する解析を行い、既往の実験結果との比較から本解析モデルの妥当性を検討する。

本解析モデルでは、コンクリートの特性には Park らによるモデルを修正したもの、鉄筋の特性には GMP モデル、PC 鋼材の特性には猪俣のモデルを用いる。また、変形に及ぼすせん断力の影響、有限変位の影響、および曲げねじりの影響を考慮している。解析計算は変位制御による増分法で行う。

2. 多層分割はり要素モデル

2.1 材料の応力ひずみ関係

(1) コンクリート

コンクリートの応力 (σ_c) ひずみ (ϵ_c) 関係には、Park らのモデル [1] を修正したものを用いる (図-1 参照)。圧縮応力域の 応力下降直線と終局域の応力一定部分の直線が組み合わされたものである。除荷経路は図-1 のように定義される。

$$\sigma_c = \sigma_{c0} \left[2 \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c0}} \right) - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c0}} \right)^2 \right] \quad (\text{区間 AB}); \quad \sigma_c = \sigma_{c0} \left[1 - z \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c0}} - 1 \right) \right] \quad (\text{区間 BC});$$

$$\sigma_c = 0.4\sigma_{c0} \quad (\text{区間 CD}); \quad E_{c0} = 2 \frac{\sigma_{c0}}{\epsilon_{c0}}; \quad z = \frac{1}{3 + \rho_w} (0.0016\sigma_c - 0.09) \quad (1)$$

ここに、 σ_{c0} 、 ϵ_{c0} はコンクリートの B 点の応力とひずみを表す。 ρ_w は横方向拘束鉄筋の断面積比である。

(2) 鉄筋

鉄筋の応力 (σ_s) ひずみ (ϵ_s) 関係には、GMP モデル [2] を用いる (図-2 参照)。このモデルはバウシinger 効果をより容易に表すことができる。

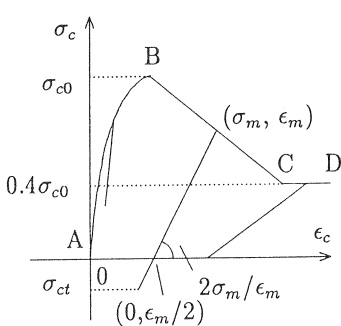


図-1 コンクリートの応力ひずみ関係

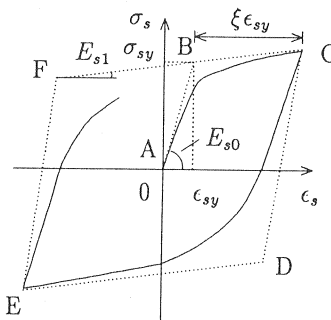


図-2 鉄筋の応力ひずみ関係

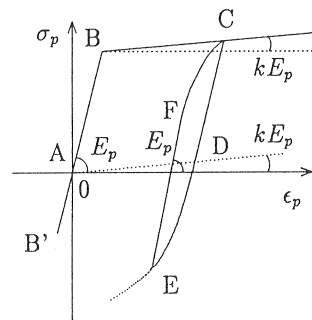


図-3 PC 鋼材の応力ひずみ関係

$$\sigma_s^* = b\sigma_s^* + (1-b)\frac{\epsilon_s^*}{(1+\epsilon_s^*R)^{\frac{1}{R}}}; \quad \epsilon_s^* = \frac{\epsilon_s - \epsilon_{sr}}{\epsilon_{s0} - \epsilon_{sr}}; \quad \sigma_s^* = \frac{\sigma_s - \sigma_{sr}}{\sigma_{s0} - \sigma_{sr}};$$

$$b = \frac{E_{s1}}{E_{s0}}; \quad R = R_0 - 8.5\frac{\xi}{0.5 + \xi} \quad (2)$$

ここに、 σ_s^* , ϵ_s^* は換算応力, 換算ひずみを表している。 b , R , R_0 はそれぞれ移動硬化, バウシinger-効果を表すパラメータである。 E_{s0} , E_{s1} は, 初期勾配と2次勾配, ξ は経験ひずみの絶対値の最大値と降伏ひずみの絶対値との差を降伏ひずみで除したものである。 σ_{sr} , ϵ_{sr} はひずみの反転点(点C, E)の値を表し, σ_{s0} , ϵ_{s0} は曲線の基準となる点B, D, Fの応力, ひずみである。

(3) PC 鋼材

PC 鋼材の応力 (σ_p) ひずみ (ϵ_p) 関係には, 猪俣のモデル [3] を用いる (図-3 参照)。

$$\sigma_p = E_p \epsilon_p \text{ (区間 B'B)}; \quad \sigma_p = \sigma_{py} + kE_p(\epsilon_p - \epsilon_{py}) \text{ (区間 BC)}; \quad \sigma_p = \sigma_{pm} - E_p(\epsilon_{pm} - \epsilon_p) \text{ (区間 CD)};$$

$$\sigma_p = \sigma_{pm} - \sigma_{py} + \frac{E_p(\epsilon_p - \epsilon_{pm} + \epsilon_{py})}{1 - \left(\frac{E_p}{\sigma_{pm}} - \frac{1}{\epsilon_{pm}}\right)(\epsilon_p - \epsilon_{pm} + \epsilon_{py})} \text{ (区間 DE)};$$

$$\sigma_p = \sigma_{pn} + E_p(\epsilon_p - \epsilon_{pn}) \text{ (区間 EF)};$$

$$\sigma_p = \sigma_{pn} + \sigma_{py} + \frac{E_p(\epsilon_p - \epsilon_{pn} - \epsilon_{py})}{1 + \left(\frac{E_p}{\sigma_{pm} - \sigma_{pn} - \sigma_{py}} - \frac{1}{\epsilon_{pm} - \epsilon_{pn} - \epsilon_{py}}\right)(\epsilon_p - \epsilon_{pn} - \epsilon_{py})} \text{ (区間 FC)} \quad (3)$$

ここに、 σ_{py} , ϵ_{py} は点B, σ_{pm} , ϵ_{pm} は点C, σ_{pn} , ϵ_{pn} は点Eの応力とひずみを表す。

2.2 剛性方程式

はりの変形は, 断面が剛で変形しないという仮定, Bernoulli-Eulerの仮定, およびSt.Venantのねじり理論に基づき, 次式により表される。

$$U(x, y, z) = u(x) - yv'_s(x) - zw'_s(x) + \omega_{ns}\theta'(x);$$

$$V(x, y, z) = v_s(x) - (z - z_s)\theta(x); \quad W(x, y, z) = w_s(x) - (y - y_s)\theta(x) \quad (4)$$

ここに、 u_s , v_s , w_s は各々 x 断面のせん断中心における x , y , z 方向の変位を表し, $\theta(x)$ は x 断面のねじり角である (図-4(a)参照)。 ω_{ns} はせん断中心軸まわりにねじりを与えた時の正規化されたSt.Venantのそり関数である。開断面の場合, 次のように与えられる。

$$\omega_{ns} = \omega_n - z_s y + y_s z; \quad \omega_n = \int_0^s h_n^c ds \quad (5)$$

ここに、 h_n^c は図心から断面中心線までの距離, s は断面中心線に沿った座標である。せん断中心 (y_s , z_s) はねじれ中心と一致すると仮定する。各々の変位は多項式により表される。 $u(x)$ は1次式, $v(x)$, $w(x)$ は3次式で表される。曲げねじりに対応するため, $\theta(x)$ は3次式で与えられる。したがって, 要素変位ベクトル u は要

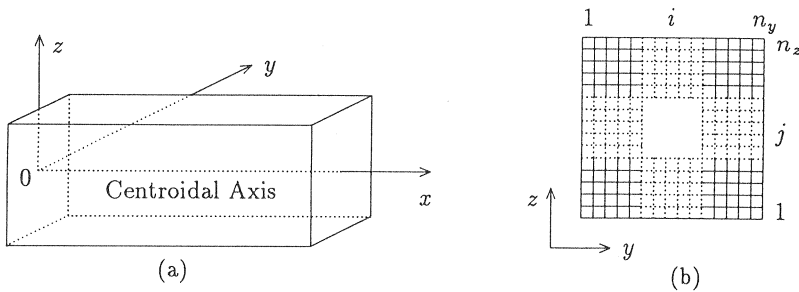


図-4 多層分割はり要素モデル

(a) はり要素と座標系; (b) 断面分割

素節点変位ベクトル u^e と内挿関数 N により次のように与えられる。

$$\begin{aligned} u &= Nu^e; \quad u = [u(x), v(x), w(x), \theta(x)]^T; \quad N = [N_1(x), N_2(x), N_3(x), N_4(x)]^T; \\ u^e &= [u_1, v_1, w_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, \theta_{z1}, \theta'_{x1}, u_2, v_2, w_2, \theta_{x2}, \theta_{y2}, \theta_{z2}, \theta'_{x2}]^T \end{aligned} \quad (6)$$

ここに, $\theta'_{x1} = d\theta_{x1}/dx$, $\theta'_{x2} = d\theta_{x2}/dx$ である。各々の内挿関数 $N_i(x)$ は次のように表される。

$$\begin{aligned} N_1(x) &= [L_1(x), 0, 0, 0, 0, 0, 0, L_2(x), 0, 0, 0, 0, 0, 0]; \\ N_2(x) &= [0, H_1(x), 0, 0, 0, H_2(x), 0, 0, H_3(x), 0, 0, 0, H_4(x), 0]; \\ N_3(x) &= [0, 0, H_1(x), 0, -H_2(x), 0, 0, 0, 0, H_3(x), 0, -H_4(x), 0, 0]; \\ N_4(x) &= [0, 0, 0, H_1(x), 0, 0, H_2(x), 0, 0, 0, H_3(x), 0, 0, H_4(x)] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} L_1(x) &= 1 - \xi; \quad L_2(x) = \xi; \quad H_1(x) = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3; \quad H_2(x) = L(\xi - 2\xi^2 + \xi^3); \\ H_3(x) &= 3\xi^2 - 2\xi^3; \quad H_4(x) = L(-\xi^2 + \xi^3); \quad \xi = x/L \end{aligned} \quad (8)$$

ここに, L ははり要素の長さである。ひずみ変位関係, および応力ひずみ関係は次のように表される。

$$\epsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y}; \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} \quad (9)$$

$$\sigma_x = E\epsilon_x; \quad \tau_{xy} = G\gamma_{xy}; \quad \tau_{xz} = G\gamma_{xz} \quad (10)$$

ここに, E, G はヤング係数, セン断弾性係数である。

要素剛性方程式は仮想仕事の式から次のように求められる。

$$k^e u^e = f^e \quad (11)$$

$$f^e = [f_{x1}, f_{y1}, f_{z1}, m_{x1}, m_{y1}, m_{z1}, m_1, f_{x2}, f_{y2}, f_{z2}, m_{x2}, m_{y2}, m_{z2}, m_2]^T \quad (12)$$

ここに, f^e は u^e に対応する要素節点力ベクトルである。

せん断力のたわみにおよぼす影響は, 全体の横方向変位 v, w が曲げによる変位 v^b, w^b とせん断変形によって生じる変位 v^s, w^s の和で与えられると仮定して考慮する。せん断変形によって生じる横方向変位の勾配は次のように与えられる。

$$\frac{dv^s}{dx} = -\frac{f_{y1}}{GA_{sy}}; \quad \frac{dw^s}{dx} = -\frac{f_{z1}}{GA_{sz}} \quad (13)$$

ここに, A_{sy}, A_{sz} は各々 y, z 方向のせん断に対するせん断有効面積である。これらより, 要素剛性マトリクス k^e は次のように表される。

$$k^e = \begin{bmatrix} k_{11}^e & k_{12}^e \\ k_{21}^e & k_{22}^e \end{bmatrix}; \quad k_{21}^e = k_{12}^{eT} \quad (14)$$

$$k_{11}^e = \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{\gamma_2}{L} & -\frac{\gamma_1}{L} & -\frac{\mu_4}{L} \\ & \frac{12\beta_1}{L^3(1+\phi_y)} & \frac{12\beta_3}{L^3} & -\frac{12\mu_1}{L^3} & -\frac{6\beta_3}{L^2} & \frac{6\beta_1}{L^2(1+\phi_y)} & \frac{6\mu_1}{L^2} \\ & & \frac{12\beta_2}{L^3(1+\phi_z)} & -\frac{12\mu_2}{L^3} & -\frac{6\beta_2}{L^2(1+\phi_z)} & \frac{6\beta_3}{L^2} & \frac{6\mu_2}{L^2} \\ & & & \frac{12\mu_3}{L^3} + \frac{6\mu_5}{5L} & \frac{6\mu_2}{L^2} & -\frac{6\mu_1}{L^2} & -\frac{6\mu_3}{L^2} - \frac{\mu_5}{10} \\ & & & & \frac{(4+\phi_z)\beta_2}{L(1+\phi_z)} & -\frac{4\beta_3}{L} & -\frac{4\mu_2}{L} \\ \text{Sym.} & & & & & \frac{(4+\phi_y)\beta_1}{L(1+\phi_y)} & \frac{4\mu_1}{L} \\ & & & & & & \frac{4\mu_3}{L} + \frac{2L\mu_5}{15} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$k_{12}^e = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{\gamma_2}{L} & \frac{\gamma_1}{L} & \frac{\mu_4}{L} \\ 0 & \frac{12\beta_1}{L^3(1+\phi_y)} & -\frac{12\beta_3}{L^3} & \frac{12\mu_1}{L^3} & -\frac{6\beta_3}{L^2} & \frac{6\beta_1}{L^2(1+\phi_y)} & \frac{6\mu_1}{L^2} \\ 0 & -\frac{12\beta_3}{L^3} & -\frac{12\beta_2}{L^3(1+\phi_z)} & \frac{12\mu_2}{L^3} & -\frac{6\beta_2}{L^2(1+\phi_z)} & \frac{6\beta_3}{L^2} & \frac{6\mu_2}{L^2} \\ 0 & \frac{12\mu_1}{L^3} & \frac{12\mu_2}{L^3} & -\frac{12\mu_3}{L^3} - \frac{6\mu_5}{5L} & \frac{6\mu_2}{L^2} & -\frac{6\mu_1}{L^2} & -\frac{6\mu_3}{L^2} - \frac{\mu_5}{10} \\ -\frac{\gamma_2}{L} & \frac{6\beta_3}{L^2} & \frac{6\beta_2}{L^2(1+\phi_z)} & -\frac{6\mu_2}{L^2} & \frac{\beta_2(2-\phi_z)}{L(1+\phi_z)} & -\frac{2\beta_3}{L} & -\frac{2\mu_2}{L} \\ \frac{\gamma_1}{L} & -\frac{6\beta_1}{L^2(1+\phi_y)} & -\frac{6\beta_3}{L^2} & \frac{6\mu_1}{L^2} & -\frac{2\beta_3}{L} & \frac{\beta_1(2-\phi_y)}{L(1+\phi_y)} & \frac{2\mu_1}{L} \\ \frac{\mu_4}{L} & -\frac{6\mu_1}{L^2} & -\frac{6\mu_2}{L^2} & \frac{6\mu_3}{L^2} + \frac{\mu_5}{10} & -\frac{2\mu_2}{L} & \frac{2\mu_1}{L} & \frac{2\mu_3}{L} - \frac{\mu_5}{30} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$k_{22}^e = \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{\gamma_2}{L} & -\frac{\gamma_1}{L} & -\frac{\mu_4}{L} \\ & \frac{12\beta_1}{L^3(1+\phi_y)} & \frac{12\beta_3}{L^3} & -\frac{12\mu_1}{L^3} & \frac{6\beta_3}{L^2} & -\frac{6\beta_1}{L^2(1+\phi_y)} & -\frac{6\mu_1}{L^2} \\ & & \frac{12\beta_2}{L^3(1+\phi_z)} & \frac{12\beta_3}{L^3} & \frac{6\mu_2}{L^2(1+\phi_z)} & -\frac{6\beta_3}{L^2} & -\frac{6\mu_2}{L^2} \\ & & & \frac{12\mu_3}{L^3} + \frac{6\mu_5}{5L} & -\frac{6\mu_2}{L^2} & \frac{6\mu_1}{L^2} & \frac{6\mu_3}{L^2} + \frac{\mu_5}{10} \\ & & & & \frac{(4+\phi_z)\beta_2}{L(1+\phi_z)} & -\frac{4\beta_3}{L} & -\frac{4\mu_2}{L} \\ & & & & & \frac{(4+\phi_y)\beta_1}{L(1+\phi_y)} & \frac{4\mu_1}{L} \\ & & & & & & \frac{4\mu_3}{L} + \frac{2L\mu_5}{15} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Sym.

ここに、

$$\begin{aligned} \alpha &= \int_A EdA; & \beta_1 &= \int_A Ey^2dA; & \beta_2 &= \int_A Ez^2dA; & \beta_3 &= \int_A EyzdA; \\ \gamma_1 &= \int_A EydA; & \gamma_2 &= \int_A EzdA; & \mu_1 &= \int_A Ey\omega_{ns}dA; & \mu_2 &= \int_A Ez\omega_{ns}dA; \\ \mu_3 &= \int_A E\omega_{ns}^2dA; & \mu_4 &= \int_A E\omega_{ns}dA; & \mu_5 &= \int_A G \left[\left(\frac{\partial\omega_n}{\partial y} - z \right)^2 + \left(\frac{\partial\omega_n}{\partial z} + y \right)^2 \right] dA \end{aligned} \quad (18)$$

これらの係数は、断面を図-4(b)のように分割し、各々の分割断面要素における応力やひずみの値をもとに計算される。

2.3 解析手順

本解析手法の計算手順は変位法に基づき、次のようにまとめられる。

- (1) 前荷重ステップのひずみおよびひずみ増分の値から、現荷重ステップで用いる各断面分割要素のひずみをEuler法により計算する。
- (2) 各断面分割要素の材料の接線係数を各々の材料の応力ひずみ関係のモデルから計算する。
- (3) 各はり要素の要素接線剛性マトリックス k^e をもとに全体接線剛性マトリックス K を計算する。
- (4) 全体剛性方程式 $K\Delta U = \Delta F$ から全体節点変位増分 ΔU を求める。
- (5) 現荷重ステップの節点変位、ひずみ、応力を計算する。
- (6) 所定の変形履歴に応じて次の荷重ステップの節点変位を決め、ステップ(1)にもどる。大変位の影響を考慮するために、Updated Lagrangian法により各節点座標の値を更新する。

3. 数値解析例

3.1 2軸曲げを受けるRC柱のシミュレーション

李ら[4]による軸力と水平2方向の力を受ける鉄筋コンクリート柱の実験結果を用いる。断面分割数は、 y 、 z 方向ともに22分割とし、軸方向要素分割数は柱基部の損傷が激しいため基部付近は要素長を短く分割するように5分割とした。供試体の断面と荷重経路、および1軸載荷の場合の荷重変位関係は図-5に示される。また、2軸曲げに対する荷重変位関係は図-6に示される。解析結果と実験結果の比較から、本解析モデルに

より2軸曲げの履歴挙動を表せることが確認された。

3.2 ねじりを受けるRCはりの解析

志村ら[5]によるねじりを受けるRCはりの実験結果を用いる。断面が長方形の供試体(図-7(a)参照)のねじり角とねじりモーメントの関係は図-7(b)のように求められた。ねじりに対する補強鉄筋等のひび割れ面におけるねじり抵抗を表すために、軸方向鉄筋の剛性に係数 $\lambda=0.8$ を乗じたものを用いている。解析結果と実験結果の比較より本解析モデルによりねじりに対する挙動を表現できることが確認された。

3.3 ねじりを受けるPCはりの解析

田澤ら[6]によるねじりを受ける長方形断面のPCはりに関する実験結果を用いる。供試体の断面と、ねじり角とねじりモーメントの関係は図-8に示される。

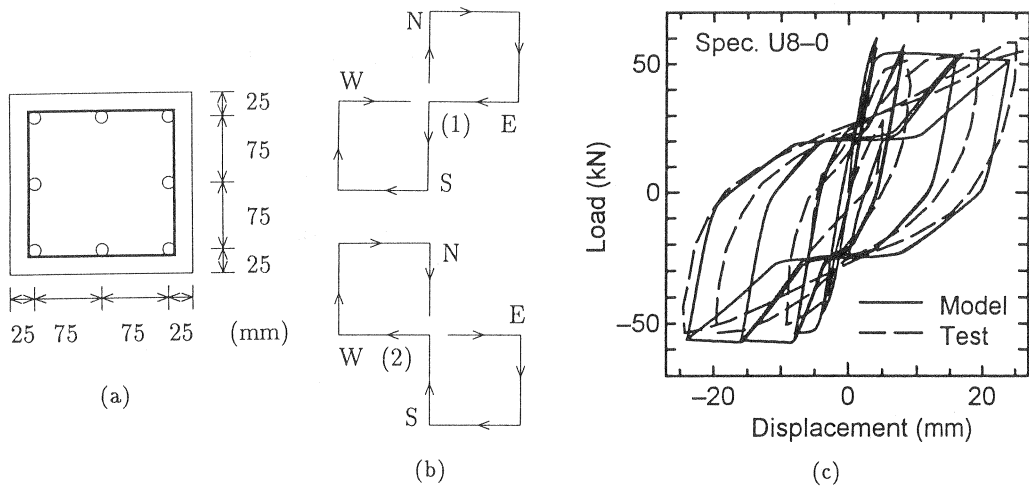


図-5 2軸曲げを受けるRC部材のシミュレーション

(a) 断面; (b) 荷経路; (c) 1軸曲げ

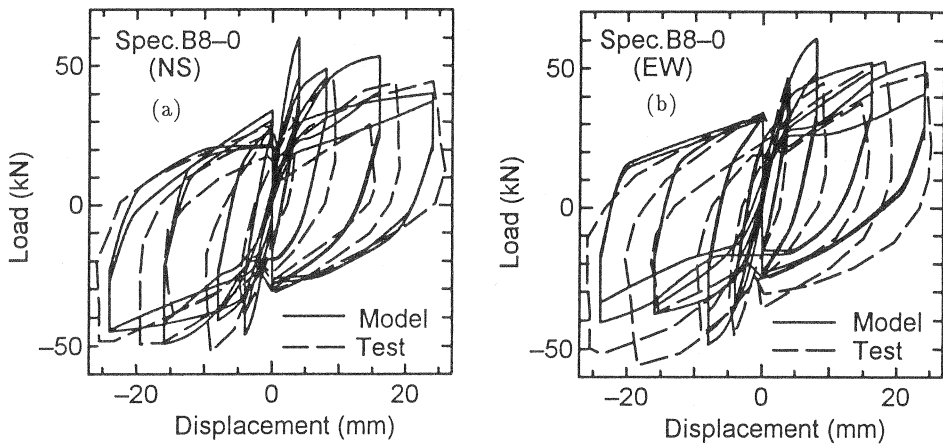


図-6 2軸曲げを受けるRC部材のシミュレーション

(a) 2軸曲げ(NS方向); (b) 2軸曲げ(EW方向)

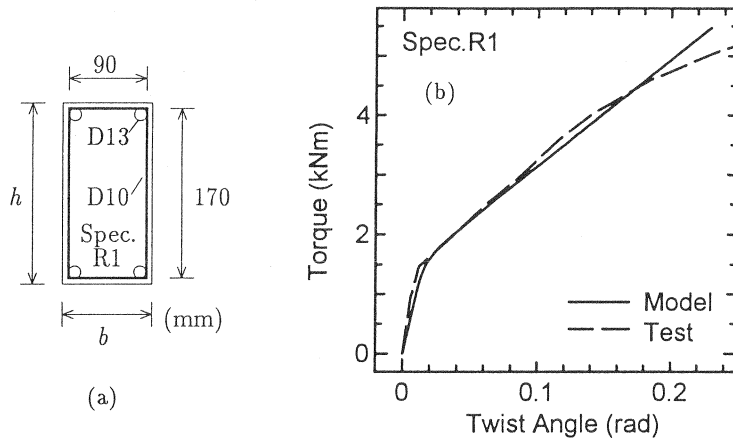


図-7 ねじりを受けるRC部材のシミュレーション
(a) 断面; (b) 実験結果との比較

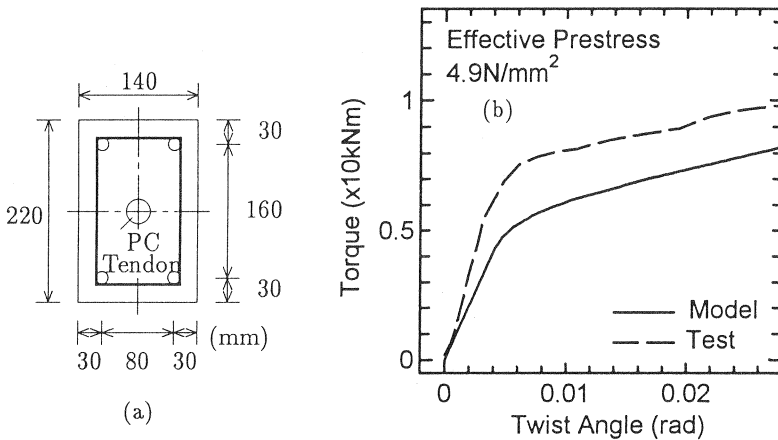


図-8 ねじりを受けるPC部材のシミュレーション
(a) 断面; (b) 実験結果との比較

4. まとめ

コンクリート骨組構造物の3次元解析を行うための3次元多層分割はり要素モデルを構築した。本モデルにより2軸曲げの繰返し載荷やねじりを受ける場合のコンクリート骨組構造物の挙動を把握することが可能であることが数値シミュレーションと実験結果の比較から確認された。

参考文献

- 1) Park, R., Kent, D.C., and Sampson, R.A.: Reinforced Concrete Member with Cyclic Loading, Journal of the Structural Division, Proc. of ASCE, Vol.98, No.ST7, pp.1341-1360, 1972.
- 2) 右近・幸左・井上・吉澤: RC標準橋脚のファイバーモデルによる交番載荷実験シミュレーション解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.17, No.2, pp.463-468, 1995.
- 3) 松本: RC, PCおよびPRC部材のモーメント-曲率の関係とその応用, 土木学会論文報告集, 第331号, pp.155-165, 1983.
- 4) 李・小谷・青山: 変動軸力と水平2方向地震力を受ける鉄筋コンクリート柱の挙動, コンクリート工学年次講演論文集, Vol.8, pp.489-492, 1986.
- 5) 志村・原田・佐伯: ねじりを受ける矩形およびT形RC部材の変形性状について, コンクリート工学年次講演論文集, Vol.16, No.2, pp.587-592.
- 6) Tazawa, E., Yonekura, A., and Miyazawa, S.: Mechanical Behaviour of Prestressed Concrete Beams Subjected to Torsion, Trans. of the JCI, Vol.7, pp.325-332, 1985.