

(46) 大偏心外ケーブル方式 PC 連続桁のケーブルひずみに関する統一解析理論

名古屋工業大学大学院 ○ Bui Khac DIEP
 名古屋大学 木全 博聖
 名古屋工業大学 正会員 梅原 秀哲
 名古屋大学 正会員 田辺 忠顕

1. はじめに

外ケーブル方式 PC 桁は、ケーブルとコンクリートの間に付着が存在しないため、数値解析を行う際にはケーブルひずみの計算方法が重要な問題となる。外ケーブルひずみの計算方法の一般的なものとしては、ケーブル全体およびケーブル位置におけるコンクリート全体の伸びが等しいという考えに基づいた方法がある⁽¹⁾。またケーブルのひずみ分布は、桁のスパン高さ比や変形の形状、ケーブルの配置方法やディビエーター部の摩擦状態など部材の状態に依存しており、そのひずみ分布は桁の全体変位の関数として考えられる。これまでケーブルひずみは、設計基準に示されている式や前述の手法を用いて計算が行なわれているが、これらは一般的な外ケーブル方式 PC 桁だけでなく、アンボンド型の内ケーブル方式 PC 桁におけるケーブルひずみの評価方法として有効な手段であり、実験結果と良く一致することが報告されている。

外ケーブル方式 PC 桁はディビエーターの配置位置によって、一般的な外ケーブル方式と大偏心外ケーブル方式の2つに大きく分類される。前者はディビエーターが桁高内に配置される従来型のものであり、後者はディビエーターが桁高の範囲外に配置される方式である。大偏心外ケーブル方式はケーブルの大部分が桁高の範囲外に配置されるため、従来用いられているケーブルとコンクリートのひずみの適合性を用いることが難しいということに注意しなければならない。大偏心方式の外ケーブルのひずみはケーブルの固定端間の変位にのみ依存するため、ケーブルひずみは固定端間のケーブルのトータル長さ変化からケーブルひずみを計算する方法が考えられる。

そこで本研究では、外ケーブル方式 PC 桁のケーブルひずみを、ケーブルとコンクリートのひずみの適合性を考慮しない新たな手法で定式化を行い、任意のケーブルの配置方法に対する外ケーブル方式 PC 桁の統一解析手法を提案するものである。

2. 既往の研究

外ケーブル方式 PC 桁の解析に関するこれまでの研究は、ケーブルのトータルの伸びが、固定端間のケーブルに沿ったコンクリート部分のトータルの伸びに等しいという仮定のもとで行われている。これを数式で表すと以下ようになる。

$$\sum_{i=1}^n l_i \Delta \epsilon_{si} = \int_0^l \Delta \epsilon_{cs} dx \quad (1)$$

ここで l_i 、 $\Delta \epsilon_{si}$ はケーブル要素 i の長さおよびひずみ増分である。また、 l はケーブルの全長であり、 $\Delta \epsilon_{cs}$ はケーブルに沿ったコンクリート部分のひずみ増分である。さらに、ケーブルとディビエーター部分の摩擦の影響を考慮するために、ディビエーター部での力の釣り合いをもとに次のような式が得られる⁽¹⁾⁽³⁾。

$$\left[\cos \theta_i + (-1)^k \mu \sin \theta_i \right] \Delta \epsilon_{s(i)} + \left[-\cos \theta_{i+1} + (-1)^k \mu \sin \theta_{i+1} \right] \Delta \epsilon_{s(i+1)} = 0 \quad (2)$$

ここで μ は摩擦係数、 $\Delta \epsilon_{s(i)}$ 、 $\Delta \epsilon_{s(i+1)}$ はディビエーターを挟んだ両側のケーブルひずみであり、 θ_i, θ_{i+1} は水平方向に対するケーブルの角度、そして k はすべり方向に依存する係数である。

式(1)と(2)を用いて外ケーブルひずみに関する一般的な定式化がなされるが、この手法はケーブルひずみを十分に評価可能であることがこれまでに示されている^{(1)~(4)}。一般的な外ケーブル方式 PC 桁の場合、ケーブルひずみの変化は明らかにコンクリート部材の全体変形とディビエーター部の摩擦に依存しているが、ケーブルの大部分が桁高の範囲外に配置される場合のケーブルの偏心の影響は考慮されていないため、大偏心

外ケーブル方式のPC桁にはこれまでの定式化を適用することは難しい。

過去の研究において⁽⁵⁾⁽⁶⁾、ケーブルひずみの計算を目的として、この方法で大偏心外ケーブル桁の数値解析が行われた例がある。しかしケーブルひずみを、桁の外側のコンクリートのひずみを仮想して計算を行っており、さらに簡単のためにディビエーター部分でのケーブルの固定端に2つの極端な条件を用いたりしているため、ケーブルひずみの変化を十分な精度で計算が行えているとは言い難い。

3. 研究の意義

外ケーブル方式PC桁に関するこれまでの一部の研究では、従来の定式化のもとで物理量の意味が必ずしも明確でないパラメーターを変化させることにより、大偏心外ケーブルのひずみを計算している。こういった方法は理論的な問題が全くないわけではないものの、ケーブルのディビエーター部での摩擦を考慮した大偏心外ケーブル方式PC桁の解析手法の発展に貢献したことは大きく評価される。本研究ではこれらの現状を踏まえ、従来の方法に較べてより厳密で正確で、かつケーブルの配置方法によらない新しい統一的な計算方法を、次章で示すように構築した。

4. ケーブルひずみの定式化

大偏心外ケーブル方式PC桁ではケーブルの大部分が桁高の外側に配置されるため、ケーブルに沿ったコンクリート部分の伸びとケーブル自身の伸びが等しいという従来の仮定を用いるのは好ましくない。コンクリート部分の全体変位でケーブルひずみを評価するより、ディビエーター端部の変位でケーブルひずみを評価する方がより正確である。

ケーブルがディビエーター部で完全に固定されている場合、それぞれのセグメントにおけるケーブルひずみは他のセグメントの影響を受けない。それに対してケーブルがディビエーター部で滑りを生じる場合には、ケーブルのトータル伸びはそれぞれのセグメントにおけるケーブル長さの変化の和に等しく、次のように表すことができる。

$$\sum_{i=1}^n l_i \Delta \varepsilon_{si} = \sum_{i=1}^n \Delta l_i \quad (3)$$

ここで $l_i, \Delta \varepsilon_{si}$ はケーブル要素の長さおよびひずみ増分であり、 Δl_i はその伸びである。

ケーブルの伸び Δl を定義する必要があるが、図-1に示すように、これは桁の変形前後のディビエーターの位置から求めることができる。変形前のディビエーターの端部1と2の座標をそれぞれ (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) とする。変形後、端部1と2の座標が $(x_1 + \Delta x_1, y_1 + \Delta y_1)$ 、 $(x_2 + \Delta x_2, y_2 + \Delta y_2)$ となった時のケーブルの伸びは次のように表される。

$$\Delta l = \left[(x_2 + \Delta x_2 - x_1 - \Delta x_1)^2 + (y_2 + \Delta y_2 - y_1 - \Delta y_1)^2 \right]^{1/2} - l \quad (4)$$

高次の項を無視すると、ケーブルの伸び Δl は次のように表される。

$$\Delta l = \cos \theta (\Delta x_2 - \Delta x_1) + \sin \theta (\Delta y_2 - \Delta y_1) \quad (5)$$

ここで、 θ は水平方向からのケーブルの角度である。また、 $\Delta x_1, \Delta x_2$ と $\Delta y_1, \Delta y_2$ は、ディビエーター1と2における水平方向と垂直方向で変形増分である。

また、はり要素の変位関数に基づいて、ケーブルの伸びは次のように表すことができる。

$$\Delta l = \cos \theta \left([N_u^2] \{t_2^{*e}\} - [N_u^1] \{t_1^{*e}\} \right) + \sin \theta \left([N_{vb}^2] \{t_2^{*e}\} - [N_{vb}^1] \{t_1^{*e}\} \right) \quad (6)$$

ここで $\{t^{*e}\} = \{t_1^* \ v_1^* \ \theta_1^* \ u_2^* \ v_2^* \ \theta_2^* \}$ はディビエーター頂部の節点変位ベクトル、 $[N_u^e]$ 、 $[N_{vb}^e]$ はそれぞれはり要素の水平方向、垂直方向の変位関数である⁽¹⁾。ゆえに、ディビエーター1と2の間のケーブルの長さ変化は次のように表される。

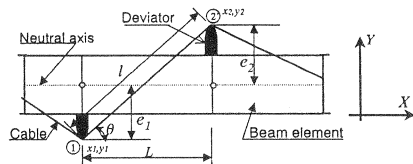


図-1 大偏心外ケーブルの配置方法

$$\Delta l = [A] \{d\}^* \quad (7)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} -\cos\theta \left(1 - \frac{x}{L}\right); & -\frac{\sin\theta}{Ts} \left(1 + \frac{6k}{L^2} - \frac{3}{L^2}x^2 + \frac{2}{L^3}x^3\right); & -\frac{\sin\theta}{Ts} \left(-\frac{4k}{L} + \frac{12k^2}{L^3}\right) + \left(1 + \frac{12k}{L^3}\right)x - \left(\frac{2}{L} + \frac{6k}{L^3}\right)x^2 + \frac{1}{L^2}x^3 \\ \cos\theta \left(\frac{x}{L}\right); & \frac{\sin\theta}{Ts} \left(\frac{6k}{L^2} + \frac{3}{L^2}x^2 - \frac{2}{L^3}x^3\right); & \frac{\sin\theta}{Ts} \left(\frac{12k^2}{L^3} - \frac{2k}{L}\right) + \left(\frac{6k}{L^3} - \frac{1}{L}\right)x^2 + \frac{1}{L^2}x^3 \end{bmatrix}$$

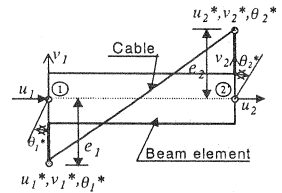
ここで $Ts = 1 + \frac{12k}{L^2}$; $k = \frac{EI}{GA}$ は剛性比であり, L ははり要素の長さである.

図・2 に示すように, 大偏心外ケーブル方式 PC 桁の場合, ディビーターは桁の外側に配置されている. ディビーターの節点変位ベクトルは, はり要素の節点変位ベクトルを用いて次のように表すことができる.

$$\begin{aligned} u_1^* &= u_1 + e_1\theta_1; & v_1^* &= v_1; & \theta_1^* &= \theta_1; \\ u_2^* &= u_2 + e_2\theta_2; & v_2^* &= v_2; & \theta_2^* &= \theta_2; \end{aligned} \quad (8)$$

ここで, e_1, e_2 は, それぞれディビーター1, 2におけるケーブルの偏心距離である. 上式をマトリクスの形に書き換えると,

$$\begin{Bmatrix} u_1^* \\ v_1^* \\ \theta_1^* \\ u_2^* \\ v_2^* \\ \theta_2^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & e_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & e_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad \text{or} \quad \{d\}^* = [B] \{d\} \quad (9)$$



図・2 大偏心外ケーブル桁のディビーター部変位

となる. 式(9)を式(7)に代入すると, ディビーター1と2の間のケーブルの伸びは, はり要素の節点変位ベクトルから次のように直接求めることができる.

$$\Delta l = [A] \{d\}^* = [A][B] \{d\} \quad (10)$$

式(10)を式(3)に代入すると, ケーブルのトータル伸びは次のように表される.

$$\sum_{i=1}^n l_i \Delta \epsilon_{si} = \sum_{i=1}^n [A][B] \{d\} \quad (11)$$

式(11)と(2)を結合することによって, ケーブルひずみは次のようなマトリクスの形で表すことができる.

$$\begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 & \dots & l_{n-1} & l_n \\ C_1 + (-1)^k \mu S_1 & -C_2 + (-1)^k \mu S_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & C_2 + (-1)^k \mu S_2 & -C_3 + (-1)^k \mu S_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -C_{n-1} + (-1)^k \mu S_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & C_{n-1} + (-1)^k \mu S_{n-1} & -C_n + (-1)^k \mu S_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_{s1} \\ \Delta \epsilon_{s2} \\ \Delta \epsilon_{s3} \\ \vdots \\ \Delta \epsilon_{s(n-1)} \\ \Delta \epsilon_{sn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^n [A][B] \{d\} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

or $[M] \{\Delta \epsilon_s\} = [N] \{d\} \quad (12)$

ここで S, C はそれぞれケーブル角度の sine, cosine を表している. また下付きの数字はケーブルの番号を表している. よって, ケーブルひずみは次のように表される.

$$\{\Delta\epsilon_s\} = [M]^{-1}[N]\{d\} \quad (13)$$

本研究では、式(13)を用いて数値解析を行い、解析結果と実験値を比較することで、その精度を確かめる。

5. 外ケーブルPC桁の数値解析

5.1 解析対象 (梅津らによる実験)

本研究で提案する手法を評価するために、梅津らにより行われた実験⁽⁶⁾⁽⁷⁾に対する数値解析を行う。解析対象は、図-9に示すような矩形断面を有する2種類の外ケーブル方式PC桁である。1体は一般的な外ケーブル方式PC桁、もう1体は大偏心外ケーブル方式PC桁である。梅津らにならい、これらをそれぞれ「従来型はり」「大偏心型はり」と呼ぶこととする。実験供試体に用いた材料の特性を表-1に示す。なお使用ケーブルは、従来型はりには1T17.8 SWPR19 (2.084[cm²/本])、大偏心型はりには1T12.4 SWPR7A (0.929[cm²/本])を用いている。ケーブルには初期プレストレスとして、終局強度の約50%のプレストレス力が作用している。また荷重は、図-9に示すように左右対称に与えられる。よってケーブルは中央部で完全固定されていると仮定することができる。

一方、左右両端部と中央部以外のディビーター部におけるケーブルのすべりは考慮している。それぞれの摩擦係数は、 $\mu = 0.12$ 、 $\mu = 0.15$ とした。

表-1 材料の特性 単位 [N/mm²]

	コンクリート		プレストレスケーブル		
	f'_c	E_c	σ_{py}	σ_{pu}	E_p
従来型	42.4	2.58×10^4	1600	1900	1.9×10^5
大偏心型	42.4	2.58×10^4	1500	1750	1.97×10^5

5.2 解析結果の検討

a) 荷重—変位関係

図-4, 5に、2本のはりのスパン中央部における荷重—変位関係を示す。これらの図より、解析結果が十分に実験結果と一致していることがわかる。最大荷重は従来型はりで310.8[kN]、大偏心型はりで310.2[kN]である。また、それに対応する変位はそれぞれ50.0[mm]、69.8[mm]である。ピークに達した後、荷重は徐々に減少し、左右の違いはあるものの同時に圧縮域のコンクリートが局所的に圧壊する。図-6に示すように、実験でもこのコンクリートの圧壊現象は見られている。

また図-4, 5に示されている点線は、梅津らの解析結果である。今回の解析の方が実験結果と良い一致を

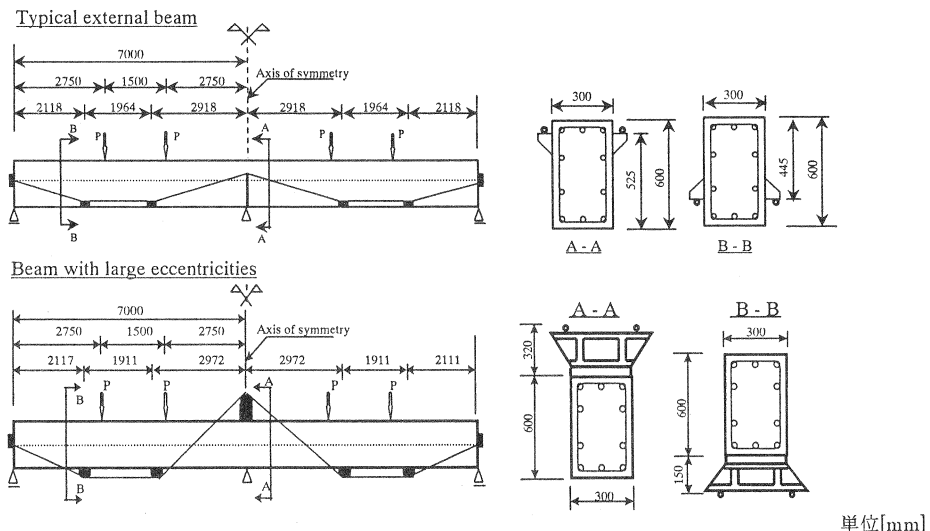


図-3 2スパン連続桁の概要図

示している。2つの解析方法の違いは、本研究で提案する方法ではディビエーター部でのケーブルの滑りによる摩擦の影響に加え、はりのせん断変形も考慮しているのに対し、梅津らの方ではこれらが考慮されていないところにある。今回の実験では荷重が対称なため、ディビエーター部におけるケーブルのすべりの影響が小さく、梅津らの方法による解析結果とほとんど変わらない結果となっている。しかし、非対称載荷の場合には、その差が大きく現れると思われる。

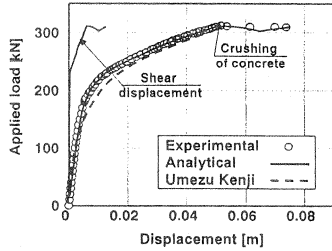


図-4 荷重-変位関係（従来型はり）

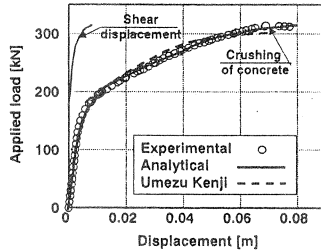


図-5 荷重-変位関係（大偏心型はり）

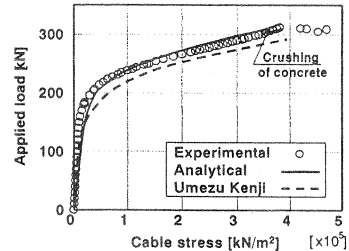


図-7 ケーブルひずみの変化（従来型はり）

また図-4, 5 には、トータル変位に加えてせん断変形の大きさも示している。ひび割れが発生していない弾性状態ではせん断変形はほとんど発生していないが、ひび割れが発生し、桁が非弾性状態となった時のせん断変形は作用荷重とともに徐々に増加し、終局状態ではいずれのはりにおいてもトータル変位の約 12 ~ 11[%]を占めている。

b) 外ケーブルの応力増分

図-7, 8 は作用荷重に対するケーブル応力の発生状況を表している。はりのひび割れ発生前の応力増加は非常に小さいものの、ひび割れ発生後は載荷荷重の増加とともにケーブル応力が徐々に大きくなっていくことがこの図よりわかる。

圧縮域でコンクリートが圧壊した時には作用荷重が徐々に小さくなるが、それに伴いケーブル応力も小さくなる。従来型はりの場合、最終的にケーブル応力は初期プレストレスを含め 366[N/mm²]にまで到達する。これはケーブルの終局強度の約 80[%]に相当する。大偏心型はりの場合、作用荷重が 285[kN]に達した時にケーブルが降伏するが、その時のケーブル応力はおよそ 807.3[N/mm²]に達する。ケーブル応力の解析値は実験結果と良く一致している。比較のため、図-7, 8 には梅津による解析結果を点線で示しているが、これらはひび割れ発生後のケーブル応力をやや高めに見積もっている。これは、図-4, 5 に示すように梅津らの方法でははりの変形を実験よりもやや高めに見積もっているため、式(1)からもわかるようにケーブル応力も大きく評価されたものと思われる。

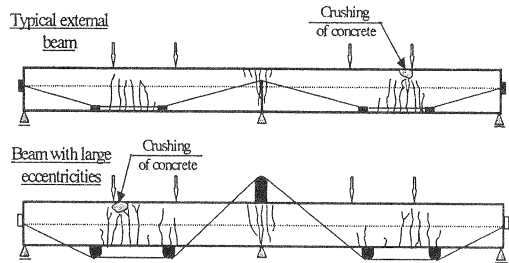


図-6 実験供試体の終局状態

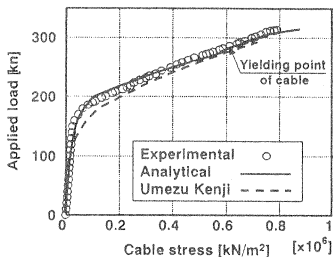


図-8 ケーブルひずみの変化（大偏心はり）

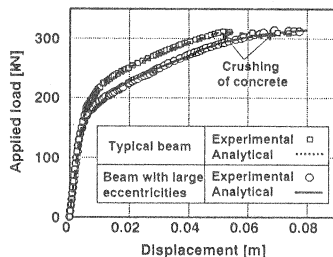


図-9 荷重-変位関係

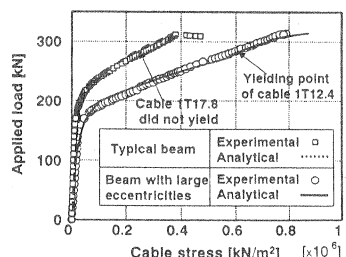


図-10 ケーブル応力の変化

5.3 桁の変形に対するケーブル偏心の影響

従来型はりと大偏心型はりの実験結果は、最大荷重がそれぞれ308.0[kN]と315.0[kN]、それに対応する変位量はそれぞれ48.0[mm]、69.0[mm]である。大偏心型はりは従来型はりの半分以下のプレストレス力しか与えられていないにも拘らず、曲げ耐荷力はほぼ同じ値が得られている。耐荷力だけに注目すると、大偏心外ケーブル方式では一般的な外ケーブル方式よりもケーブルの本数を減らすことができる。

図-9は2つの桁の荷重-変位関係を示している。弾性域では外ケーブルの配置方法の違いによる差はほとんど見られないが、非弾性領域に到達した時には変位応答に違いが現れ、大偏心型はりの方が従来型はりよりも大きな変位が生じる。これは、非弾性領域においてはケーブルの配置方法がはりの変形に大きな影響を及ぼしていることを示している。両者の曲げ耐荷力にはそれほど大きな違いは見られないものの、終局状態における最大変位はそれぞれ50.0[mm]、69.8[mm]と、顕著な差が表れている。

図-10は、作用荷重に対するケーブル応力の変化を表している。ケーブル応力ははり自身の変形に依存しているため、変形量が大い大偏心型はりの方が従来型はりに比べケーブル応力が大きく発生する。作用荷重がおよそ285.0[kN]に達した時に大偏心型はりの外ケーブルは降伏したが、従来型はりの外ケーブルは桁が終局状態を迎えるまで降伏状態にならない。終局状態におけるケーブル応力はそれぞれ366.0[N/mm²]、807.3[N/mm²]である。

6. 結論

本研究では、外ケーブル方式 PC 桁のケーブル配置方法によらない統一的な解析手法を提案し、実験結果との比較により本手法の妥当性を確認した。今回の解析対象は荷重が左右対称に作用するものであったが、本手法はディビエーター部でのケーブルの摩擦を有するすべりも考慮しているため、ケーブルのすべりが大きく発生する非対称荷重が作用する桁の場合でも、精度良い解析が可能であると思われる。

参考文献

- 1) 田辺忠顕 Hong P.W: アンボンド PC 構造物の組立て工程を考慮した応力解析, 土木学会論文報告集, 第 303 号, 1980 年 11 月
- 2) Bui Khac Diep: せん断変形を考慮した外ケーブル方式連続 PC 桁の非線形解析, 名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻修士論文, 2000.4
- 3) Bui Khac Diep, 木全博聖, 田辺忠顕: 外ケーブル方式連続桁のスリップ及びせん断変形を考慮した破壊解析, 第 9 回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集, pp521-526, 1999.10
- 4) Bui Khac Diep, 田辺忠顕: 外ケーブルのひずみの修正定式による外ケーブル PC はりの解析, コンクリート工学年次論文報告集 Vol.22, No3, pp811-816, 2000.7
- 5) Eakarot W. and et al.: Analysis of The Flexural Behavior of Externally Prestressed Concrete Beams with Large Eccentricities, コンクリート工学年次論文報告集 Vol.22, No3, pp 817-822, 2000.7
- 6) 梅津健司, 藤田学, 玉置一清, 山崎淳: 外ケーブル方式二経間連続はりの曲げ終局耐力について, 第 5 回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム論文集, pp303-308, 1995.10
- 7) 梅津健司, 藤田学, 玉置一清, 山崎淳: 外ケーブル方式二経間連続はりの曲げ終局耐力に関する研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.17, No2, pp743-748, 1995.6