

(73) 接合面のずれを考慮した合成断面PC梁の材料非線形解析

北海道大学大学院 ○浅野 貴史  
 同 上 正会員 上田 正生  
 同 上 内山 武司  
 北海道職能開発大学校 和田 俊良

1. はじめに

近年ハーフ PCa 部材や鋼板接着工法などの採用により「接合面を有する合成断面部材」を形成する構造物が増加している。しかし、これらの構造物を力学的に解析する際には、簡便のため接合面の付着が完全であると仮定することで合成断面部材を一体構造として取り扱っているのが現状である。著者らはここ数年来接合面に生ずる「相対すべり量」を考慮に入れた合成断面梁の解析手法について研究<sup>[1]</sup>などを行っており、本論文は「接合境界面のずれを考慮した接合面を有する合成断面プレストレストコンクリート梁」の有有限要素法による材料非線形解析法について報告するものである。

2. 基本仮定事項

以下に定式化に際して本報告で採用した基本仮定事項を列挙する。

1. 接合面を有する合成断面梁は、「基幹断面」と、後から接合される「追加断面」とから構成されるものとし、梁には鉛直荷重と軸方向荷重が作用し微小変形理論が適用できるものとする。
2. 基幹断面部分と追加断面部分とは同一の曲率を有し、それぞれ平面保持の仮定が成立する。また、基幹断面部分と追加断面部分から構成される合成断面は、有限な厚さの接着層によって接合されており、合成断面梁全体が積層表示され、基幹断面部までは  $m$  層、追加断面部を含む合成断面梁全体では  $n$  層に仮想分割されている。
3. 積層表示された部材断面は、スターラップ内のコンクリートのコンファインド効果をも考慮可能にするため、更にサブ分割して取り扱い、各層内の歪は各層の中央位置の値で評価される一定値とする。
4. 接合面には付着すべりが生じるものとし、この付着境界に生じる付着応力  $\tau_h$  と相対すべり変位  $h$  との間には区間線形関係が成立する。
5. 補強材は直線補強材のみを対象とし、全断面内に材軸に平行に  $l$  層（基幹断面内に  $1 \sim k$  層、追加断面内に  $k + 1 \sim l$  層）配置されており、これら補強材とコンクリートとの間には配筋方向に生じる  $i$  層の補強材層のすべり変位  $S_i$  は、平面が保持される各断面部分からの相対すべり変位で表示され、すべり変位  $S_i$  と付着応力  $\tau_{bi}$  との間にも区間線形関係が成立する。
6. 非線形解析手法としては、接線剛性を用いた荷重増分・反復法を採用し、各荷重ステップごとの繰り返し計算によって解を求める

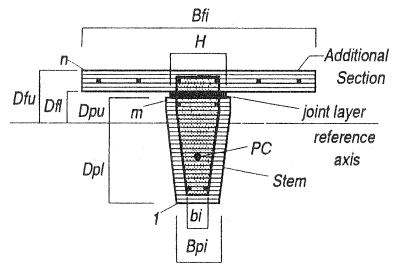


図 1: 合成断面梁の概要

3. 材料性状の仮定と構成関係

ここでは PC 梁を構成するコンクリートと補強材の材料性状、および、補強材とコンクリート間の付着応力とすべりの構成関係について記述する。

(1) コンクリートの応力-歪関係

単調増加荷重時のコンクリートは、図 2 に示すように、引張側では線形弾性が成立するが、引張強度  $\sigma_{ct}$  (図中の T 点) を越えると亀裂が発生し、その時点で剛性を失うものとする。また圧縮側では圧縮強度  $\sigma_{cc}$  (図中の C 点) に到達するまでは、Saenz のシミュレート曲線で表示し、C 点で剛性を失い、C 点から F 点までは直線に沿って分担応力を徐々に低減させていき、F 点に至った時点で全応力を消失するものとする。

$$\sigma_c = \frac{E_{co} \epsilon_c}{1 + \left( \frac{E_{co}}{E_{cs}} - 2 \right) \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}} \right) + \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}} \right)^2} \quad (1)$$

ただし、上式中の各記号については図 2 を参照

また、繰り返し載荷時には、図中に矢印でその方向を示した初期弾性係数  $E_{co}$  に等しい傾きをもつ除荷および再載荷経路を仮定するが、C 点以降の単調載荷曲線からの除荷経路においては、引張強度を失っているもの ( $\sigma_{ct} = 0$ ) とする。

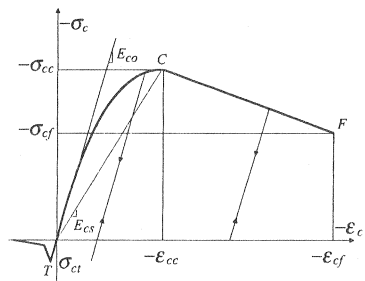


図 2: コンクリートの応力-歪関係

(2) 補強材の応力-歪関係

補強材は、*bilinear* 型の弾塑性材料として取り扱うものとする。図3に、ここで用いた単調増載荷および繰返し載荷時の補強材の仮定応力-歪モデルを掲げる。

(3) 付着応力-すべり関係

本解析で使用使用するコンクリートと補強材との間の付着応力-すべり関係を図4に示す。この図には、正・負両側の単調増載荷経路と、図中のU点に始まる典型的ないくつかの除荷経路と、*F, H, K, U'* 点に代表される再載荷開始点とその後の再載荷経路の典型を示したものである。従って、このモデルで表示しうる1サイクル当たりの繰返し載荷経路は、次の4種である。

- ①  $U \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow Q_1 \rightarrow D \rightarrow V_1$  (ただし、 $\tau_Q > \tau_R$ )
- ②  $U \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow Q_2 \rightarrow R \rightarrow D \rightarrow V_2$
- ③  $U \rightarrow E \rightarrow J \rightarrow K \rightarrow J' \rightarrow R \rightarrow V_3$
- ④  $U \rightarrow E \rightarrow J \rightarrow U' \rightarrow E' \rightarrow M \rightarrow V_3$

この付着応力-すべりモデルは、森田らの研究に基づき「亀裂の発生・進展とともに刻々と大きく変化し、除荷・再載荷を頻繁に繰り返す、引張側における付着応力-すべり関係」をも表示可能なように、修正を加え設定したものである。

4. 部材断面各部の歪増分および応力増分

2. の仮定に基づき、この問題を定式化するために設定しなければならない変位場の数は、梁の基準軸上の材軸方向の変位  $u$  と、鉛直方向の変位  $w$ 、および接合境界に生じるすべり変位  $h$ 、そして梁断面内に  $l$  層配筋されている補強材層のすべり変位  $S_1, \dots, S_l$  の計  $(3+l)$  個である。ただし、材料非線形解析にあたっては、これらは増分形式で表示されることになる。

この付着応力-すべりモデルは、森田らの研究に基づき「亀裂の発生・進展とともに刻々と大きく変化し、除荷・再載荷を頻繁に繰り返す、引張側における付着応力-すべり関係」をも表示可能なように、修正を加え設定したものである。

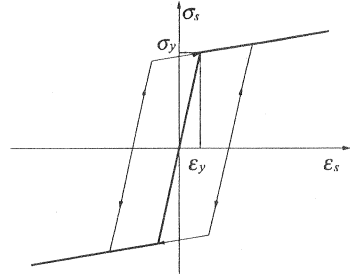


図3: 補強材の応力-歪関係

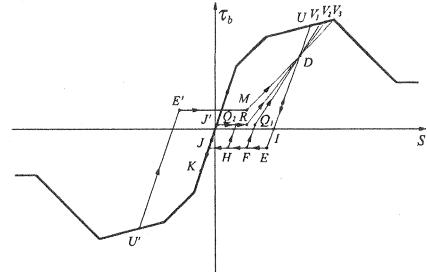


図4: 付着応力-すべり関係

(1) 基幹断面と追加断面の歪増分および応力増分

基幹断面および追加断面の任意の  $i$  層の歪増分  $\Delta\epsilon_i$  は下式のように表される。ただし、追加断面内に存在する層に関しては打ち継ぎ境界面のすべりの影響を考慮しなくてはならない。 ( $i = 1 \sim k$  のときは基幹断面内の層、 $i = k+1 \sim l$  のときは追加断面内の層)

$$\Delta\epsilon_i = \begin{cases} \Delta\epsilon_o + z_i \Delta\phi & (i = 1 \sim k) \\ \Delta\epsilon_o + z_i \Delta\phi + \Delta\epsilon_h & (i = k+1 \sim l) \end{cases} \quad (2)$$

$z_i$ : 基準軸から任意の部材断面層  $i$  の中心までの距離、 $\epsilon_o$ : 梁の軸歪増分で  $\epsilon_o = \frac{d\Delta u}{dx}$

$\phi$ : 梁の曲率の増分量で  $\phi = -\frac{d^2\Delta w}{dx^2}$ 、 $\epsilon_h$ : 接合面境界の相対すべり増分量で  $\Delta\epsilon_h = \frac{d\Delta h}{dx}$

従って、基幹断面の応力増分  $\Delta\sigma_{pi}$  および追加断面の応力増分  $\Delta\sigma_{fi}$  は下式のようになる。

$$\Delta\sigma_{pi} = \begin{cases} p E_{gi} \Delta\epsilon_i = p E_{gi} \left( \frac{d\Delta u}{dx} - z_i \frac{d^2\Delta w}{dx^2} \right) & (\text{スターラップ内}) \\ p E_{ci} \Delta\epsilon_i = p E_{ci} \left( \frac{d\Delta u}{dx} - z_i \frac{d^2\Delta w}{dx^2} \right) & (\text{スターラップ外}) \end{cases} \quad (3)$$

$p E_{gi}$ :  $i$  層の基幹断面のスターラップ内の接線ヤング係数、 $p E_{ci}$ :  $i$  層の基幹断面のスターラップ外の接線ヤング係数

$$\Delta\sigma_{fi} = \begin{cases} f E_{gi} \Delta\epsilon_i = f E_{gi} \left( \frac{d\Delta u}{dx} - z_i \frac{d^2\Delta w}{dx^2} + \frac{d\Delta h}{dx} \right) & (\text{スターラップ内}) \\ f E_{ci} \Delta\epsilon_i = f E_{ci} \left( \frac{d\Delta u}{dx} - z_i \frac{d^2\Delta w}{dx^2} + \frac{d\Delta h}{dx} \right) & (\text{スターラップ外}) \end{cases} \quad (4)$$

$f E_{gi}$ :  $i$  層の追加断面のスターラップ内の接線ヤング係数、 $f E_{ci}$ :  $i$  層の追加断面のスターラップ外の接線ヤング係数

(2) 補強材の歪増分と応力増分

補強材の任意の  $i$  層の歪増分  $\Delta\epsilon_{si}$  は下式のように表される。ただし、該当する補強材層が追加断面内に存在するときは打ち継ぎ境界面のすべりの影響を考慮しなくてはならない。

$$\Delta\epsilon_{si} = \begin{cases} \Delta\epsilon_o + z_{Si} \Delta\phi + \Delta\epsilon_{SSi} & (i = 1 \sim k) \\ \Delta\epsilon_o + z_{Si} \Delta\phi + \Delta\epsilon_{SSi} + \Delta\epsilon_h & (i = k+1 \sim l) \end{cases} \quad (5)$$

$\epsilon_{SSi}$ :  $i$  層の補強材の相対すべり量で  $\Delta\epsilon_{SSi} = \frac{d\Delta S_i}{dx}$ 、 $z_{Si}$ : 基準軸から任意の補強材断面層  $i$  の中心までの距離

従って、補強材層の応力増分  $\Delta\sigma_{Si}$  は下式ようになる。

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{Si} &= E_{Si} \Delta\epsilon_{Si} \\ &= \begin{cases} E_{Si} \left( \frac{d\Delta u}{dx} - z_{Si} \frac{d^2\Delta w}{dx^2} + \frac{d\Delta S_i}{dx} \right) & (i = 1 \sim k) \\ E_{Si} \left( \frac{d\Delta u}{dx} - z_{Si} \frac{d^2\Delta w}{dx^2} + \frac{d\Delta S_i}{dx} + \frac{d\Delta h}{dx} \right) & (i = k + 1 \sim l) \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

$E_{Si}$  : 任意の補強筋層  $i$  の接線ヤング係数

### 5. 全ポテンシャルエネルギー汎関数

積層表示された材料非線形解析のための増分表示された合成断面梁の全ポテンシャルエネルギー汎関数は以下のよう  
に求められる。

$$\begin{aligned} \Delta\Pi &= \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \left( \sum_{i=1}^m \Delta t_{pi} \{ b_{ip} E_{gi} + (B_{pi} - b_i)_p E_{ci} \} + \sum_{i=m+1}^n \Delta t_{fi} \{ b_{if} E_{gi} + (B_{fi} - b_i)_f E_{ci} \} \right) \right. \\ &\quad + \sum_{i=1}^l (A_{Si}^* E_{Si}) \left( \frac{d\Delta u}{dx} \right)^2 - 2 \left( \sum_{i=1}^m z_i \{ b_{ip} E_{gi} + (B_{pi} - b_i)_p E_{ci} \} \right. \\ &\quad + \sum_{i=m+1}^n \Delta t_{fi} z_i \{ b_{if} E_{gi} + (B_{fi} - b_i)_f E_{ci} + \sum_{i=1}^l (A_{Si}^* E_{Si} z_{Si}) \} \left. \left( \frac{d\Delta u}{dx} \right) \left( \frac{d^2\Delta w}{dx^2} \right) \right. \\ &\quad + 2 \left( \sum_{i=m+1}^n \Delta t_{fi} \{ b_{if} E_{gi} + (B_{fi} - b_i)_f E_{ci} \} + \sum_{i=k+1}^l (A_{Si}^* E_{Si}) \right) \left( \frac{d\Delta u}{dx} \right) \left( \frac{d\Delta h}{dx} \right) \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^l (A_{Si} E_{Si}) \left( \frac{d\Delta u}{dx} \right) \left( \frac{d\Delta S_i}{dx} \right) + \left( \sum_{i=1}^m \Delta t_{pi} z_{Si}^2 \{ b_{ip} E_{gi} + (B_{pi} - b_i)_p E_{ci} \} \right. \\ &\quad + \sum_{i=m+1}^n \Delta t_{fi} z_i^2 \{ b_{if} E_{gi} + (B_{fi} - b_i)_f E_{ci} \} + \sum_{i=1}^l (A_{Si}^* E_{Si} z_{Si}^2) \left. \left( \frac{d^2\Delta w}{dx^2} \right)^2 \right. \\ &\quad - 2 \left( \sum_{i=m+1}^n \Delta t_{fi} z_i \{ b_{if} E_{gi} + (B_{fi} - b_i)_f E_{ci} \} + \sum_{i=k+1}^l (A_{Si}^* E_{Si} z_{Si}) \right) \left( \frac{d^2\Delta w}{dx^2} \right) \left( \frac{d\Delta h}{dx} \right) \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^l (A_{Si} E_{Si} z_{Si}) \left( \frac{d^2\Delta w}{dx^2} \right) \left( \frac{d\Delta S_i}{dx} \right) + \left( \sum_{i=m+1}^n \Delta t_{fi} \{ b_{if} E_{gi} + (B_{fi} - b_i)_f E_{ci} \} \right. \\ &\quad + \sum_{i=k+1}^l A_{Si}^* E_{Si} \left. \right) \left( \frac{d\Delta h}{dx} \right)^2 + HK_h \Delta h^2 + 2 \sum_{i=k+1}^l (A_{Si} E_{Si}) \left( \frac{d\Delta h}{dx} \right) \left( \frac{d\Delta S_i}{dx} \right) \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^l A_{Si} E_{Si} \left( \frac{d\Delta S_i}{dx} \right)^2 + \sum_{i=1}^l A_{bsi} K_{bi} \Delta S_i^2 \right\} dx - \int_0^L \Delta q \Delta w dx \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 $\Delta t_{pi}$  : 基幹断面の任意層  $i$  の層厚、 $\Delta t_{fi}$  : 追加断面の任意層  $i$  の層厚、 $B_{pi}$  : 任意の基幹断面層  $i$  の梁幅、 $B_{fi}$  : 任意の追加断面層  $i$  の梁幅、 $b_i$  : 任意の部材断面層  $i$  のスターラップ断面内の幅、 $K_{bi}$  : 任意の補強材層  $i$  の接線付着係数、 $A_{Si}$  : 任意の補強材層  $i$  の断面積、 $L$  : 梁要素の長さ、 $A_{bsi}$  : 任意の補強材層  $i$  の単位長さ当たりの付着表面積、 $\Delta q$  : 梁に作用する鉛直分布荷重増分、 $A_{Si}^*$  :  $i$  層の補強材の換算断面積で  $i = 1 \sim k$  のときは  $A_{Si}^* = A_{Si}(1 - p E_{gi}/E_{Si})$ 、 $i = k + 1 \sim l$  のときは  $A_{Si}^* = A_{Si}(1 - f E_{gi}/E_{Si})$  (スターラップ内)、 $A_{Si}^* = A_{Si}(1 - f E_{ci}/E_{Si})$  (スターラップ外)

### 6. 変位関数および有限要素方程式

#### (1) 変位関数

これら定式化に必要な変位量  $u, w, h, S_i (i = 1 \sim m)$  の変位関数をそれぞれ次のように仮定する。

$$u = [1 \quad x] \{ \alpha_{u0} \quad \alpha_{u1} \}^T = [f_u] \{ \alpha_u \} \quad (8)$$

$$w = [1 \quad x \quad x^2 \quad x^3] \{ \alpha_{w0} \quad \alpha_{w1} \quad \alpha_{w2} \quad \alpha_{w3} \}^T = [f_w] \{ \alpha_w \} \quad (9)$$

$$h = [1 \quad x] \{ \alpha_{h0} \quad \alpha_{h1} \}^T = [f_h] \{ \alpha_h \} \quad (10)$$

$$S_i = [1 \quad x] \{ \alpha_{si0} \quad \alpha_{si1} \}^T = [f_s] \{ \alpha_{Si} \} \quad (11)$$

ただし、 $\{ \alpha_u \}, \{ \alpha_w \}, \{ \alpha_h \}, \{ \alpha_{Si} \}$  : それぞれ変位  $u, w, h, S_i$  に関する一般化変位 ( $i = 1 \sim m$ )

#### (2) 有限要素方程式

前節の全ポテンシャル・エネルギーと上で設定した変位関数とを用いて、接合面のずれを考慮した合成断面梁の有限要素方程式への定式化を行うことで、次のように増分表示された有限要素方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{uw} & K_{uh} & K_{us} \\ K_{uw}^T & K_{ww} & K_{wh} & K_{ws} \\ K_{uh}^T & K_{wh}^T & K_{hh} & K_{hs} \\ K_{us}^T & K_{ws}^T & K_{hs}^T & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_u \\ \Delta\delta_w \\ \Delta\delta_h \\ \Delta\delta_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_u \\ \Delta P_w \\ 0 \\ \Delta P_s \end{bmatrix} \quad (12)$$

ただし、 $\{\Delta\delta_u\}$ ,  $\{\Delta\delta_w\}$ ,  $\{\Delta\delta_h\}$ ,  $\{\Delta\delta_S\}$  : それぞれ変位  $u$ ,  $w$ ,  $h$  と全補強筋のすべり変位  $S$  に関する節点変位増分ベクトル  
 $\Delta P_u$  : 材軸方向の分布増分外力ベクトル、 $\Delta P_w$  : 鉛直方向の分布増分外力ベクトル、 $\Delta P_s$  : 補強材の増分緊張荷重ベクトル

7. 数値計算例

以下に、本報告で提案し展開した解析法による2種類の数値計算例を示す。

(1) 蓼原らのT形合成床スラブ<sup>[2]</sup>の解析

図5に示すような断面を有するプレテンション方式によってプレストレスが導入されている全長5mのT形スラブの材料非線形解析を行う。ここでは接合面の付着性状を、小森らの研究<sup>[3]</sup>に基づいて図6のように仮定した。

図7は中央部の荷重たわみ曲線を示している。この図から、初期剛性およびひび割れ発生後の剛性低下など、本解析手法による計算値と実験値とがよく一致していることがわかる。

また参考として、接合面の付着性状が完全付着の場合(完全付着型)とアンボンドの場合の(アンボンド型)についても解析を行った。これらの解析値から接合面の付着性状の違いによるT型床スラブの力学的性状の変化を顕著に読みとることができる。

(2) 佐野らの鋼板接着により補強された梁<sup>[4]</sup>の解析

もう一つの例として図8に示すようなRC矩形断面に厚さ4.5mmの鋼板を接着し補強した梁の解析を行う。なお解析の際には、鋼板の設置に用いた接着材の材料性状から、接合面の付着性状を図9のように仮定した。

図10は、梁中央部の荷重変形曲線を表している。この結果によると、本解析法は概ねよい精度を有しているが、破壊荷重付近ではやや誤差が生じていることが読みとれる。これは、実験においては鋼板の降伏と同時に鋼板先端部に亀裂が生じ、その後コンクリート

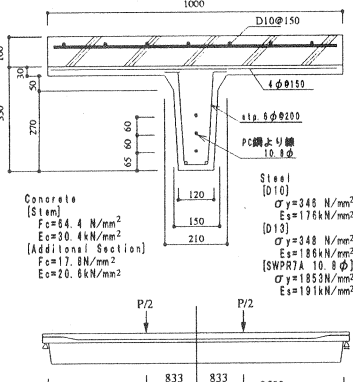


図5: 断面性状および材料性状

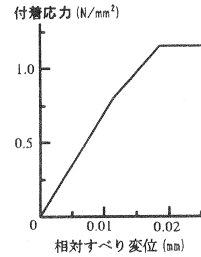


図6: 仮定  $\tau_h - h$  曲線

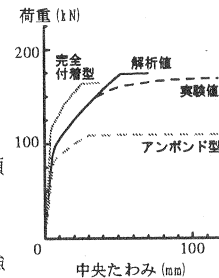


図7: 荷重変形曲線

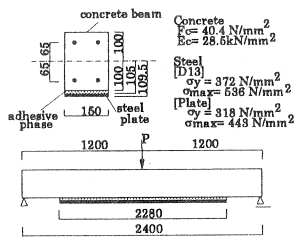


図8: 断面性状および材料性状

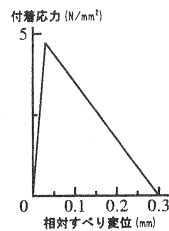


図9: 仮定  $\tau_h - h$  曲線

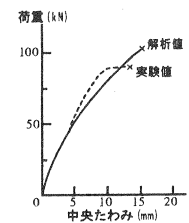


図10: 荷重変形曲線

が鋼板接着端部から斜めに割れ裂けて破壊に至っており、鋼板接着を行った梁の破壊機構がきわめて複雑であることが原因として考えられる。

8. まとめ

本報では「接合境界面のずれを考慮した接合面を有する合成断面プレストレストコンクリート梁」について、有限要素方程式への定式化の一連の概要について報告し、更に既往の実験結果との比較により本解析手法の有用性と接合面付着性状の変化による力学的挙動の変化について示した。

今後の研究としては、接合面の付着性状を実験によって確認し、次いで接合面を有するPC梁の破壊試験を行い、その実験結果との比較により本解析法の妥当性を検討する予定である。

参考文献

[1] 上田正生、内山武司、和田俊良：追加打設面のすべりを考慮したプレキャストPC合成断面梁の解析法に関する研究、プレストレストコンクリート技術協会 第6回シンポジウム論文集、pp.247-252、1996.10  
 [2] 蓼原真一、小森清司、永藤政敏、山下正吾：T形合成床スラブに関する研究、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.19, No.1、pp.1131-1116、1997  
 [3] 小森清司、原田哲夫、田中恭毅：菱形網目状の粗面を打ち継ぎ面に有する合成床スラブの打ち継ぎ部せん断耐力に関する研究、日本建築学会構造系論文集、第458号、pp.89-98、1994.4  
 [4] 佐野正、三浦尚：鋼板接着によるコンクリート部材の補強設計法に関する研究、土木学会論文集、No.550/V33、1996.11