

(74) 補強材の付着すべりを考慮したプレストレスト・コンクリート・チモシェンコ梁の材料非線形解析

北海道大学大学院	○越川 武晃
北海道大学大学院	正会員 上田 正生
北海道大学大学院	内山 武司
北海道職業能力開発中学校	和田 俊良
北海学園大学	松倉満智子

1 はじめに

材料非線形領域にあるコンクリート (RC,PC) 梁部材において、補強材とコンクリート間の「付着すべり」現象が生じることは古くから知られていたが、その曲げ解析のための基礎理論は、つい近年に至るまで、補強材とコンクリート間の「完全付着の仮定」によって得られたものであった。これらの現状を踏まえ、著者らの一人は、既往の研究において、補強材の付着すべりを考慮したRC梁部材の材料非線形解析法について報告している。本論文は、先の解析法を、梁のせん断変形の影響をも考慮し得るように更に発展させ、コンクリートの引張亀裂や圧縮破壊、補強材の降伏やコンクリートとの付着劣化作用をも含めた荷重増分法に基づく矩形断面を有するPC梁部材の材料非線形曲げ解析法について報告するものである。

2 基本仮定事項

付着すべりを考慮したPCチモシェンコ梁部材の材料非線形解析のために用いた基本仮定事項は以下のとおりである。

1. 梁は矩形断面を有し、軸力と曲げが作用するものとする。また、梁には平面保持の仮定に基づく微小変形理論が適用できるものとする。但し、横剪断変形の影響を考慮するものとする。
2. 解析には有限要素解析を用いるものとし、PC梁部材の断面を図1に示すごとく梁軸方向に層状 (n層) に仮想分割して取り扱う積層要素で表示する。
3. 各層の補強材とコンクリートの間には、材軸方向の付着すべりが生じ得るものとし、ある位置における個々の補強材層のすべり変位は、平面が保持されるその位置のコンクリート部分からの相対変位で表示でき、また、付着応力 τ_{bi} とすべり変位 S_i の間には、区間線形関係が成立するものとする。
4. 梁要素内の個々のコンクリート層と補強材層の材料性状は、各要素の各層ごとに、その歪履歴の状態に応じて各解析ステップにおいて変化するが、個々の層内では、一定の性状を有するものとする。
5. 非線形解析手法としては、接線剛性を用いた荷重増分法を採用することにし、各荷重ステップごとに繰り返し計算によって解を求める。

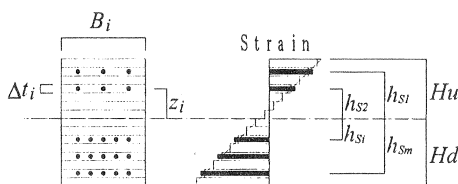


図1: 積層要素の断面記号

3 材料性状の仮定と構成関係

ここでは、PC梁を構成するコンクリートと補強材の材料性状、および、補強材とコンクリート間の付着応力とすべりの構成関係について記述する。

(1) コンクリートの応力-歪関係

単調増加荷重時のコンクリートは、図2に示すように、引張り側では線形弾性が成立するが、引張り強度 σ_{ct} (図中のT点) を超えると亀裂が生じ、その時点で剛性と応力を失うものとし、圧縮側では、圧縮強度 σ_{cc} (図中のC点) に到達するまで、(1)式に掲げるSaenzのシュミレート曲線で表示でき、C点で剛性を失い ($E_{ct} = 0$)、C点からF点までは、直線に沿って分担応力を徐々に低減していき、F点に至って全応力を消失するものとする。

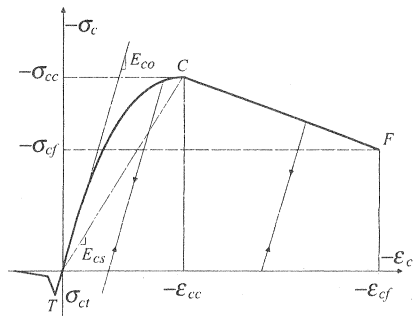


図2: コンクリートの応力-歪関係

$$\sigma_c = \frac{E_{co}\epsilon_c}{1 + \left(\frac{E_{co}}{E_{cs}} - 2\right) \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}}\right) + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}}\right)^2} \quad (1)$$

但し、上式中の各記号については図2を参照

また、繰り返し载荷に対しては、図中に矢印でその方向を示した初期弾性係数 E_o に等しい傾きをもつ除荷および再载荷経路を仮定するが、C 点以降の単調増载荷曲線からの除荷経路においては、引張り強度は有しない ($\sigma_{cc} = 0$) ものとする。

(2) 補強材の応力-歪関係

補強材は、bilinear 型の弾塑性材料として取り扱うものとする。図 3 に、ここで用いた単調増载荷および繰り返し载荷時の、補強材の仮定応力-歪モデルを掲げる。

(3) 付着応力-すべり関係

本解析で使用する補強材とコンクリート間の付着応力-すべり関係を図 4 に示した。この図には、正・負両側の単調増载荷経路と、図中の U 点に始まる典型的な幾つかの除荷経路と、F, H, K, U' 点に代表される再载荷開始点とその後の再载荷経路の典型を示したものである。従って、このモデルで表示し得る 1 サイクル当たりの繰り返し载荷経路は、次の 4 種である。

- ① $U \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow Q_1 \rightarrow D \rightarrow V_1$ (但し、 $\tau_Q > \tau_R$)
- ② $U \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow Q_2 \rightarrow R \rightarrow D \rightarrow V_2$
- ③ $U \rightarrow E \rightarrow J \rightarrow K \rightarrow J' \rightarrow R \rightarrow V_3$
- ④ $U \rightarrow E \rightarrow J \rightarrow U' \rightarrow E' \rightarrow M \rightarrow V_3$

この付着応力-すべりモデルは、森田らの研究に基づき、「亀裂の発生・進展と共に刻々と大きく変化し、除荷・再载荷を頻繁に繰り返す、引張り側における付着応力-すべり関係」をも表示可能なように、修正を加え設定したものである。

4 変位場、および歪増分と応力増分

(1) 変位場

上記の仮定に基づき、この問題を定式化するために設定しなければならない変位場は、梁の基準軸上の材軸方向の変位 u と、鉛直方向の変位 w 、梁の平均剪断回転角 β 、および梁断面内に m 層配筋されている補強材層のすべり変位 $S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_m$ の計 $(3+m)$ 個の変位である。材料非線形解析に当たっては、これは増分形式で表示されることになる。

(2) コンクリートの歪増分と応力増分

x 軸 (材軸) から Z_i だけ離れた任意のコンクリート薄層 i の歪増分 $\Delta \epsilon_{ci}$ は、次式で表される。

$$\Delta \epsilon_{ci} = \Delta \epsilon_o + Z_i \Delta \phi = \frac{d\Delta u}{dx} + Z_i \left(-\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} + \frac{d\Delta \beta}{dx} \right) \quad (2)$$

但し、 $\Delta \epsilon_o$: 梁の軸方向歪増分、 $\Delta \phi$: 梁の曲率の増分量

従って、同位置のコンクリート層 i の応力増分 $\Delta \sigma_{ci}$ は、

$$\Delta \sigma_{ci} = E_{ci} \Delta \epsilon_{ci} \quad (3)$$

但し、 E_{ci} : コンクリート層 i の接線ヤング係数

(3) 補強材の歪増分と応力増分

梁断面内に m 層存在する補強材のうちの任意の i 層を考える。ある位置におけるこの補強材の歪増分 $\Delta \epsilon_{si}$ は、次のように表示することができる。

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_{si} &= \Delta \epsilon_o + h_{si} \Delta \phi + \Delta \epsilon_{ssi} \\ &= \frac{d\Delta u}{dx} + h_{si} \left(-\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} + \frac{d\Delta \beta}{dx} \right) + \frac{d\Delta S_i}{dx} \end{aligned} \quad (4)$$

但し、 h_{si} : i 層の補強材の x 軸からの鉛直距離、 $\Delta \epsilon_{ssi}$: i 層の補強材のすべり率の増分量

従って、同じ位置の i 層の補強材の応力増分 $\Delta \sigma_{si}$ は、

$$\Delta \sigma_{si} = E_{si} \Delta \epsilon_{si} \quad (5)$$

但し、 E_{si} : i 層の補強材の接線ヤング係数

(4) 剪断歪増分と剪断応力増分

断面内の i 層の剪断歪増分 $\Delta \gamma_{xi}$ は、増分平均剪断回転角 $\Delta \beta$ を用いて、次式のように表される。

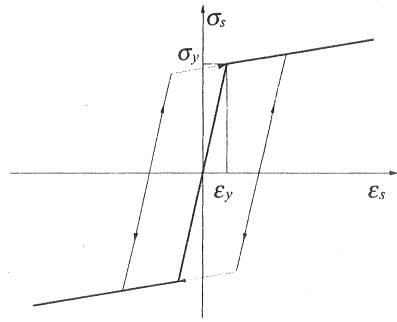


図 3: 補強材の応力-歪関係

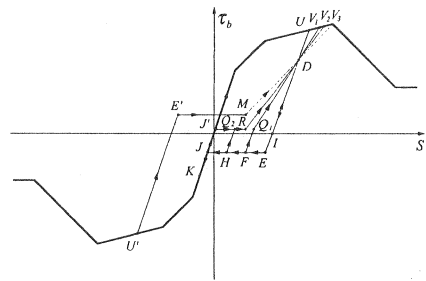


図 4: 付着応力-すべり関係

$$\Delta\gamma_{xz_i} = \frac{5}{4} \left(1 - \frac{4Z_i^2}{t^2} \right) \Delta\beta \quad (6)$$

但し、 t : 梁丈

従って、同位置の i 層の剪断応力増分 $\Delta\tau_{xz_i}$ は、

$$\Delta\tau_{xz_i} = G_i \Delta\gamma_{xz_i} \quad (7)$$

但し、 G_i : コンクリート層 i の接線剪断弾性係数で $G_i = \frac{E_{ci}}{2(1+\nu)}$

(5) 補強材のすべり増分変位と増分付着応力

任意の i 層の補強材の付着境界に生じる増分付着応力 $\Delta\tau_{bi}$ とすべり増分変位 ΔS_i の間には、次の関係が成立する。

$$\Delta\tau_{bi} = K_{bi} \Delta S_i \quad (8)$$

但し、 K_{bi} : i 層の補強材の接線付着係数

5 材料非線形解析のための定式化

(1) 積層要素のための増分汎関数

積層表示された付着すべりを考慮した PC 梁部材のための増分表示された全ポテンシャル・エネルギー汎関数 $\Delta\Pi$ は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \Delta\Pi = & \frac{1}{2} \int_0^L \left[\left\{ \sum_{i=1}^n B_i \Delta t_i E_{ci} + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} \right\} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right)^2 \right. \\ & - 2 \left\{ \sum_{i=1}^n B_i \Delta t_i E_{ci} Z_i + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} h_{si} \right\} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right) \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right) \\ & + 2 \left\{ \sum_{i=1}^n B_i \Delta t_i E_{ci} Z_i + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} h_{si} \right\} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right) \left(\frac{d\Delta\beta}{dx} \right) \\ & + 2 \sum_{i=1}^m A_{si} E_{si} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right) \left(\frac{d\Delta S_i}{dx} \right) + \left\{ \sum_{i=1}^n B_i \Delta t_i E_{ci} Z_i^2 + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} h_{si}^2 \right\} \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right)^2 \\ & - 2 \left\{ \sum_{i=1}^n B_i \Delta t_i E_{ci} Z_i^2 + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} h_{si}^2 \right\} \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right) \left(\frac{d\Delta\beta}{dx} \right) \\ & - 2 \sum_{i=1}^m A_{si} E_{si} h_{si} \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right) \left(\frac{d\Delta S_i}{dx} \right) + \left\{ \sum_{i=1}^n B_i \Delta t_i E_{ci} Z_i^2 + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} h_{si}^2 \right\} \left(\frac{d\Delta\beta}{dx} \right)^2 \\ & + 2 \sum_{i=1}^m A_{si} E_{si} h_{si} \left(\frac{d\Delta\beta}{dx} \right) \left(\frac{d\Delta S_i}{dx} \right) + \sum_{i=1}^m A_{si} E_{si} \left(\frac{d\Delta S_i}{dx} \right)^2 \\ & + \frac{25}{16} \sum_{i=1}^n B_i \Delta t_i G_i \left(1 - \frac{8Z_i^2}{t^2} + \frac{16Z_i^4}{t^4} \right) \Delta\beta^2 + \sum_{i=1}^m A_{bsi} K_{bi} \Delta S_i^2 \Big] dx \\ & - \int_0^L \left\{ \Delta P_u \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right) + \Delta q_z \Delta w + \sum_{i=1}^m \Delta P_{si} \left(\frac{d\Delta S_i}{dx} \right) \right\} dx \end{aligned} \quad (9)$$

但し、 L : 要素長、 B_i : コンクリート層 i の梁幅、 Δt_i : 仮想分割されたコンクリート薄層 i の厚さ、 A_{si}^* : i 層の補強材の換算断面積で $A_{si}^* = A_{si} \left(1 - \frac{E_{ci}}{E_{si}} \right)$ 、 A_{si} : i 層の補強材の断面積、 A_{bsi} : i 層の補強材の単位長さ当たりの付着表面積、 Δu : 梁の軸方向 (x) の増分変位、 Δw : 梁の鉛直方向の増分変位、 $\Delta\beta$: 梁の増分平均剪断回転角、 ΔS_i : i 層の補強材のすべり増分変位、 ΔP_u : 材軸方向の分布増分外力、 Δq_z : 鉛直方向の分布増分荷重、 ΔP_{si} : i 層の補強材の増分緊張荷重

(2) PC 梁要素の変位関数と有限要素方程式

これらの定式化に必要な設定変位増分 Δu , Δw , $\Delta\beta$, ΔS_i (但し、 $i = 1 \sim m$) の各増分変位の変位関数を、それぞれ 1 次, 3 次, 1 次, 1 次の関数要素で表し、先の (9) 式の全ポテンシャル・エネルギー汎関数に代入して、各増分節点変位ベクトル $\{\delta_u\}$, $\{\delta_w\}$, $\{\delta_\beta\}$, $\{\delta_{S_i}\}$ (但し、 $i = 1 \sim m$) に関して変分をとり整理すると、この問題に対する増分表示された有限要素方程式が得られる。

(3) 非線形解析手法

外荷重の増加につれて、コンクリートと補強材の非線形性に起因して、各荷重増分ステップごとに、それぞれに対応する様々な非釣り合い応力が生ずることになる。これらは初期応力とみなされ、仮想仕事の原理を用いて等価

節点荷重に変換され、設定された収束条件を満たすまで繰り返し計算によって解析が行われる。

6 数値計算例

ここでは、本報で展開した補強材の付着すべりを考慮したPC,RCチモシェンコ梁の材料非線形解析法の妥当性を明らかにするため、本解析法による数値計算例を掲げ、既往の実験結果との比較・検討を行うこととする。

(1) 鈴木らの実験値²⁾との比較

図5に、ここで解析の対象とした鈴木らのRC梁試験体の概要と材料の力学的性質を示す。試験体の断面は120×200mm、全長2mの単筋矩形梁で、引張鉄筋を試験体の下縁から30mmの高さに3本配置し、断面の両端にD13、中央にD6を使用している。また、荷重は支点間距離1800mmで3等分点荷重としている。

図6は、鈴木らの実験値と本解析法による値とを、荷重 P と梁の中央点のたわみ δ の関係で比較したもので、両者を対比して図示したものである。この結果によると、本解析値は、実験値に比べ剛性が若干高めに評価されているものの、おおむねよく対応していることが読み取れ、本非線形解析法がRC梁部材の変形挙動を表現するのに十分な妥当性を有していることがわかる。

(2) 材寄らの実験値³⁾との比較

図7に、材寄らのPC梁試験体の概要と材料の力学的性質を示す。この梁は、150×240mmの断面の上下縁から30mmの位置にD10をそれぞれ2本ずつ配筋し、PC鋼より線12.7mmを下縁から70mmの高さに配置している。この梁には、ポスト・テンション方式でプレストレス力が導入されており、有効プレストレス量は123564Nである。

図8は、梁の中央点における荷重-変位関係を、材寄らの実験値と本解析法による値とで比較したものを示したものである。図の結果は、先程のRC梁部材の解析結果の場合と同様に、初期剛性や最大荷重など、本解析値は材寄らの実験値に比較的良好に追従しており、本解析法が、PC梁の荷重-変形応答をも十分な精度で表現可能であることがわかる。

7 まとめ

本報告では、「コンクリートと補強材間に付着すべりを許した場合の剪断変形を考慮したPC梁部材の材料非線形解析」のための全ポテンシャル・エネルギー汎関数を導き、それらを用いてこの問題に対する有限要素法への定式化を行った。更に、本解析法による数値計算例を掲げ、既往の実験結果との比較により、本解析法の有用性を明らかにした。今後は、任意の断面形状を有するPC梁にも対処できるように更に拡張・発展させる予定である。

参考文献

- 1) 上田正生、土橋由造：補強筋のすべりを考慮した鉄筋コンクリート梁部材の曲げ変形解析、土木学会論文集、第372号/V-5,1986.8
- 2) 鈴木計夫、大野義照、佐田裕之：プレストレスト鉄筋コンクリートはりの曲げ性状について、第2回コンクリート工学年次講演会講演論文集、1980
- 3) 材寄勉、南敏和、小林剛：アフターボンドPC鋼材の諸特性について、プレストレストコンクリート、Vol.32, No.4, 1990.7

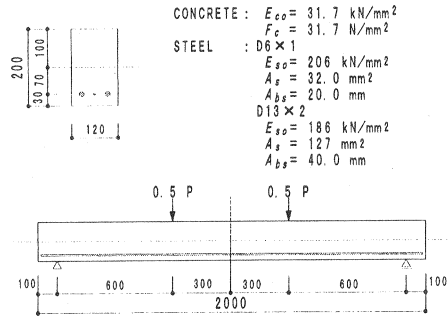


図5: 鈴木らのRC梁の概要と材料性状

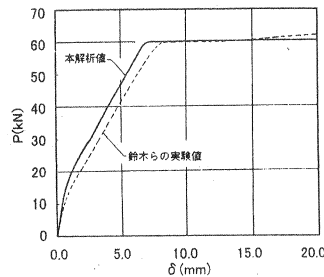


図6: スパン中央点の $P-\delta$ 曲線の比較

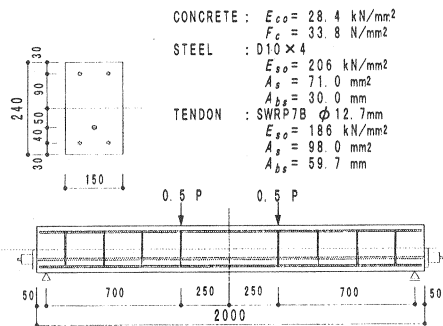


図7: 材寄らのPC梁の概要と材料性状

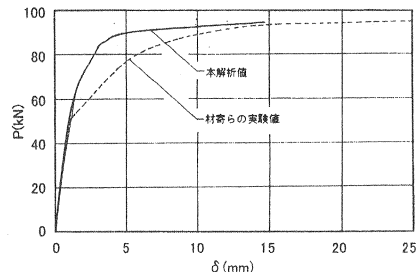


図8: スパン中央点の $P-\delta$ 曲線の比較