

(123) 長大スパン RC アーチ橋の非線形振動挙動に関する解析的研究

名古屋市 ○ 姫野 正太郎
 名古屋大学大学院 谷口 勝彦
 名古屋大学 正会員 田邊 忠顕

1. はじめに

本研究は、現存するものよりもさらに大きなスパン長を有するコンクリートアーチ橋の設計・施工・供用時の構造的問題に関する検討を視野に入れ、試設計された 600m スパン RC アーチ橋の構造挙動を数値解析的に評価するものである。せん断変形を含む Timoshenko はり理論および大変形理論を考慮に入れた 3 次元 12 自由度はり要素による増分形の接線剛性マトリクスを用い、静的解析および地震応答解析を試みた。また、振動挙動と同時に行なった固有値解析から得られる分岐点 (bifurcation point)、分岐モード (bifurcation mode) の両面から、アーチ橋の実設計の可能性を検証した。

2. Newmark の β 法による地震応答解析

2.1 運動方程式及び各マトリクスの作成

構造物が地震動を受ける場合、減衰作用を考慮した多自由度の運動方程式は次のように表される。

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C(t)]\{\dot{y}\} + [K(t)]\{y\} = -[M]\{\ddot{y}_0\} \quad (1)$$

ここで、 $[M]$ 、 $[C(t)]$ 、 $[K(t)]$ は、それぞれ構造物の質量、減衰、剛性マトリクスである。また、 $\{\ddot{y}\}$ 、 $\{\dot{y}\}$ 、 $\{y\}$ は、それぞれ全要素節点の自由度による加速度ベクトル、速度ベクトル、変位ベクトルであり、 $\{\ddot{y}_0\}$ は地震動による慣性加速度ベクトルである。

本研究では、質量マトリクスに質量整合マトリクス (consistent mass matrix) を用いた。

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{y}\} + [K]\{y\} &= \{0\} \\ \{y\} &= \{u\}e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (2)$$

$$[-\omega^2[M] + [K]] = 0$$

また減衰マトリクスは、減衰定数 $h_1 = h_2 = 0.03$ として、非減衰自由運動方程式である式(2)を解くことによって得られる 1 次と 2 次の ω を次の式に代入し求めた。

$$[C(t)] = a_0[M] + a_1[K(t)] \quad (3)$$

$$\begin{cases} a_0 = 2\omega_1\omega_2 \frac{h_1\omega_2 - h_2\omega_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \\ a_1 = 2 \frac{h_2\omega_2 - h_1\omega_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \end{cases}$$

上式のような質量マトリクスと剛性マトリクスの和で表される Rayleigh 型の減衰マトリクスを用いた。そして剛性マトリクスは、せん断変形を含むはりの曲げ剛性マトリクスを導く Timoshenko はり理論およびポストピーク挙動の解析に有効である大変形理論を考慮に入れた 3 次元 12 自由度はり要素による増分形で表した接線剛性マトリクスを用いた。

2.2 Newmark の β 法による収束計算

加速度、速度、変位の関係は、増分形式で次式を満たすように取り扱っている²⁾。

$$\begin{aligned} \{\Delta y\} &= \{\dot{y}_n\}\Delta t + \frac{1}{2}\{\ddot{y}_n\}\Delta t^2 + \beta\{\Delta \ddot{y}\}\Delta t^2 \\ \{\Delta \dot{y}\} &= \{\dot{y}_n\}\Delta t + \gamma\{\Delta \ddot{y}\}\Delta t \\ \{\Delta \ddot{y}\} &= -[M]^{-1}[C]\{\Delta \dot{y}\} - [M]^{-1}[K]\{\Delta y\} - \{\Delta \ddot{y}_0\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 β は加速度変化の仮定に応じた値を取るが、時間刻みの大きさにかかわらず無条件に安定である利点を持つ平均加速度法 $\beta = 1/4$ を本研究では採用した。また、 γ もパラメータであり、 β と連動するが $1/2$ をとる場合が多い。

Iteration step [$i = 0$] とし、加速度、速度、変位増分を次のように仮定する。

$$\begin{aligned} \{\Delta y\}^{[i]} &= \{\dot{y}_n\}\Delta t + \frac{1}{2}\{\ddot{y}_n\}\Delta t^2 \\ \{\Delta \dot{y}\}^{[i]} &= \{\dot{y}_n\}\Delta t \\ \{\Delta \ddot{y}\}^{[i]} &= [\{\Delta y\}^{[i]} - \{\Delta y\}^{[0]}] / (\Delta t^2 \beta) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

式(4)、(5)から [$i+1$] の微小時間 Δt の増分変位は次のように得られる。

$$\begin{aligned} \{\Delta y\}^{[i+1]} &= [\bar{K}]^{-1}\{\Delta \bar{P}\} \\ [\bar{K}] &= [K] + \frac{\gamma}{\beta \Delta t}[C] + \frac{1}{\beta \Delta t^2}[M] \\ \{\Delta \bar{P}\} &= -[M]\{\Delta \ddot{y}_0\} - [M]\{\Delta \ddot{y}_{n,i}\}^{[i+1]} - [C]\{\Delta \dot{y}_{n,i}\}^{[i+1]} - \int [B]^T \{\sigma(\Delta y_{n,i})^{[i+1]}\} dV \end{aligned} \quad (6)$$

ここで $\{\Delta \bar{P}\}$ の第4項は内力から求められる節点力である。式(6)を用いることで、式(5)から Δt の速度、加速度増分は次のようになる。

$$\begin{aligned} \{\Delta \dot{y}\}^{[i+1]} &= \frac{\gamma}{\beta \Delta t}\{\Delta y\} - \frac{\gamma}{\beta}\{\dot{y}_n\} - \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)\{\dot{y}_n\}\Delta t \\ \{\Delta \ddot{y}\}^{[i+1]} &= -\frac{1}{\beta \Delta t^2}\{\Delta y\} - \frac{1}{\beta \Delta t}\{\dot{y}_n\} - \frac{1}{2\beta}\{\ddot{y}_n\} \end{aligned} \quad (7)$$

$\{\Delta \bar{P}\}$ の大きさによって収束判定が行われる。式(6)、(7)を繰り返し用いて収束計算を行うことによって非線形性を考慮できる。解が収束した時には次ステップの地動加速度を入力し、式(5)~(7)を用いて順次、応答値が求められる。

2.3 軸曲げ強度の解析

任意断面を有する RC はりに任意方向の曲げモーメントが作用する場合、断面の主軸方向を求めてモーメントをその主軸方向に分解する必要がある。しかし、一般にひび割れ領域を決定するのは難しく、また非線形領域の解析では与えられた中立軸勾配に対して一義的に中立軸位置を定めることはできない。勾配が一定であっても、ひずみの大きさによってモーメント比は異なってくる。そこで、収束計算を行って断面の中立軸を求めなければならない。その手法として、ここでは図-1 のような小さな要素分割したファイバーモデル断面を考える。また図-2 のように断面を微小要素に分割したファイバーモデル断面を考え、主軸 (ξ, η) と (x, y) 軸とのなす角を θ とする。変形状態から求められる軸力による軸ひずみ ϵ_0 および 2 軸方向の曲率 ϕ_x, ϕ_y を用いて、主軸方向とその方向の曲率 ϕ を求めると式(8)となる。

$$\phi = \sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}, \quad \theta \equiv \tan \theta = \frac{\phi_y}{\phi_x} \quad (8)$$

図-2 において、求められた原点を通る主軸方向と任意の微小断面 $A_i(x_i, y_i)$ との距離 L_i と式(8)を用いて、曲げによる軸ひずみは次のようになる。

$$\epsilon_M = L_\eta \phi = (-x_i \sin \theta + y_i \cos \theta) \sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2} \quad (9)$$

はり要素の total の軸ひずみ ϵ_x は、軸力によるひずみ ϵ_0 と曲げによるひずみ ϵ_M の和であるので、

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_0 - \epsilon_M \\ &= \epsilon_0 - (-x_i \sin \theta + y_i \cos \theta) \sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2} \quad (10) \\ &= \epsilon_0 + x_i \phi_y - y_i \phi_x \end{aligned}$$

となる。式(10)で求めた total 軸ひずみ ϵ_x がゼロとすると要素の全断面における中立軸の式となっており、次式が得られる。

$$y_i = \frac{\phi_y}{\phi_x} x_i + \frac{\epsilon_0}{\phi_x} \quad (11)$$

微小断面についての total 軸ひずみ ϵ_0 から、仮定した応力-ひずみ関係を用いることによって応力分布が求まり、微小断面の和を取ることによって全断面の応力などが得られる。

解析において、収束計算に行い収束した際に得られる中立軸および応力分布が正確な 2 軸曲げが考慮された断面となっており、断面中心での軸力および 2 軸方向の曲げモーメントは次のように求められる。

$$\begin{aligned} N &= \sum_i A_i \sigma_i \\ M_x &= \sum_i A_i \sigma_i y_i \\ M_y &= \sum_i A_i \sigma_i x_i \end{aligned} \quad (12)$$

以上の方法を用いることにより、任意の方向からの荷重・変位に対し、軸力変化を考慮した中で正確な中立軸が求められ、各方向に生じる曲げモーメントを正確に算出することができる。

3. コンクリート、鉄筋の構成則

本解析で用いたコンクリートの構成則は、Saenz の提案したモデルを参考にし、図-3 のように仮定した。圧縮領域では降伏点まで応力はひずみの 2 次式で表され、ひずみが -0.002 で圧縮降伏し、 -0.010 で応力零の状態に至る。除荷経路は、圧縮、引張とも初期勾配を用いて ϵ 軸まで到達し、その後は軸上を原点までたどる経路となっており、材料によるエネルギー損失が考慮されている。再載荷経路は、圧縮・引張とも最大応力・ひずみの点に向かう直線を経路としている。

本解析では図-4 に示すように引張側、圧縮側ともに、降伏点を超えると初期勾配の $1/100$ の 2 次勾配で応力が上昇するバイリニア型の鉄筋の応力-ひずみ関係を用いた。除荷の場合には、降伏以前と同じ傾きで変形が進み、荷重単調増加時の降伏曲線の延長線上に交わるまで応力は減少し、それ以降、降伏曲線上を移動する。圧縮、引張強度は、 $294[\text{MPa}]$ とした。

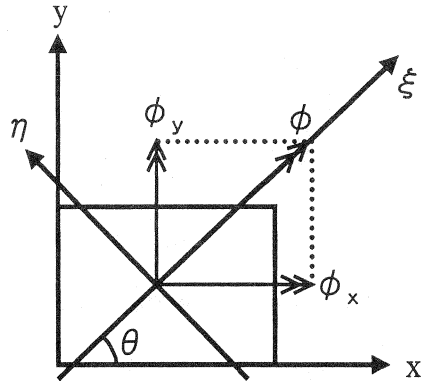


図-1 2軸曲げを受けるファイバーモデル断面

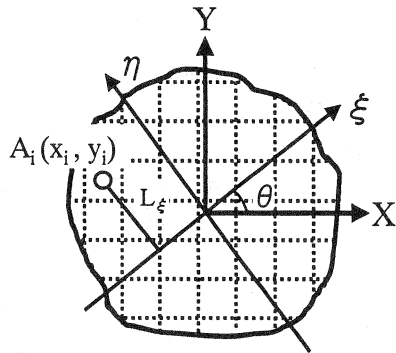


図-2 2軸曲げを受ける全断面

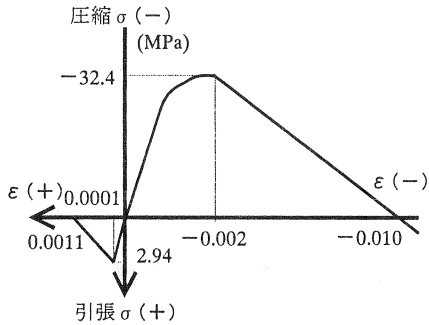


図-3 コンクリートの応力-ひずみ関係

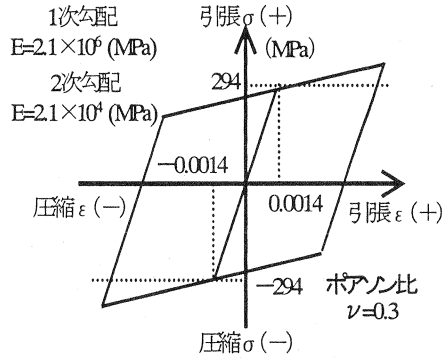


図-4 鉄筋の応力-ひずみ関係

4. 600mスパンモデルアーチ橋の概略設計

現在の世界最長スパンのRCアーチ橋は、中国にある450[m]級のものである。現在、富士川橋(静岡県, 265[m]), 高松大橋(宮崎県, 260[m])が施工中であるが、現存する我が国最長スパンのアーチ橋は別府明礬橋の235[m]である。本研究では日本の最長スパンより約365[m]長く、更に世界最長スパンから約150[m]長い、スパン600[m]のアーチ橋を考える。

図-5に示すようなモデルアーチ橋は、(株)ピーエスで従来のアーチ橋の設計経験に基づいて概略計算されたものであり、詳細な設計はなされていない。アーチの軸線形状は、cosine hyperbolic 曲線関数で得られる。

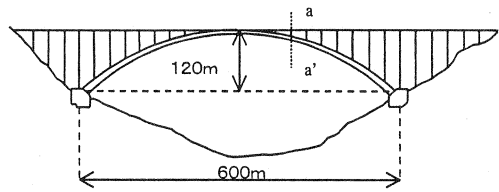


図-5 600mアーチ橋概観図

図-5のa-a部分のアーチ断面形状を図-6に示す。5室BOX断面になっており、アーチスプリングからクラウンにかけて、断面の厚みが12[m]から6[m]に一定の割合で変動している。

また、断面内の鉄筋の配置状態を図-7に示す。アーチリブの断面に主鉄筋として、上板にD41を鉛直方向に3[本]、それを水平方向に25[cm]間隔で並べ合計357[本]、下板にD19を鉛直方向に2本それを水平方向に25[cm]間隔で並べ238[本]、側板にD16を30[cm]毎に2本ずつ、隔壁にD16を30[cm]毎に1[本]ずつ配置されている。

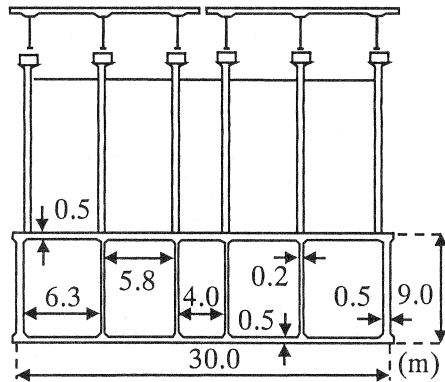


図-6 モデルアーチ橋の断面図 (a-a')

5. モデル橋のPUSH OVER 解析

本解析では、解析対象であるアーチ橋をアーチリブのみの構造と簡略化して考え、横桁、柱、上路などはまとめて死荷重として考慮し、アーチリブと柱が接する部分に作用している状態にモデル化した。拘束条件はアーチスプリングを全自由度固定、つまり両端固定状態であるとした。このようなモデル橋に対して、

まず始めにアーチ頂部を変位制御し、橋軸直角方向から荷重を単調載荷して PUSH OVER 解析を試みたところ、図-8 のような荷重-変位曲線が得られた。

橋軸直角方向の PUSH OVER 解析において、設計震度を求めてみたところ、0.1~0.2 の範囲の値となった。道路橋示方書 4) の設計基準を満たすためには最大 0.2[G] の慣性力に耐えることが必要である。だが、自重載荷状態のモデル橋は、図-8 の荷重-変位曲線が示すように、0.11[G] までの水平耐荷力しかなく、現在の示方書の設計基準に満たしていないことがわかった。

構造物の安定性の条件は、内力による仕事が外力による仕事より大きいことである。任意時間におけるひずみ速度ベクトルに対して、力の釣合いや慣性項はゼロになることを考慮すると、次式の静的構造物安定条件が求まる。

$$\det\{[K]+[K_g]\}=0 \quad (13)$$

方程式上では固有値が零になること、本解析上では式(13)から得られる固有値入が正から負に変わることによって臨界点の判断をしている。また、臨界点での性質として、式(14)のうち必ずどちらかひとつが成り立つのが特徴である。

$$\dot{u}=0 \quad \{v_i\}^T \{f\}=0 \quad (14)$$

ここで $\{v_i\}$ は固有ベクトル、 $\{f\}$ は荷重ベクトルである。式(14)の前者が成り立つ時の臨界点は limit point と呼ばれ、構造物に荷重を作用させた時の荷重変位曲線の最大荷重点がそれに相当する。式(14)の後者が成り立つ時が bifurcation point であり、固有ベクトルと荷重ベクトルが直交している。この性質は固有モードで確認することができる。図-8 でモデル橋の負の固有値の出現状況を見ると、耐荷力の地点で負の固有値を1個得ることができた。これは limit point に当たる負の固有値であると思われる。

また、それぞれの固有値に対応する固有モードを見てみると、図-9 のようなモードが得られた。耐荷力に達するまでは実変形と同等のモード(c)を1次モードとして得ており、構造物の状態としては安定している。耐荷力に達した後、負の固有値に対応するモードとして、また実変形と同等のモード(c)が対応した。これは固有モードの面からも負の固有値が接線勾配がゼロになる点を通ることによって生じる limit point の固有値であることが確認できる。

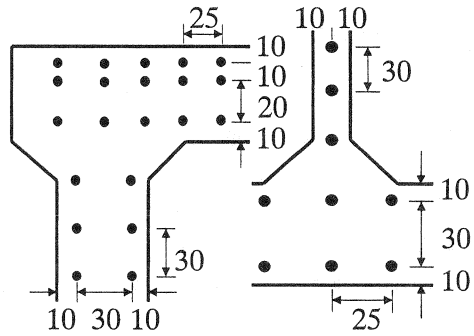


図-7 鉄筋の配置

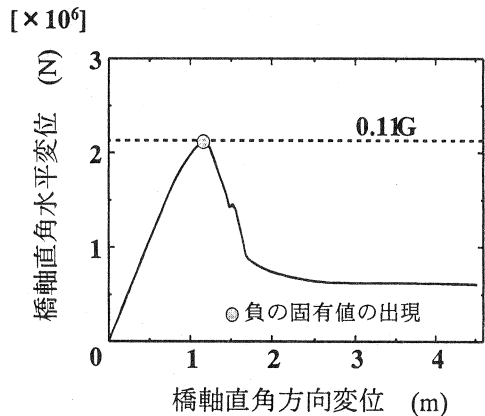


図-8 橋軸直角方向の PUSH OVER 解析

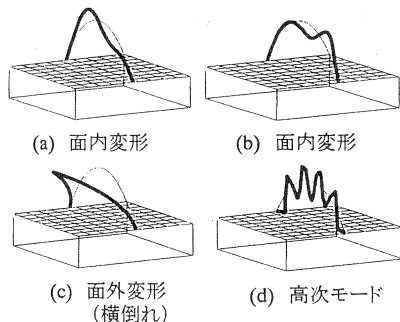


図-9 主な固有モード

6. モデル橋の地震応答解析

Newmark の β 法を用いて, PUSH OVER 解析と同様のモデル橋に対して, 図-10 のような最高約 800[gal]程度の地上加速度を橋軸直角方向から固定端部分に与えて, 図-11~図-13 の地震応答を得た. PUSH OVER 解析では降伏変位が 116[cm]であるのに対して, 最大応答変位は 61[cm]であり, 800[gal]の地震動に対してはモデル橋の耐荷力に達する時点より前の段階で振動していることがわかる. また加速度応答をみると, 地震動が 800[gal]であるのに対して約 1/4 の 220[gal]程度でほとんど振動していないのが特徴的である. このような点から 600[m]スパン RC アーチ橋でも, 800[gal]程度の地震動には, ある程度耐えることがわかった. 次に図-14 の解析中の接線剛性マトリクスの 1 次固有値の変化を時刻歴で示すと終始, 負の固有値を得ることはなく, 固有値解析の面からも 800[gal]程度の地震動に対して, 耐荷力に達さず十分な耐震性能を有していることがわかる.

7. 結論

本研究では, 現在の道路橋示方書の設計水平震度を用いて試設計した 600m アーチ橋を対象に, PUSH OVER 解析, 動的解析を行った. 解析結果に基づき検討を行った結果, 試設計された 600m アーチ橋は, 0.2G の PUSH OVER に耐える規定を満たしてはいないものの, 800Gal の地震動には十分耐える結果が得られたことから, RC アーチ橋の長大スパン化に明るい見通しを得た.

参考文献

- 1) 中村光: コンクリート構造のポストピーク挙動に関する解析的研究, 名古屋大学博士論文, 1992
- 2) 柴田明徳: 最新耐震構造解析, 森北出版, 1981
- 3) D.R.J.OWEN, E.HINTON: Finite Element in Plasticity, Theory and Practice, Pineridge Press, 1980
- 4) 社団法人日本道路協会: 道路橋示方書・同概説 V 耐震設計編, 1997

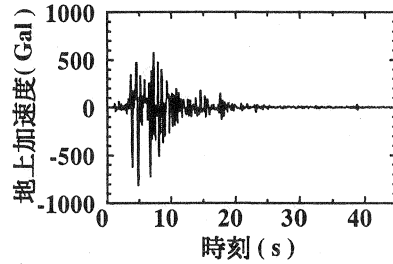


図-10 800[gal]入力地震動

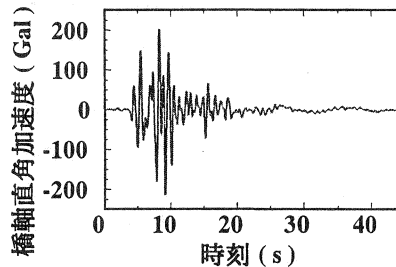


図-11 加速度応答

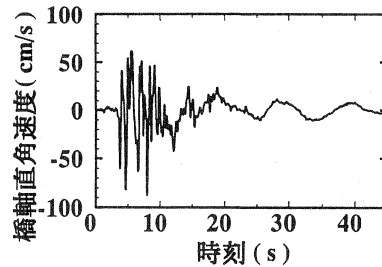


図-12 速度応答

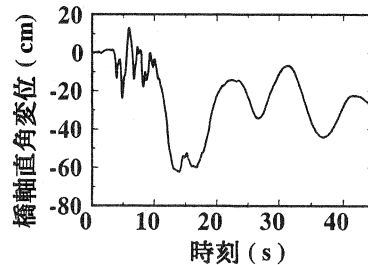


図-13 変位応答

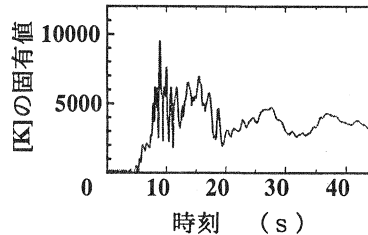


図-14 1次固有値の変化