

(124) 長大スパン RC アーチ橋の耐荷力解析

名古屋大学大学院 ○谷口 勝彦
 名古屋市 姫野 正太郎
 名古屋大学大学院 正会員 田邊 忠顕

1. はじめに

コンクリートアーチ橋は、その構造として本質的に優れており、独特の景観美を有すること、さらに設計施工技術の発達により、最近になって架設が活性化している。現在、我が国にはスパンが 200m を超えるコンクリートアーチ橋が建設中のものを含め 5 本存在し、今後の設計施工技術の発展を考えると、さらなる長大化が予想される。一方、耐震設計との関連からみれば、長大アーチ橋が大地震の際にどのような挙動をなすのか必ずしも明確でないことから、長大アーチ橋の耐震設計は今後の大きな課題の一つにもなっている。本研究では上記の問題に対処するため、長大化するコンクリートアーチ橋の構造上の問題点がどこに存在するか、それらをつきとめるための解析法の開発を行った。即ち、材料的非線形性、幾何学的非線形性およびせん断変形を考慮に入れた有限変形はり要素の定式化を用いた手法を明らかにすると同時に、これを実在する 200m 以上のアーチ橋 4 本にあてはめて、その結果の妥当性を検討した。

2. 非線形を考慮した有限変形問題に対する解析理論

本研究では、実在するコンクリートアーチ橋の耐荷力、及び変形性能を評価するために、解析法に Timoshenko はり理論、有限変形理論を用いた¹⁾。これらにより、本解析手法は部材のせん断変形、大変形問題を 3 次元空間で評価することが可能となる。

構造物の非線形挙動のうち、ポストピーク領域は構造物が不安定になり、安定性が失われる領域である。そこで、安定性が失われる構造物特異点である limit point および bifurcation point に対する理論的検討を行い、解析を実行する際の構造特異点の取扱いについて述べる。

2.1 非線形有限変形はり要素剛性の定式化

3 次元 12 自由度はり要素を図 - 1 に示す座標系に置き、せん断変形を考慮したはり要素剛性の定式化を考える²⁾。X、Y、Z 方向の各々の変位増分 $U(x, y, z)$ 、 $V(x, y, z)$ 、 $W(x, y, z)$ を曲げ変形成分およびせん断変形成分を用いて以下のように表す。この時、Timoshenko はり理論に基づき断面は変形後も平面を保つと仮定している。

$$U(x, y, z) = u + y \frac{\partial v_b}{\partial x} - z \frac{\partial w_b}{\partial x} \quad (1)$$

$$V(x, y, z) = v_b + v_s \quad (2)$$

$$W(x, y, z) = w_b + w_s \quad (3)$$

ここで u : 軸力による軸方向変位増分

v_b 、 w_b : 曲げによるたわみ変位増分

v_s 、 w_s : せん断力によるたわみ変位増分

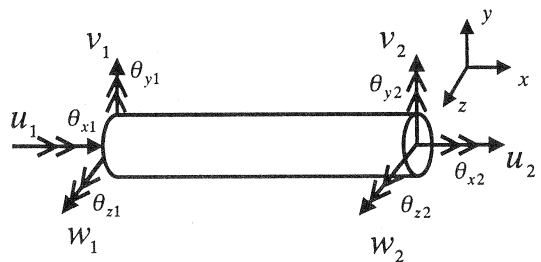


図 - 1 3 次元 12 自由度はり要素

式(1)~(3)の変位場において、変位前の座標系でグリーンひずみ成分を表し、値がゼロになる項、微小になる項を省略すると、軸ひずみ、せん断ひずみ成分は、それぞれ次のようになる。

$$\varepsilon_x = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial^2 v_b}{\partial x^2} - z \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v_b}{\partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} + \frac{\partial w_s}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v_s}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \quad (5)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w_s}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \quad (6)$$

ここで、はり要素の有限変形理論による仮想仕事方程式を考える。ある荷重状態においてはり要素に生じている応力、ひずみ、変位および表面力 f を上付き文字 0 で表し、微小な荷重増分により生じる応力、ひずみ、変位、表面力の各増分、式(4)~(6)を用いると、せん断変形を考慮したはり要素に対し、次式の仮想仕事方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} \delta W = & \iiint \left\{ (\sigma_x^0 + \sigma_x) \delta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial^2 v_b}{\partial x^2} - z \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \right) \right. \\ & + (\tau_{xy}^0 + \tau_{xy}) \delta \left(\frac{\partial v_s}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right) + (\tau_{xz}^0 + \tau_{xz}) \delta \left(\frac{\partial w_s}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right) + (\tau_{yz}^0 + \tau_{yz}) \delta \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right) \Big\} dV \\ & + \iiint \frac{1}{2} \left\{ \sigma_x^0 \delta \left(\frac{\partial v_b}{\partial x} + \frac{\partial v_s}{\partial x} \right)^2 + \sigma_x^0 \delta \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} + \frac{\partial w_s}{\partial x} \right)^2 \right\} dV \\ & - \iint \left\{ (f_x^0 + f_x) \delta u + (f_y^0 + f_y) \delta v + (f_z^0 + f_z) \delta w \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

さらに、各変位増分およびその変位関数を用いることにより、はり要素の剛性方程式が得られ、次のようになる。

$$([K] + [K_g]) \{\delta d\} = \{\delta F\} + \{\delta F_r\} \quad (8)$$

ここで、 $\{\delta F_r\}$ は増分荷重を与える以前の状態における釣合方程式が完全に満たされないために生じる不平衡力ベクトルである。また、 $[K]$ は構造物の微小変位剛性マトリクス、 $[K_g]$ は幾何剛性マトリクスであり、 $([K] + [K_g])$ により、接線剛性マトリクスが得られる。

2.2 安定性の解析

本研究では、構造不安定問題を検討するために、固有値解析を行う。静的平衡状態にある構造物の安定条件をマトリクス表示に書き換えると、次のようになる。

$$\begin{aligned} & \iiint \left(\{\varepsilon\}^T [\sigma] \{\varepsilon\} + \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \right\}^T [\sigma^0] \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \right\} \right) dV \\ & = \{\dot{u}\}^T \iiint ([T]^T [B]^T [D] [B] [T] + [T]^T [N]^T [\sigma^0] [N] [T]) dV \{\dot{u}\} \\ & = \{\dot{u}\}^T \{[K] + [K_g]\} \{\dot{u}\} > 0 \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)がゼロに等しくなったとき、変形状態が臨界点 (critical point) に至ったことを意味し、それを満たすための十分条件は、

$$\det \{[K] + [K_g]\} = 0 \quad (10)$$

であり、固有値を用いれば、次のように表すことができる。

$$\prod_{i=1}^n \lambda_i = 0 \quad (11)$$

ここで、 λ_i は接線剛性マトリクス $[K] + [K_g]$ の固有値である。本研究では、式(11)を用いて、固有値が正から負に変わるところを臨界点と判断している。また、臨界点での性質として、limit point および bifurcation point の2つが挙げられる。limit point は構造物に荷重を作用させたときの荷重-変位曲線の最大荷重点に相当する点であり、荷重が最大荷重に達した後、減少しながら、しかも変形が増大する不安定現象である。また、bifurcation point は分岐点と呼ばれ、固有ベクトルと荷重ベクトルが直交する関係にある点であり、fundamental path (基本的な変形経路) と異なる bifurcation path (分岐経路) の発端となる点である。bifurcation point では構造物が今までと全く異なる変形状態に移行する可能性が生じ、この性質は固有モードで確認することができる。

3. アーチ橋の諸元

本研究では、我が国に実在するスパンが 200m を超える 4 本のアーチ橋を解析対象とした。それぞれのアーチ橋の諸元を表 - 1 に示す。

解析ではアーチ橋のアーチリブのみを解析対象とし、アーチリブの自重や柱、上路をアーチリブとの接点にかかる死荷重として考える。アーチリブ頂部を変位制御し、それ以外の節点には、各節点の全死荷重の比率と同じ割合で、頂部と同様に荷重を徐々に与えることとした。また、境界条件は両端固定とした。

表 - 1 アーチ橋の諸元

橋名	橋長 (m)	ア-チ支間 (m)	支間:ア:チ比 (m)	完成年
A橋	381.0	265.0	6.5	施工中
B橋	370.0	260.0	8.0	施工中
C橋	411.0	235.0	6.6	1989
D橋	332.5	204.0	6.9	1982

4. 我が国に実在する 200m 以上のアーチ橋の耐荷力解析

4.1 鉛直方向載荷

本研究では、表 - 1 に示した実在するアーチ橋において、アーチリブ頂部を鉛直方向、橋軸直角方向および橋軸方向の3つを変位制御した場合を考え、頂部の荷重-変位曲線と、接線剛性マトリクスの1次および2次の固有値の変化を調べた。それぞれのアーチ橋における鉛直方向載荷時の荷重-変位曲線および1次、2次の固有値の変化を、図 - 2 に示す。

鉛直荷重を載荷した場合には、A橋では自重の4.42倍、B橋では3.31倍、C橋、D橋ではそれぞれ2.87倍、4.42倍で最大耐荷力に達することが示された。また、図 - 2 に示すようにすべてのアーチ橋において1つ目の負の固有値が発生した時点は、荷重-変位曲線の最大荷重点に対応しており、この点以降荷重が低下していく。したがって、この時点で limit point が定義され、1つの負の固有値は、荷重が低下する不安定な釣合経路上に構造物が存在することを示すものである。さらに、B橋においては最大荷重点を過ぎた直後に2次の

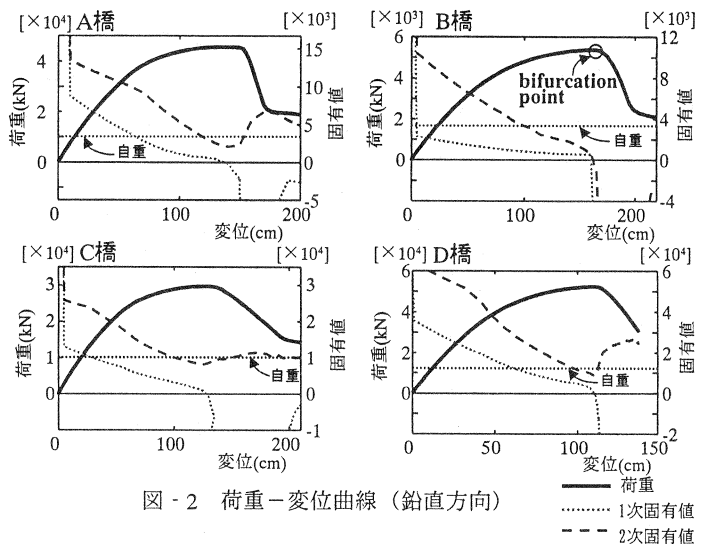


図 - 2 荷重-変位曲線 (鉛直方向)

固有値が負となり、2つ目の負の固有値が発生したが、その他のアーチ橋ではその現象は見られなかった。2つ目の負の固有値が発生した時点が bifurcation point であると考えられるが、仮に第2次固有値が負にならなくても、bifurcation point にどれだけ近づいたかで不安定ポイントの近接度が評価できる。図-2に示された2次の固有値の変化を見てみると、その最小値が一番ゼロに近づいているのはA橋であり、B橋を除く3本のアーチ橋の中では bifurcation point が出現する可能性が一番高いと考えられる。B橋での limit point および bifurcation point に対する3次までの固有値および固有モードを図-3(a), (b)にそれぞれ示す。

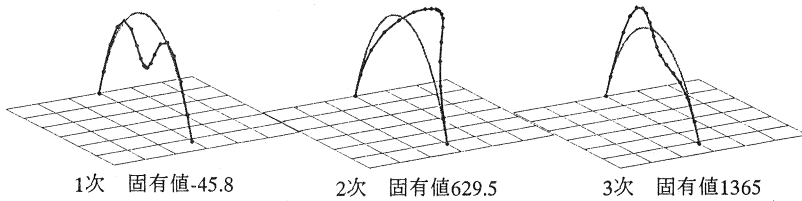


図-3(a) 固有モード (limit point)

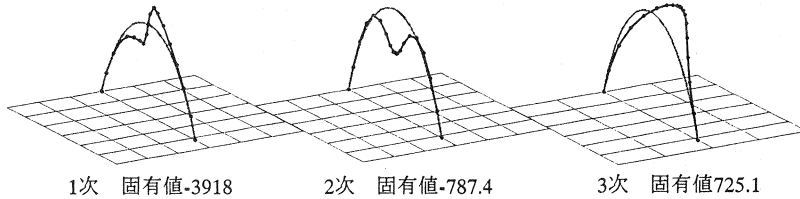


図-3(b) 固有モード (bifurcation point)

図-3(b)の1次モードに、図-3(a)に示した limit point での固有モードと全く無関係のように思われるモードが現れている。この1次モードが bifurcation point に対応する固有モードであり、この点から今までと全く異なる変形挙動に移行する可能性が生じる。また図-3(b)の2次モードに、図-3(a)で示した1次モードと同様なものが発生しており、このモードは limit point 後の釣合経路に対応するものであると考えられる。

4.2 橋軸直角方向載荷

それぞれのアーチ橋において、自重載荷状態で死荷重の比率を保持しながら、頂部橋軸直角方向を変位制御することで得られた頂部の荷重-変位曲線と、接線剛性マトリクスの第1次固有値、第2次固有値の変化状況を図-4に示す。

図-4.5の結果よりそれぞれのアーチ橋の橋軸直角方向耐荷力は、A橋 0.57G、B橋 0.20G、C橋 0.70G、D橋 0.76G となることが示された。B橋だけが極端に耐荷力が低い原因としては、他の3本のアーチ橋は3室箱形断面であるのに対してB橋だ

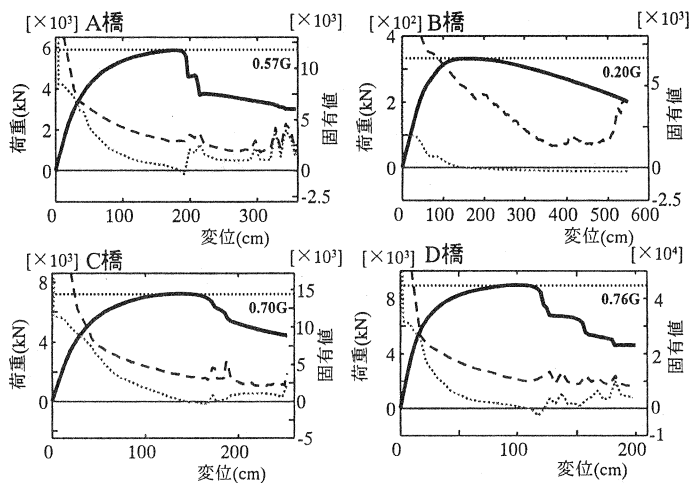


図-4 荷重-変位曲線 (橋軸直角方向) ——— 荷重
 1次固有値
 - - - 2次固有値

けが1室箱形断面になっており、断面の幅が他のアーチ橋と比べて半分程度であることが挙げられる。また、それらの原因により、B橋は他の3本のアーチ橋と比べ大きな変形能を有しており、さらにポストピーク領域における挙動も明らかに異なることが示された。他のアーチ橋は、多少違いがあるもののほぼ同じような挙動が得られた。

また、負の固有値の存在を調べると、図-4に示すようにそれぞれのアーチ橋において荷重-変位曲線の最大荷重点で負になることが確認され、limit pointの存在が示された。limit pointを過ぎてから固有値の変動が激しくなるのは、計算する上で収束がとりづらくなるためである。最大荷重点を過ぎてから、どのアーチ橋においても2つ目の負の固有値は発見できなかった。

4.3 橋軸方向載荷

橋軸直角方向と同様に、橋軸方向も自重載荷状態で死荷重の比率を保持しながら、実在するアーチ橋の頂部橋軸方向を変位制御し解析を行った。頂部の荷重-変位曲線と得られた接線剛性マトリクスの第1次および第2次の固有値の変化を図-5に示す。

図-5よりそれぞれのアーチ橋の橋軸方向耐荷力は、A橋0.67G、B橋0.86G、C橋0.61G、D橋0.86Gとなる結果が得られた。橋軸方向の変形能、およびポストピーク領域における挙動は、すべてのアーチ橋でほぼ同様であることがわかる。

構造不安性に対する考察を行うと、図-5より、荷重-変位曲線の最大荷重点で、1つの負の固有値の出現が示され、limit pointの存在を確認することができたが、橋軸直角方向と同様に、最大荷重点以降は負の固有値の出現が確認できなかった。

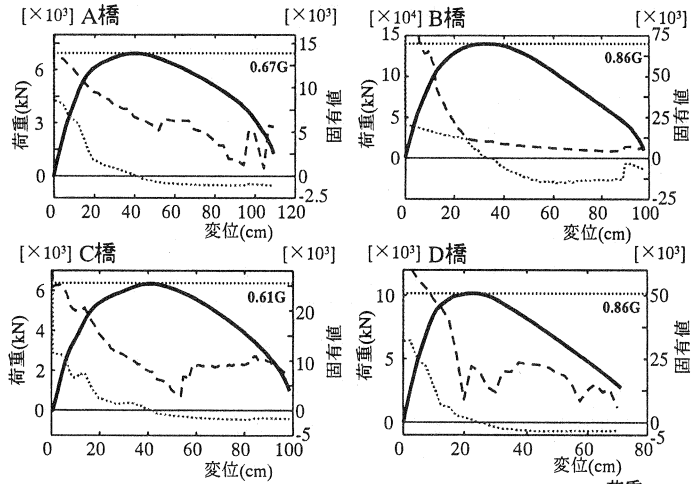


図-5 荷重-変位曲線(橋軸方向) ——— 荷重
 1次固有値
 - - - 2次固有値

5. アーチ橋への地震入力と対応する耐荷力に関する考察

4節で得られた、実在するそれぞれのアーチ橋の鉛直方向、橋軸直角方向、および橋軸方向の耐荷力を表-2に示す。すべてのアーチ橋において鉛直方向の耐荷力は非常に大きな値を持つことが示され、考えられる鉛直荷重に十分に耐えうと思われる。また、橋軸方向における耐荷力は、すべてのアーチ橋において1.0Gを下まわり、それぞれのアーチ橋でほぼ同様な値が得られた。橋軸直角方向においては、アーチ橋によってばらつきが生じ、B橋では0.2Gと非常に低い値となった。

本解析で求めたそれぞれのアーチ橋における各方向の固有周期を用いて、平成7年の兵庫県南部地震

表-2 アーチ橋の耐荷力

橋名	鉛直方向	橋軸直角方向	橋軸方向
A橋	4.42G	0.57G	0.67G
B橋	3.31G	0.20G	0.86G
C橋	2.87G	0.70G	0.61G
D橋	4.42G	0.76G	0.86G

表-3 アーチ橋の設計水平震度

橋名	橋軸直角方向	橋軸方向
A橋	0.48G	0.36G
B橋	0.19G	0.40G
C橋	0.57G	0.36G
D橋	0.75G	0.55G

後に刊行された道路橋示方書のタイプⅡ, I種地盤の設計水平震度の標準値より各アーチ橋の設計水平震度を求めると, 表-3 に示す結果が得られた. ただし, この際の地域別補正係数は1.0とした³⁾.

本解析で得られた耐荷力と, 道路橋示方書で得られた設計水平震度を比較するために, 表-2 における各方向の耐荷力の値を表-3 の設計水平震度で割ったものを図-6 に示す.

図-6 より, 橋軸方向は比較的大きい値を示しているが, 橋軸直角方向ではその値は小さくなり, 特にB橋, D橋では1.0に近い値を示した. また, この結果より, 本解析で得られた橋軸直角方向および橋軸方向におけるすべてのアーチ橋の水平耐荷力は, 道路橋示方書より求めた設計水平震度を上回っていることが確認された. しかし, 現在の道路橋示方書が定める0.6Gの下限値の規定は満たしておらず, 地震動への対応なども含め, より一層の検討が必要である.

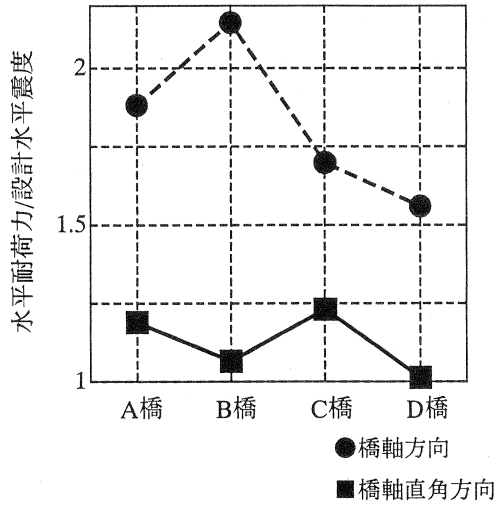


図-6 道路橋示方書との比較

6. まとめ

- (1) 本研究では材料的非線形, 幾何学的非線形, さらにせん断変形を考慮し, 3次元12自由度はり要素の有限変形の定式化を行い, 接線剛性マトリクスの固有値解析, 負の固有値に対するモードの検討などから, 長大アーチの構造問題の解析手法を明らかにした.
- (2) 我が国におけるスパンが200mを超える4本のアーチ橋の鉛直方向, 橋軸直角方向, 橋軸方向のそれぞれ耐荷力を上記手法によって評価した結果, すべてのアーチ橋において鉛直方向耐荷力は非常に高い値を示し, 考えられる鉛直荷重に十分に耐えることが示された. また, 本研究で得られた水平耐荷力は, 現在の道路橋示方書が定める設計水平震度を上回っているが, 0.6Gの下限値の規定は満たしておらず, さらに検討が必要であると思われる.
- (3) 固有値解析を通しての構造不安定問題に対する検討の結果, limit pointでの固有モードを確認することができ, さらにB橋では, 2つ目の負の固有値に対応する固有モードにより, bifurcationが起ころうる可能性が示された.
- (4) 本研究では, せん断剛性およびねじり剛性を, 断面の降伏後も一定値として取り扱ったが, 実際にはそれらの値は変化するものと考えられる. せん断剛性, ねじり剛性をどのように評価し導入するかが今後の課題であり, それらを考慮した動的解析などを通して, さらに検討を進める必要がある.

参考文献

- 1)中村光: コンクリート構造のポストピーク挙動に関する解析的研究, 名古屋大学博士論文, 1992.
- 2)姫野正太郎, 田邊忠顕: 長大スパンコンクリートアーチ橋の非線形動的解析, コンクリート工学年次論文報告集 Vo.21, No3, pp.385-390, 1999.
- 3)日本道路協会: 道路橋示方書・同解説V耐震設計編, 丸善, 1997.