

(146) CFRP緊張材の引張耐力に関する3母数ワイブルの適合性

(株)ピー・エス 開発技術第一部 正会員 ○ 赤嶺文繁
 同 上 正会員 酒井博士
 同 上 正会員 鈴木義晃

1. はじめに

炭素系連続繊維緊張材 (以下CFRPと略す) の引張耐力はばらつきが大きいことが知られているが、その特性値算定にあたっては、他の材料と同様に母集団の分布を正規分布として仮定した3σ法が一般に用いられている¹⁾。しかしながら正規分布は本来無限分布のため、破壊確率の非常に小さな域においては引張耐力が負値となる矛盾があるのも事実である。一方筆者の一人による研究²⁾では、便宜的に破壊が生じない引張耐力 (位置母数) を零とした2母数ワイブル分布への適合性が良いことが示されている。この場合上述のような矛盾点はないものの、破壊確率を小さくするに従い引張耐力は零に漸近することから、引張耐力の特性値に対応する破壊確率を極端に小さく設定した場合は、設計上不都合が生じることが予想される。

そこで本論文は、種々の製造ロットから無作為抽出した130体にも及ぶ供試体の引張試験を実施し、引張耐力の分布として上述のような問題点が解決できる3母数ワイブル分布の適用についても検討し、低強度側裾野の分布形状を明らかにしたうえで、引張耐力と破壊確率の関係を明らかにした。

2. 引張試験概要

(1)CFRP緊張材諸元

引張試験で用いたCFRP緊張材の主要諸元を表-1に示す。弾性係数、引張耐力規格値は、CFRP製造メーカー提案によるものである。また、CFRP緊張材の外観を写真-1に示す。

(2)引張試験

引張試験は、JSCE-E531-1995 (連続繊維補強材の引張試験方法 (案)) に準じて行った。CFRP試験体は過去5年間にわたり、26ロットから各5本ずつ計130本を無作為にサンプリングした。引張試験において、定着は樹脂充填スリーブナット定着等により行い、試験部長さは1mとした (図-1)。

(3)引張試験結果

引張試験で得られた引張耐力の試験結果を表-2に、ヒストグラムを図-2に示す。

表-1 CFRP緊張材主要諸元

緊張材	CFCC
連続繊維材	PAN系
繊維結合材	エポキシ系樹脂
形状	より線状
呼称	φ15.2
有効断面積 (mm ²)	113.6
弾性係数 (N/mm ²)	137
引張耐力規格値 (kN)	199

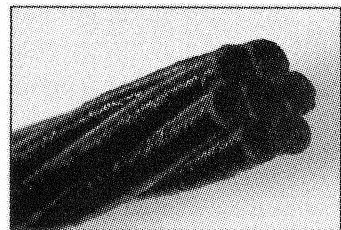


写真-1 CFRP緊張材外観

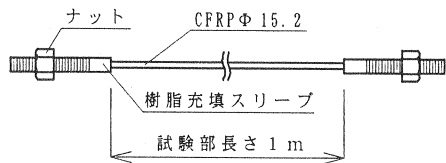


図-1 引張試験体

表-2 引張試験結果

供試体数	130	[個]
最小	206.9	[kN]
平均値	240.7	[kN]
最大	274.6	[kN]
標準偏差	13.98	[kN]

3. 分布モデルの推定

(1) 正規分布および対数正規分布の適用

上記引張試験で得られた引張耐力分布形状において、正規分布および対数正規分布の適合性について検討を行う。両者の確率密度関数を式(1)、(2)に示す。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left\{\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right\}^2\right] \quad \text{式(1)}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \zeta \cdot x} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left\{\frac{(\ln x - \lambda)}{\zeta}\right\}^2\right] \quad \text{式(2)}$$

図-3は引張試験で得られた実測値を正規確率紙上にプロットした図である。実測値はほぼ直線形状で、正規分布している様子が伺える。対数正規分布についても、対数正規確率紙上でほぼ直線形状であることを確認した。正規確率紙および対数正規確率紙の回帰直線より、式(1)および(2)の変数を求めると表-3となる。

(2) ワイブル分布の適用

① ワイブル分布の3母数の関係

ワイブル分布の3母数の関係について検討する。ワイブル分布関数 $F(x)$ を式(3)に示す。

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left\{\frac{(x-\gamma)}{\alpha}\right\}^m\right] \quad \text{式(3)}$$

ここに、 γ : 位置母数、 α : 尺度母数、 m : 形状母数であり、式(3)を変形し、両辺の二重対数をとれば次式となる。

$$\ln \ln [1 / \{1 - F(x)\}] = m \cdot \ln(x - \gamma) - m \cdot \ln(\alpha) \quad \text{式(4)}$$

式(4)は縦軸に $\ln \ln [1 / \{1 - F(x)\}]$ 、横軸に $\ln(x - \gamma)$ とした座標軸上(ワイブル確率紙)で直線となることを示している。ここで、 $\gamma=0$ とおけば2母数ワイブル分布が得られるが、図-4は実測値のプロットとそれを最小二乗法によって直線回帰した結果を示している。このように位置母数を仮定すれば、式(4)とこの回帰直線式の傾きと切片から尺度関数 α と形状関数 m が導ける。すなわち、回帰直線の傾きと切片を a 、 b とすると次式で計算できる。

$$m = a, \quad \alpha = \exp(-b/m) \quad \text{式(4)}$$

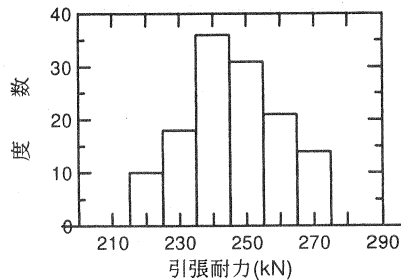


図-2 引張試験結果

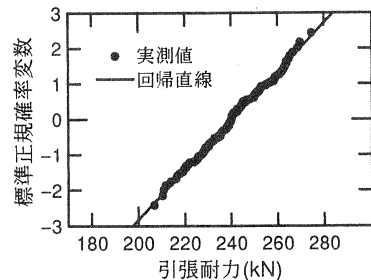


図-3 正規確率紙

表-3 正規分布・対数正規分布の変数

正規分布	対数正規分布
$\mu=240.71$	$\lambda=5.482$
$\sigma=14.430$	$\zeta=0.0599$

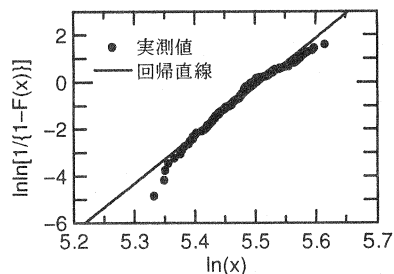


図-4 2母数ワイブル確率紙

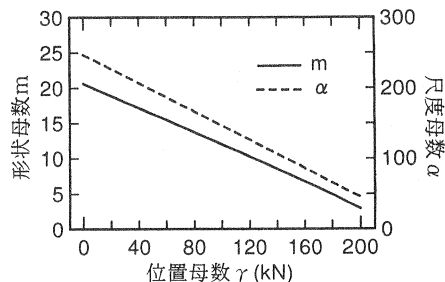


図-5 3母数の関係

位置母数 γ をパラメータとして、上記と同じようにワイブル確率紙上に実測値をプロットし回帰直線を求め、 α と m を計算したのが図-5であるが、 γ の増加とともに、 α と m は直線的に減少することが判明した。

式 (3) を x について解けば式 (5) となり、3 母数 α 、 m および γ が決定できれば、任意の破壊確率 $F(x)$ に対して引張耐力 x を求めることが可能である。

$$x = \alpha [-\ln\{1 - F(x)\}]^{1/m} - \gamma \quad \text{式(5)}$$

破壊確率 0.135% に対する引張耐力を特性値とすると、位置母数 γ と式 (5) を用いて計算した引張耐力特性値の関係は図-6となる。これは、引張耐力の分布モデルとしてワイブル分布を適用する場合、引張耐力特性値は位置母数 γ に依存することを示し、同時に位置母数 γ の設定の重要性を示している。

② 位置母数 γ の推定

3 母数ワイブル分布における位置母数は、破壊確率が零の引張耐力を示すが、ここでは、位置母数の推定方法として相関係数法⁹⁾を適用する。本手法は、ワイブル確率紙上の実測値の相関係数が最大となる位置母数 γ を決定するものである。図-7に位置母数と相関係数の関係を示す。位置母数を変化させると、相関係数が最大となる点が生じ、その最大となる位置母数は 190.3 kN であった。図-8に位置母数 γ を 190.3 kN とする場合のワイブル確率紙を示すが、図-4と比較すれば低強度荷重付近の直線回帰が改善されているのがわかる。このワイブル確率紙上の回帰直線より、尺度母数 α および形状母数 m を求めたのが表-4である。

4. 分布モデルの検定

上述した正規分布、対数正規分布、2 母数ワイブル分布、3 母数ワイブル分布の 4 種類の確率密度関数を実測値とあわせて図-9に示す。

次に、これら 4 分布モデルが統計的に妥当であるかどうか、実測値との適合度について検定を行う。分布の検定に関しては、相関係数、カイ二乗法およびコルモゴロフスミルノフ (以下 K-S と称す) 法を適用した。相関係数は確率紙上での直線に対する関数を調べるものである。検定結果を表-5に示す。ここでいう判定基準とは、相関係数については 0.9 以上、その他で

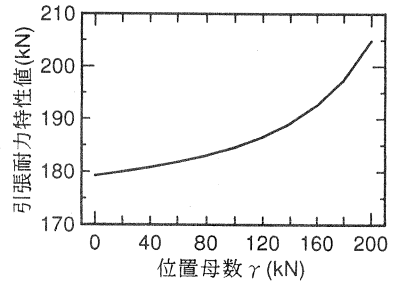


図-6 位置母数 γ と引張耐力特性値の関係

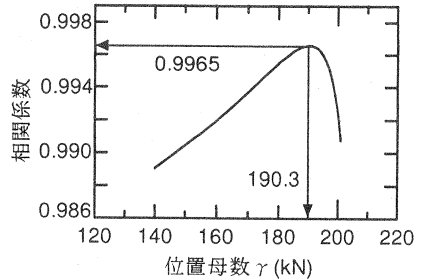


図-7 位置母数と相関係数の関係

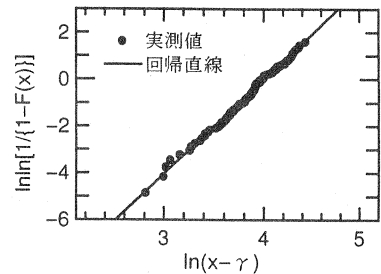


図-8 $\gamma=190.3$ でのワイブル確率紙

表-4 3母数の推定結果

	2母数ワイブル	3母数ワイブル
位置母数 γ	0.0	190.3
尺度母数 α	247.0	55.7
形状母数 m	20.6	4.0

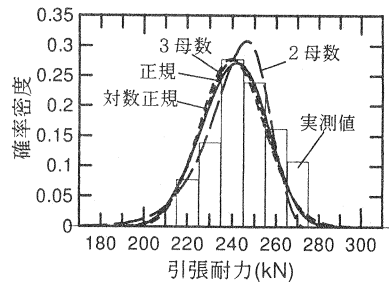


図-9 4分布モデルの比較

は有意水準 5%とした。検定結果、分布モデルはどれも上記判定基準において妥当であり、いずれの分布も十分な適合性を有することが判明した。

5. 引張耐力特性値

4分布モデルの引張耐力特性値について検討を行う。上記3項で求めた各分布モデルにおける確率分布関数と実測値の累積密度を図-10(1)に示す。また、図-10(2)に低強度側裾野部分の拡大を示す。任意の破壊確率における引張耐力特性値は、縦軸の破壊確率から横に進み、各分布の交点より鉛直に降りた引張耐力として表すことができる。破壊確率を0.135%, 0.01%および0%とした場合の特性値を求めると表-6となる。これから分かるように3母数ワイブル分布を適用すると、破壊確率の非常に小さな域から零まで任意の破壊確率に対して引張耐力特性値を考慮することが可能となる。

6. おわりに

本論文は、CFRP緊張材の引張耐力特性について3母数ワイブル分布の適用し、引張耐力特性値について検討したものである。本論文で得られた知見をまとめると以下となる。

- (1) ワイブル分布の3母数の関係は、位置母数の増加とともに尺度母数と形状母数は直線的に減少する。
- (2) 3母数ワイブルの位置母数は、相関係数法を用いて推定可能である。
- (3) CFRP緊張材引張耐力の分布形状は、正規分布、対数正規分布、2母数ワイブル分布および3母数ワイブル分布のどの分布を用いても表現可能である。
- (4) 3母数ワイブル分布を適用した場合、破壊確率の非常に小さい域まで特性値設定が可能である。

謝 辞

本論文で用いたCFRP緊張材の引張試験データは東京製綱株式会社に協力頂いたものである。ここに記して謹んで謝辞を表します。

<参考文献>

- 1) 土木学会：連続繊維補強材を用いたコンクリート構造物の設計・施工指針(案) コンクリートライブラリ-88 1996.9
- 2) 齊藤、伊藤、濱田、酒井：連続繊維緊張材の引張強度に関する研究 PC技術協会第6回シンポジウム論文集 1996.10
- 3) 酒井、田中：3母数ワイブル分布の母数推定について(疲労寿命分布の母数推定に関して) [続編] 「材料」第29巻 第316号 1980.1

表-5 各分布の検定結果

分布モデル	相関係数	カイ二乗	K-S
正 規	0.997	0.041	0.066
対数正規	0.996	0.032	0.055
2 母 数	0.980	0.282	0.113
3 母 数	0.997	0.058	0.076
判定基準	>0.9	<7.81	<0.119

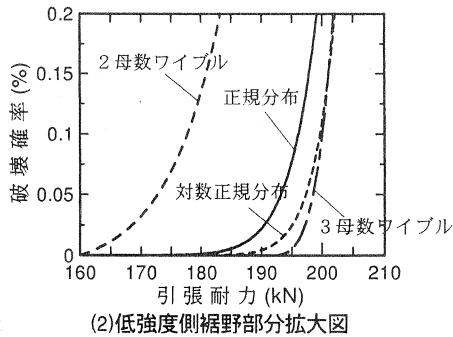
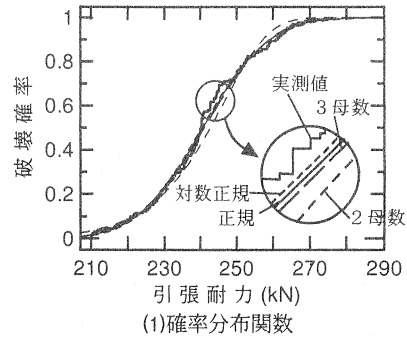


図-10 4分布の確率分布関数

表-6 各破壊確率に対する引張耐力特性値 [kN]

破壊確率	0.135%	0.01%	0%
正 規	197.4	187.0	-∞
対数正規	200.8	192.3	0.0
2 母 数	179.2	158.0	0.0
3 母 数	200.8	195.8	190.3