

補強材の付着すべりを考慮した弧長増分法によるPC梁部材の大変形解析

北海道大学大学院	正会員	工修	○越川	武晃
北海道大学大学院	正会員	工博	上田	正生
北海道大学大学院		工博	菊地	優
道都大学 (北海道大学名誉教授)		工博	内山	武司

1. はじめに

近年、コンクリート構造物の高層化・大スパン化に伴い、断面丈に比してスパンを格段に大きく取ることが可能なPC部材のような、幾何学的非線形性の影響を無視し得ないコンクリート構造の採用が増加してきているのは、周知のとおりである。従って、この種の構造の性能評価を適切に行ううえで、様々な力学特性を取り入れ、微小変形領域から大変形領域に及ぶ広範な変形応答を表現することが可能な梁理論に基づく解析手法を整備しておくことは必要なことのように思われる。

本論文は、著者等の既報告「補強材の付着すべりを考慮したPC梁部材の大変形解析法¹⁾」に、新たに弧長増分法を導入し、最大耐力以降の部材の軟化挙動をも表現し得る大変形領域を考慮したPC梁部材の材料非線形解析手法について報告するものであり、あわせて若干の数値計算例を示し、既往の実験結果との比較を行って解の妥当性について検討を加えるものである。

2. 基本仮定事項

本解析の定式化を行うために用いた基本仮定事項は次のとおりである。

- 1) 変形前の部材軸方向を X 軸、鉛直方向を Z 軸とする全体座標系を座標空間上に固定し、部材の変形はその座標系に関して定義されるものとする (全体変位)。
- 2) 部材の大変形領域をも取り扱えるように、一増分ステップ前の変形後の各梁要素の軸方向を x 軸、 x 軸と鉛直な方向を z 軸とする要素 (局部) 座標系を各要素ごとに設定し、それらは部材の各増分ステップの増加に伴う変形と共に平行・回転移動するものとする。
- 3) 梁には軸力 (緊張荷重を含む) と曲げが作用するものとし、各増分ステップにおける個々の要素座標系に関しては平面保持の仮定に基づく微小変形理論が適用できるものとし、update lagrangian 法による大変形解析を行う。
- 4) 解析には有限要素解析を用いるものとし、梁断面を図1に示すように梁丈方向に層状 (n 層) に仮想分割して取り扱う積層要素で表示する。
- 5) 梁断面内に m 層配筋されている補強材とコンクリートの間には、相対変位で表示される要素軸方向の付着すべりが生じ得るものとし、各補強材層における付着応力 τ_{bi} とすべり変位 s_i の間には、区間線形関係が成立するものとする。
- 6) 要素内の個々のコンクリート層と補強材層の材料特性は、各要素の各部ごとにその歪履歴に応じて各解析ステップにおいて変化するが、個々の層内ではその中央位置で評価される一定の特性を有するものとする。
- 7) 非線形解析手法としては弧長増分法を採用し、各増分ステップごとに繰り返し計算によって解を求める。

3. 要素座標系の有限要素法への定式化

3.1 変位場、および歪増分と応力増分

(1) 変位場

本解析を行うために要素座標系に関して設定する変位場は、梁の基準軸上の要素軸方向の変位 u と、鉛直方

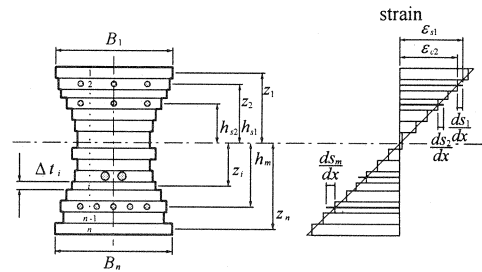


図1 梁要素の断面記号と歪

向の変位 w 、および梁断面内に m 層配筋されている補強材のすべり変位 $s_1, s_2, \dots, s_i, \dots, s_m$ の計 $(2+m)$ 個の変位である。非線形解析に当たっては、これらは増分形で表示されることになる。

(2) コンクリートの歪増分と応力増分

x 軸 (要素軸) から z_i だけ離れた任意のコンクリート層 i の歪増分 $\Delta\varepsilon_{ci}$ および応力増分 $\Delta\sigma_{ci}$ は、次式で表される。

$$\Delta\varepsilon_{ci} = \Delta\varepsilon_o + z_i\Delta\phi = \frac{d\Delta u}{dx} + z_i \left(-\frac{d^2\Delta w}{dx^2} \right) \quad (1)$$

$$\Delta\sigma_{ci} = E_{ci}\Delta\varepsilon_{ci} \quad (2)$$

但し、 $\Delta\varepsilon_o$: 梁の軸方向歪増分、 $\Delta\phi$: 梁の曲率の増分量、 E_{ci} : コンクリート層 i の接線ヤング係数

(3) 補強材の歪増分と応力増分

任意の補強材層 i の歪増分 $\Delta\varepsilon_{si}$ および応力増分 $\Delta\sigma_{si}$ は、次のように表示される。

$$\Delta\varepsilon_{si} = \Delta\varepsilon_o + h_{si}\Delta\phi + \Delta\varepsilon_{ssi} = \frac{d\Delta u}{dx} + h_{si} \left(-\frac{d^2\Delta w}{dx^2} \right) + \frac{d\Delta s_i}{dx} \quad (3)$$

$$\Delta\sigma_{si} = E_{si}\Delta\varepsilon_{si} \quad (4)$$

但し、 h_{si} : 補強材層 i の x 軸からの鉛直距離、 $\Delta\varepsilon_{ssi}$: 補強材層 i のすべり率の増分量、 E_{si} : 補強材層 i の接線ヤング係数

(4) 補強材のすべり変位増分と付着応力増分

任意の補強材層 i の付着界面に生じる付着応力増分 $\Delta\tau_{bi}$ とすべり変位増分 Δs_i の間には、基本仮定により次の関係が成立する。

$$\Delta\tau_{bi} = K_{bi}\Delta s_i \quad (5)$$

但し、 K_{bi} : 補強材層 i の接線付着係数

3.2 増分汎関数とコンクリート梁要素の有限要素方程式

先に求めた PC 梁各部の歪と応力の関係式を用いると、補強材の付着すべりを考慮した PC 梁部材のための増分形の全ポテンシヤル・エネルギー汎関数 $\Delta\Pi$ は、以下ようになる。

$$\begin{aligned} \Delta\Pi = & \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \sum_{i=1}^n \Delta t_i B_i E_{ci} + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} \right\} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right)^2 - 2 \left\{ \sum_{i=1}^n \Delta t_i B_i E_{ci} z_i + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} h_{si} \right\} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right) \left(\frac{d^2\Delta w}{dx^2} \right) \\ & + 2 \sum_{i=1}^m A_{si} E_{si} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right) \left(\frac{d\Delta s_i}{dx} \right) + \left\{ \sum_{i=1}^n \Delta t_i B_i E_{ci} z_i^2 + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} h_{si}^2 \right\} \left(\frac{d^2\Delta w}{dx^2} \right)^2 \\ & - 2 \sum_{i=1}^m A_{si} E_{si} h_{si} \left(\frac{d^2\Delta w}{dx^2} \right) \left(\frac{d\Delta s_i}{dx} \right) + \sum_{i=1}^m A_{si} E_{si} \left(\frac{d\Delta s_i}{dx} \right)^2 + \sum_{i=1}^m A_{bsi} K_{bi} \Delta s_i^2 \Big] dx \\ & - \int_0^L \left\{ \Delta P_u \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right) + \Delta q_z \Delta w + \sum_{i=1}^m \Delta P_{si} \left(\frac{d\Delta s_i}{dx} \right) \right\} dx \quad (6) \end{aligned}$$

但し、 L : 要素長、 Δt_i : コンクリート層 i の厚さ、 B_i : コンクリート層 i の梁幅、 A_{si}^* : 補強材層 i の換算断面積で $A_{si}^* = A_{si} \left(1 - \frac{E_{ci}}{E_{si}} \right)$ 、 A_{si} : 補強材層 i の断面積、 A_{bsi} : 補強材層 i の単位長さ当たりの付着面積、 ΔP_u : 材軸方向の分布外力増分、 Δq_z : 鉛直方向の分布外力増分、 ΔP_{si} : 補強材層 i の緊張荷重増分

また本論では、コンクリート梁要素の設定変位増分 $\Delta u, \Delta w, \Delta s_k$ (但し、 $k = 1 \sim m$) の変位関数を、それぞれ 1 次、3 次、1 次の関数で表現することにする。従って、先の式 (6) にここで設定した変位関数を代入し、通常の変分手法を用いると、最終的に要素座標系に関する有限要素方程式が得られることとなる。

4. 非線形解析手法

4.1 大変形解析のための節点変位の座標変換

本解析では変形前の部材について規定される全体座標系 (X, Z) と、各梁要素の変形に伴って平行・回転移動する要素座標系 (x, z) とを設定し、部材に作用した節点荷重と、要素座標系の変位による各梁要素の節点力とが全体座標系に関して平衡するように、順次繰り返して計算を行うことにより、部材全体として大変形が考慮されることになる。ここでは、その際に必要となる全体座標系から各要素座標系への節点変位の座標変換について記述することにする。

図2は、任意の梁要素における変形前後の全体座標系 (X, Z) および要素座標系 (x, z) の関係と、各座標系に関する変位を表したものである。この図に示すように、変形前の梁要素内の点 P^* が変形した後に点 P に移動したとすると、平行・回転移動した後の要素座標系に関しては、点 P^* と同じ x 軸位置の点 P' から点 P への移動が生じていることになる。これより、この位置の要素座標系の変位 $u, w, \frac{dw}{dx}$ は、この時点の点 P^* の全体座標系に関する変位 $U, W, \frac{dW}{dX}$ を用いて、それぞれ次のように表示される。

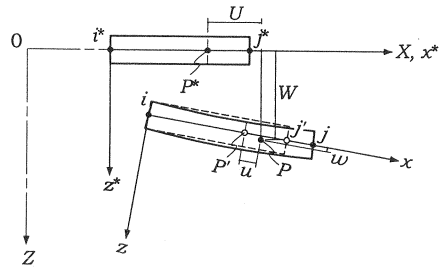


図2 変形前後の座標と変位

$$\begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{xX} & a_{xZ} \\ a_{zX} & a_{zZ} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U - U_i + (1 - a_{xX})x^* \\ W - W_i - a_{xZ}x^* \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{a_{xX} \left(a_{zX} + a_{zZ} \frac{dW}{dX} \right)}{1 - a_{zX} \left(a_{zX} + a_{zZ} \frac{dW}{dX} \right)} \quad (8)$$

但し、 a_{12} : 1-2 座標軸間の方向余弦, U_i, W_i : それぞれ要素座標軸の原点である節点 i の X 軸・ Z 軸方向の全体変位, x^* : 点 P^* の x 軸の座標値

要素座標系に関する任意の補強材層 i のすべり変位 s_i に関しても同様に、部材の幾何学的な形状の変化を考慮すると、この位置の全体座標系に関するすべり変位 S_i を用いて以下のように表示することができる。

$$s_i = \frac{S_i}{a_{xX}} \quad (9)$$

4.2 材料特性の仮定と構成関係

図3は、解析に用いたコンクリートと補強材の材料特性、および補強材とコンクリート間の付着応力とすべりの構成関係を掲げたものである。尚、これらは既報告^{1),2)}で使用したものと同様である。

4.3 弧長増分法

コンクリート構造に見られる軟化挙動やスナップバック現象をも表現し得る弧長増分法は、任意の増分ステップにおける荷重増分と変位増分の両者を関係付ける弧長増分を定義し、これを制御量として逐次計算を行う増分解析手法である。弧長増分の定義に関しては既往の研究においていくつか報告されているが、本論では最も一般的な次式³⁾を採用し計算を行うこととする。

$$\Delta l^2 = \{\Delta \delta\}^T \{\Delta \delta\} \quad (10)$$

但し、 Δl : 弧長増分, $\{\Delta \delta\}$: 当該増分ステップにおける全体の変位ベクトル増分

5. 数値計算例

本論で展開した解析手法の妥当性を検証するために、ここでは Halvorsen 等⁴⁾の行った一連の偏心軸圧縮力を受ける PC 長柱試験体のうち2体を取り上げて、計算を行うことにする。図4に各 PC 長柱試験体(試験体名: H3.1-14-8, H3.2-18-8)の概要と解析に用いた仮定材料特性を示す。図からも知り得るように、スパンのみがそれぞれ 4267.2mm (試験体 H3.1-14-8), 5486.4mm (試験体 H3.2-18.8) と異なるこの2試験体

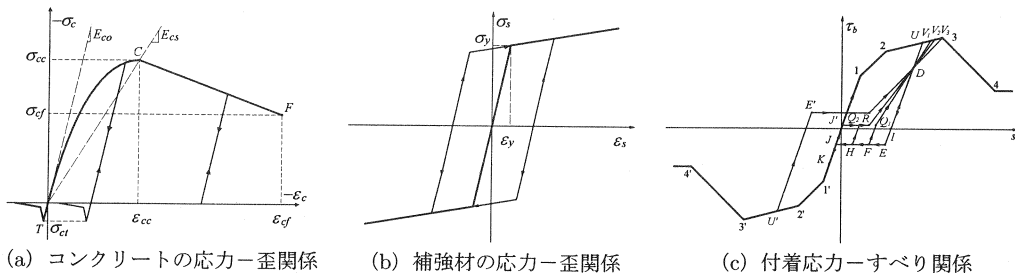


図3 材料特性の仮定と構成関係

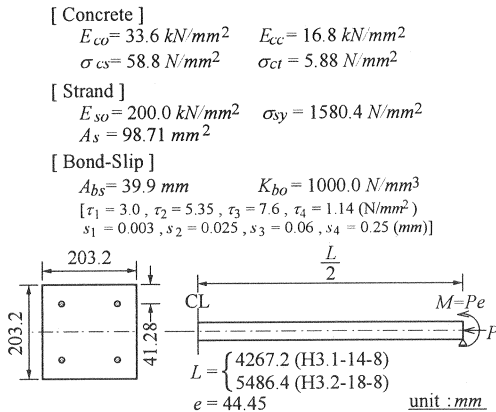


図4 PC長柱試験体の概要と仮定材料特性

には、対称に配筋された4本のPC鋼材によりプレテンション方式でプレストレスが導入されており、断面の平均プレストレスは両試験体とも約 6 N/mm^2 である。解析ではまず、導入プレストレスと等価な節点力を試験体に作用させ、次いで偏心軸圧縮力(偏心距離: $e = 44.45 \text{ mm}$)による非線形解析を行った。尚、これらの試験体の計算を行うにあたっては、部材軸方向の要素分割は40等分割、部材丈方向には11層分割を用いている。

図5および図6は、それぞれ試験体 H3.1-14-8 および試験体 H3.2-18-8 の実験結果を、本解析結果とスパン中央点における荷重-変形曲線で比較したものである。これらの図を見ると明らかなように、図中に併記した荷重増分法による解析結果もあわせて、両解析値とも初期剛性から最大耐力に至るこれらの試験体の荷重-変形応答をかなり良く表現し得ていることが分かる。また、弧長増分法を用いた本解析値は若干の誤差はあるものの、荷重増分法では評価することの出来ない最大耐力時の変形量、およびその後の軟化挙動を明確に表示しており、ここに本解析法の有用性を見て取ることが出来る。

7. まとめ

本論文では、「最大耐力以降の部材の軟化挙動をも表現し得る弧長増分法を用いた、補強材の付着すべりを考慮したPC梁部材の大変形解析法」について論じた。即ち、この問題のための有限要素法への定式化の概要について記述し、次いで非線形解析手法について示した。更に、本解析法による数値計算例を掲げ、解析結果と既往の実験結果との比較により、本解析法の有用性を明らかにした。今後は、この解析法を立体フレーム構造の荷重-変形応答をも適切に表現し得るような、より精度の高い材料非線形解析へと拡張・発展させる予定である。

参考文献

- 1) 越川武晃, 井上圭一, 上田正生, 和田俊良: 補強材の付着すべりを考慮したPC梁部材大変形解析, コンクリート工学年次論文集, Vol.24, No.2, pp.313-318, 2002.6
- 2) 松倉満智子, 上田正生, 内山武司, 土橋由造: 緊張鋼材の付着すべりを考慮したプレストレストコンクリート梁部材の材料非線形解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.17, No.2, pp.709-712, 1995
- 3) Crisfield, M. A. : An Arc-Length Method Including Line Searches and Accelerations, International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol.19, pp.1269-1289, 1983
- 4) Halvorsen, G. T. and Carinci, C. A. : Tie Requirements for Prestressed Concrete Columns, PCI JOURNAL, Vol.32, No.4, July-August, pp.46-79, 1987

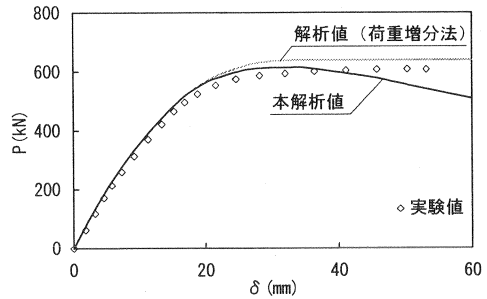


図5 試験体 H3.1-14-8 の荷重-変形曲線の比較

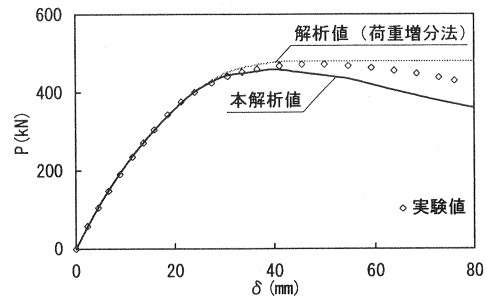


図6 試験体 H3.2-18-8 の荷重-変形曲線の比較