

水平接合面のズレを考慮したチモシェンコPC梁部材の材料非線形解析

北海道大学大学院 正会員 ○平尾 卓也
 北海道大学大学院 正会員 工博 井上 圭一
 北海道大学大学院 正会員 工修 越川 武晃
 北海道大学大学院 正会員 工博 上田 正生

1. はじめに

建築物におけるPC梁部材は、通常のRC部材と比較するとスレンダーな形状になる場合が多いが、断面の一部にPCaPC部材を用いて残りの部分は現場打ちするハーフPCa工法を用いる場合には、断面丈はそれほど小さくならない場合もある。また、耐震補強などのために、既存のPC梁部材断面に新たにコンクリートを追加打設したり、鋼板などを接着させる場合にも、従来よりも断面丈が大きくなる場合がある。従って、このようなせん断スパン比が比較的小さくなる水平接合面を有するPC梁部材の解析を行う場合には、接合面のズレに加え、せん断変形の影響についても考慮する必要があるものと思われる。

本論文は、著者らが既に報告済みの水平接合面を有するコンクリート梁部材の材料非線形解析法¹⁾を更に発展させ、チモシェンコ梁理論に基づきせん断変形の影響をも考慮した、水平接合面を有するPC梁部材の材料非線形解析法について報告するものである。

2. 基本仮定事項

定式化に際して本論文で設定した仮定事項を以下に示す。

- 接合面を有する合成断面梁は、「基幹断面」となるプレキャスト部材と、有限な厚さの「接着層」を介して後から接合される「追加断面」とから構成されるものとし、梁には鉛直荷重と軸方向荷重が作用するものとする。
- 梁断面には、チモシェンコ梁理論に基づき横せん断変形の影響を考慮した微小変形理論が適用できるものとし、基幹断面部分と追加断面部分とは同一の曲率を有するものとする。また、図-1に示すように合成断面梁は、基幹断面部分を k 層、追加断面部分を $(n-k)$ 層に仮想分割した、断面全体で n 層の積層要素で示されるものとする。
- 積層表示された部材断面は、スターラップ内のコンクリートのコンファインド効果を考慮可能にするため、更にサブ分割して取り扱い、各層内の歪はすべて各層の中央位置の値で評価される。
- 接合面には材軸方向の接着ズレ変位が生じ得るものとし、この部分に生じる接着せん断応力 τ_h と相対ズレ変位 h との間には区間線形関係が成立する。
- 補強材は、全断面内に材軸に平行に m 層(基幹断面内に $1\sim j$ 層、追加断面内に $j+1\sim m$ 層)直線配置されており、これらの補強材とコンクリートとの間には、配筋方向の付着すべりが生じ得るものとする。また任意の補強材層 i のすべり変位 S_i は、各断面部分からの相対変位で表示され、すべり変位 S_i と付着応力 τ_{bi} との間には区間線形関係が成立する。
- 解析においては有限要素法による非線形解析手法を用い、荷重増分法を採用して各荷重ステップごとに繰り返し計算によって解を求める。

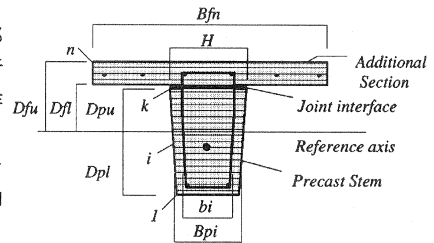


図-1: 積層要素の断面記号

3. 変位場および歪増分と応力増分

3.1 変位場

前節の仮定に基づき定式化に必要な変位場は、梁の基準軸上の材軸方向変位 u と、梁の基準軸上の鉛直方向変位 w 、コンクリート断面の平均せん断回転角 β 、水平接合面(接着層)のズレ変位 h 、および補強材層のすべり変位 $S_1\sim S_m(1\sim m$ 層)の変位である。但し、材料非線形解析に当たっては、これら各変位は増分形式で表示されることになる。

3.2 コンクリート層の歪増分と応力増分

基幹断面の任意のコンクリート層 i ($i = 1 \sim k$) の歪増分 $\Delta_p \epsilon_{ci}$ は次式のように表される。

$$\Delta_p \epsilon_{ci} = \Delta \epsilon_o + z_i \Delta \phi = \frac{d\Delta u}{dx} + z_i \left(-\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} + \frac{d\Delta \beta}{dx} \right) \quad (1)$$

但し, $\Delta \epsilon_o$: 梁の基準軸上の軸方向歪増分, $\Delta \phi$: 梁断面の曲率増分, z_i : 梁の基準軸から i 層の中心までの鉛直距離
従って, 基幹断面内の任意の i 層におけるスターラップ内, 外の応力増分は, それぞれ次式のように表される。

$$\Delta_p \sigma_{gi} = E_{gi} \Delta_p \epsilon_{ci} \quad (\text{スターラップ内}) \quad (2)$$

$$\Delta_p \sigma_{ci} = E_{ci} \Delta_p \epsilon_{ci} \quad (\text{スターラップ外}) \quad (3)$$

但し, E_{gi}, E_{ci} はそれぞれスターラップの内, 外にあるコンクリート層 i の接線ヤング係数

また, 追加断面の任意のコンクリート層 i ($i = k + 1 \sim n$) の歪増分 $\Delta_f \epsilon_{ci}$ は接合面のズレ変位を考慮すると, 次式のように表される。

$$\Delta_f \epsilon_{ci} = \Delta \epsilon_o + z_i \Delta \phi + \Delta \epsilon_h = \frac{d\Delta u}{dx} + z_i \left(-\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} + \frac{d\Delta \beta}{dx} \right) + \frac{d\Delta h}{dx} \quad (4)$$

但し, $\Delta \epsilon_h$: 接着層のズレ率の増分量

従って, 追加断面内の任意の i 層におけるスターラップ内, 外の応力増分は, それぞれ次式のようになる。

$$\Delta_f \sigma_{gi} = E_{gi} \Delta_f \epsilon_{ci} \quad (\text{スターラップ内}) \quad (5)$$

$$\Delta_f \sigma_{ci} = E_{ci} \Delta_f \epsilon_{ci} \quad (\text{スターラップ外}) \quad (6)$$

3.3 補強材層の歪増分と応力増分

基幹断面内に存在する $1 \sim j$ 層の補強材のうち, 任意の i 層の歪増分 $\Delta_p \epsilon_{si}$, 応力増分 $\Delta_p \sigma_{si}$ は, 補強材の付着すべりを考慮すると次式のように表される。

$$\Delta_p \epsilon_{si} = \Delta \epsilon_o + z_{si} \Delta \phi + \Delta \epsilon_{ssi} = \frac{d\Delta u}{dx} + z_{si} \left(-\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} + \frac{d\Delta \beta}{dx} \right) + \frac{d\Delta S_i}{dx} \quad (7)$$

$$\Delta_p \sigma_{si} = E_{si} \Delta_p \epsilon_{si} \quad (8)$$

但し, z_{si} : 基準軸から補強材層 i までの鉛直距離, $\Delta \epsilon_{ssi}$: 補強材層 i のすべり率の増分量, E_{si} : 補強材層 i の接線ヤング係数

また, 追加断面内に存在する $j + 1 \sim m$ 層の補強材層のうち, 任意の i 層の歪増分 $\Delta_f \epsilon_{si}$, 応力増分 $\Delta_f \sigma_{si}$ は, 補強材の付着すべりに加えて接合面のズレ変位をも考慮すると, 次式のように表すことができる。

$$\Delta_f \epsilon_{si} = \Delta \epsilon_o + z_{si} \Delta \phi + \Delta \epsilon_{ssi} + \Delta \epsilon_h = \frac{d\Delta u}{dx} + z_{si} \left(-\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} + \frac{d\Delta \beta}{dx} \right) + \frac{d\Delta S_i}{dx} + \frac{d\Delta h}{dx} \quad (9)$$

$$\Delta_f \sigma_{si} = E_{si} \Delta_f \epsilon_{si} \quad (10)$$

3.4 せん断歪増分とせん断応力増分

任意のコンクリート層 i の横せん断歪増分 $\Delta \gamma_{xzi}$ は, 断面内の梁丈方向の放物線分布を仮定して, これを平均せん断回転角増分 $\Delta \beta$ を用いて以下のように表示する。²⁾

$$\Delta \gamma_{xzi} = \frac{5}{4} \left(1 - \frac{4z_i^2}{t^2} \right) \Delta \beta \quad (11)$$

但し, t : 梁丈

従って, 横せん断応力増分 $\Delta \tau_{xzi}$ は次のようになる。

$$\Delta \tau_{xzi} = \begin{cases} G_{gi} \Delta \gamma_{xzi} & (\text{スターラップ内}) \\ G_{ci} \Delta \gamma_{xzi} & (\text{スターラップ外}) \end{cases} \quad (12)$$

但し, G_{gi}, G_{ci} : それぞれスターラップ内, 外のコンクリート層 i の接線せん断弾性係数

$G_{gi} = \frac{E_{gi}}{2(1+\nu)}$, $G_{ci} = \frac{E_{ci}}{2(1+\nu)}$, ν : ポアソン比

3.5 補強材のすべり変位増分と付着応力増分

任意の i 層の補強材の付着境界に生じる付着応力増分 $\Delta \tau_{bi}$ とすべり変位増分 ΔS_i の間には, 基本仮定より次の関係が成立する。

$$\Delta \tau_{bi} = K_{bi} \Delta S_i \quad (13)$$

但し, K_{bi} : 補強材層 i の接線付着係数

3.6 接着層のズレ変位増分と接着応力増分

接着せん断応力増分 $\Delta\tau_h$ とズレ変位増分 Δh の間には下式のように区間線形関係が成立するものとする。

$$\Delta\tau_h = K_h \Delta h \tag{14}$$

但し、 K_h は接着層の接線接着（せん断）係数であり、接着層が有限な厚さ Δt を有する場合には、その層の接線せん断弾性係数 G_h を用いて、 $K_h = \frac{G_h}{\Delta t}$ と表せる。

4. 材料非線形解析のための定式化

4.1 全ポテンシャル・エネルギー汎関数増分

追加断面を有するチモンエンコ PC 梁の増分表示された全ポテンシャル・エネルギー汎関数 $\Delta\Pi$ は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \Delta\Pi = & \frac{1}{2} \int_0^L \left[\left\{ \sum_{i=1}^n \Delta t_i (B_i E_{ci} + b_i^* E_{gi}) + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} \right\} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right)^2 - 2 \left\{ \sum_{i=1}^n \Delta t_i (B_i E_{ci} + b_i^* E_{gi}) z_i + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} z_{si} \right\} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right) \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right) \right. \\ & + 2 \left\{ \sum_{i=1}^n \Delta t_i (B_i E_{ci} + b_i^* E_{gi}) z_i + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} z_{si} \right\} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right) \left(\frac{d\Delta\beta}{dx} \right) + 2 \sum_{i=1}^m A_{si} E_{si} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right) \left(\frac{d\Delta S_i}{dx} \right) \\ & + 2 \left\{ \sum_{i=k+1}^n \Delta t_i (B_i E_{ci} + b_i^* E_{gi}) + \sum_{i=j+1}^m A_{si}^* E_{si} \right\} \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right) \left(\frac{d\Delta h}{dx} \right) + \left\{ \sum_{i=1}^n \Delta t_i (B_i E_{ci} + b_i^* E_{gi}) z_i^2 + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} z_{si}^2 \right\} \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right)^2 \\ & - 2 \left\{ \sum_{i=1}^n \Delta t_i (B_i E_{ci} + b_i^* E_{gi}) z_i^2 + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} z_{si}^2 \right\} \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right) \left(\frac{d\Delta\beta}{dx} \right) - 2 \sum_{i=1}^m A_{si} E_{si} z_{si} \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right) \left(\frac{d\Delta S_i}{dx} \right) \\ & - 2 \left\{ \sum_{i=k+1}^n \Delta t_i (B_i E_{ci} + b_i^* E_{gi}) z_i + \sum_{i=j+1}^m A_{si}^* E_{si} z_{si} \right\} \left(\frac{d^2 \Delta w}{dx^2} \right) \left(\frac{d\Delta h}{dx} \right) + \left\{ \sum_{i=1}^n \Delta t_i (B_i E_{ci} + b_i^* E_{gi}) z_i^2 + \sum_{i=1}^m A_{si}^* E_{si} z_{si}^2 \right\} \left(\frac{d\Delta\beta}{dx} \right)^2 \\ & + 2 \sum_{i=1}^m A_{si} E_{si} z_{si} \left(\frac{d\Delta\beta}{dx} \right) \left(\frac{d\Delta S_i}{dx} \right) + 2 \left\{ \sum_{i=k+1}^n \Delta t_i (B_i E_{ci} + b_i^* E_{gi}) z_i + \sum_{i=j+1}^m A_{si}^* E_{si} z_{si} \right\} \left(\frac{d\Delta\beta}{dx} \right) \left(\frac{d\Delta h}{dx} \right) \\ & + \sum_{i=1}^m A_{si} E_{si} \left(\frac{d\Delta S_i}{dx} \right)^2 + 2 \sum_{i=j+1}^m A_{si} E_{si} \left(\frac{d\Delta S_i}{dx} \right) \left(\frac{d\Delta h}{dx} \right) + \left\{ \sum_{i=k+1}^n \Delta t_i (B_i E_{ci} + b_i^* E_{gi}) + \sum_{i=j+1}^m A_{si} E_{si} \right\} \left(\frac{d\Delta h}{dx} \right)^2 \\ & + \frac{25}{16} \sum_{i=1}^n \Delta t_i (B_i G_{ci} + b_{gi}^* G_{gi}) \left(1 - \frac{8z_i^2}{t^2} + \frac{16z_i^4}{t^4} \right) \Delta\beta^2 + \sum_{i=1}^m A_{bsi} K_{bi} \Delta S_i^2 + B_h K_h \Delta h^2 \Big] dx \\ & - \int_0^L \left\{ \Delta P_u \left(\frac{d\Delta u}{dx} \right) + \Delta q_z \Delta w + \sum_{i=1}^m \Delta P_{si} \left(\frac{d\Delta S_i}{dx} \right) \right\} dx \tag{15} \end{aligned}$$

但し、 L ：要素長さ、 Δt_i ：層 i の丈、 B_i ：梁幅、 b_i ：スターラップ内の梁幅、 $b_i^* = b_i \left(1 - \frac{E_{ci}}{E_{gi}} \right)$ 、 A_{si} ：補強材層 i の断面積、 $A_{si}^* = A_{si} \left(1 - \frac{E_{ci}}{E_{gi}} \right)$ 、 $b_{gi}^* = b_i \left(1 - \frac{G_{ci}}{G_{gi}} \right)$ 、 A_{bsi} ：補強材層 i の単位長さ当たりの付着表面積、 B_h ：接着層の幅、 ΔP_u ：材軸方向の分布荷重増分、 Δq_z ：鉛直方向の分布荷重増分、 ΔP_{si} ：補強材層 i の緊張荷重増分

4.2 有限要素方程式

合成断面梁要素の設定変位増分 Δu 、 Δw 、 $\Delta\beta$ 、 ΔS_i (但し、 $i = 1 \sim m$)、 Δh の変位関数をそれぞれ、 Δu 、 $\Delta\beta$ 、 ΔS_i 、 Δh は 1 次、 Δw は 3 次の関数で表現することにする。先の増分汎関数にここで設定した変位関数を代入し、各節点変位増分ベクトル $\{\delta u\}$ 、 $\{\delta w\}$ 、 $\{\delta\beta\}$ 、 $\{\delta S_1\}$ 、 \dots 、 $\{\delta S_m\}$ 、 $\{\delta h\}$ について、変分をとり整理すると次式のように増分表示された有限要素方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{uw} & K_{u\beta} & K_{uS} & K_{uh} \\ K_{uw}^T & K_{ww} & K_{w\beta} & K_{wS} & K_{wh} \\ K_{u\beta}^T & K_{w\beta}^T & K_{\beta\beta} & K_{\beta S} & K_{\beta h} \\ K_{uS}^T & K_{wS}^T & K_{\beta S}^T & K_{SS} & K_{Sh} \\ K_{uh}^T & K_{wh}^T & K_{\beta h}^T & K_{Sh}^T & K_{hh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta u \\ \delta w \\ \delta\beta \\ \delta S \\ \delta h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta P_u \\ \delta P_w \\ 0 \\ \delta P_S \\ 0 \end{bmatrix} \tag{16}$$

5. 材料性状の仮定と構成関係

図-2 は解析に当たって採用したコンクリート接合面の接着せん断応力とズレ変位の関係を示したもので、正負単調載荷曲線は、それぞれ 5 直線を表示する。また、繰り返し載荷経路に関しては、初期勾配と同じ傾きを持つ除荷及び再載荷経路を仮定する。コンクリートと補強材の材料性状、および補強材とコンクリート間の付着応力とすべりの構成関係は既報告¹⁾と同様のモデルを用いる。

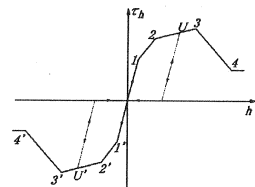


図-2: 接着せん断応力-ズレ変位関係

6. 数値計算例

本論文で展開した解析法の妥当性を明らかにするため、比較的せん断変形の影響が大きいと考えられる大浜らの打継ぎ面を有するPC梁試験体³⁾を対象とし、本解析法による数値計算例を掲げ、実験結果との比較・検討を行う。図-3および表-1に試験体の概要と材料性状を示す。尚、PC鋼材の材料性状については文献には示されていないため、弾性係数 $2.1 \times 10^5 (N/mm^2)$ 、降伏強度 $785 (N/mm^2)$ と仮定した。試験体はスパン中央に対称な2点荷重を受けるT形断面の合成梁で、プレキャスト部の打継ぎ面は粗骨材の最大寸法 $15mm$ の $1/2$ 程度を露出させて凹凸を設け、プレキャストコンクリート部にプレストレス導入後、フランジ部のコンクリートを打継いだものである。

図-4は梁中央部の荷重-変形曲線を、本解析値と実験値を対比して示したものである。この図からわかるように、初期剛性から最大耐力に至るまで本解析結果は実験結果に比較的良好に追随している。また図-5に示す荷重とせん断スパン中央部の接合面のズレ変位の関係においては、 $90kN$ 以上の荷重に対して、解析値は実験値に比べてズレ変位が大きくなる傾向があるものの、解析値は実験値とほぼ同様の変形挙動を示している。これらより、本解析法は水平接合面を有するPC合成梁の荷重-変形応答を十分な精度で表現可能であると考えられる。

7. まとめ

本論文では、「チモシェンコ梁理論によってせん断変形を考慮し、水平接合面のズレをも勘案した合成断面PC梁部材」の材料非線形解析のための全ポテンシャル・エネルギー汎関数を導き、それを用いて有限要素法への定式化を行った。更に、一例のみであるが本解析法による数値計算例を掲げ、既往の実験結果との比較により本解析法の妥当性を明らかにした。

参考文献

- 1) 浅野, 上田, 内山, 和田: 接合面のすべりを考慮した合成断面梁の材料非線形解析, コンクリート工学年次論文集, Vol.23, No.3, pp.325-330, 2001
- 2) 越川, 上田, 内山, 和田: 補強材の付着すべりを考慮したプレストレスト・コンクリート・チモシェンコ梁の材料非線形解析, コンクリート工学年次論文集, Vol.23, No.3, pp.301-306, 2001
- 3) 大浜, 小林: プレキャストコンクリート合成ばりの打継ぎ面におけるずれ特性に関する研究, 土木学会論文報告集, 第208号, pp.85-97, 1972

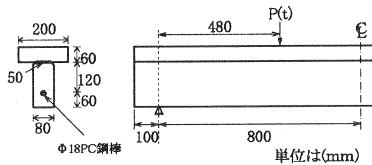


図-3: 試験体の概要

表-1: 試験体の材料特性

プレキャスト部(コンクリート)			打継部(コンクリート)		接合面の $\tau-h$	
圧縮強度 (N/mm^2)	弾性係数 (N/mm^2)	プレストレス (N/mm^2)	圧縮強度 (N/mm^2)	弾性係数 (N/mm^2)	τ_{max} (N/mm^2)	$h(\tau_{max}時)$ ($\times 10^3 mm$)
59.1	3.54×10^4	上縁:0, 下縁:9.0	48.3	3.35×10^4	6.5	25

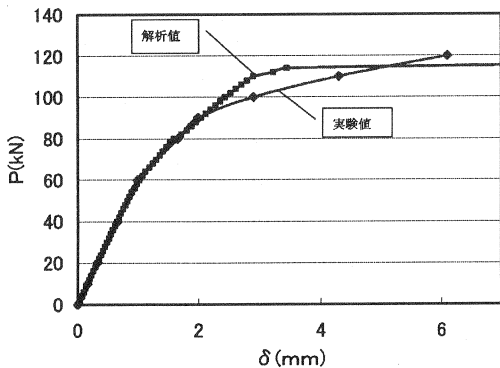


図-4: 荷重と梁中央部のたわみの関係

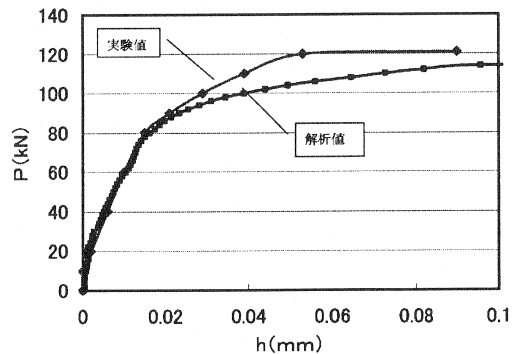


図-5: 荷重と接合面のズレ変位の関係