

## PC橋設計へのFEM解析の適用に関する一考察

(株)富士ピー・エス 技術本部設計部 正会員 ○西永 卓司  
 (財)高速道路技術センター 構造技術研究部 構造研究課 福永 靖男  
 (財)高速道路技術センター 構造技術研究部 構造研究課 伊川 嘉昭  
 (株)富士ピー・エス 技術本部設計部 正会員 堤 忠彦

### 1. はじめに

近年、コンピューター環境の急速な進歩により、FEM解析などの高度な解析手法を比較的容易に設計に用いることが可能になり、これが波形鋼板ウェブ橋やプレキャストセグメント工法などの新技術・新工法が多く採用されるようになった設計、施工の技術的基盤のひとつとなっている。また一方で、橋梁などの道路構造物の建設においては、長期耐久性を確保するための高品質化や、建設コストの縮減に対する要求が今まで以上に高まっている。このような状況においては、比較的一般的な橋梁構造の設計においても、これらの高精度な解析手法を設計の主たるツールとして適用することにより、構造のスリム化など設計の合理化が可能になることが期待される。

(財)高速道路技術センターでは、『有限要素法を適用した橋梁のコスト縮減手法に関する技術検討委員会』において、所要の耐久性と安全性を確保しながら建設コストの縮減を図ることを目的として、PC橋設計への有限要素法の適用に関する検討を実施した。本稿では、委員会において検討を行ったテーマのうち、PRC2主版げた橋の低コスト化に関する検討内容とその結果について報告する。

### 2. 検討概要

本検討では、施工性の良いPRC2主版桁橋をスリム化し、長支間化を図って適用範囲を拡大することにより、コスト縮減を図ることを目的とした。

設計の合理化は、ひび割れ幅の算定において従来設計(格子計算)では無視されていたコンクリートの引張強度特性を考慮した非線形FEM解析を適用することで行った。

検討は、図-1、図-2 に示すモデル橋梁を対象として実施した。なお、施工方法は、支保工施工による一括施工を想定した。また、主要な使用材料、および諸物理定数は以下に示すとおりである。

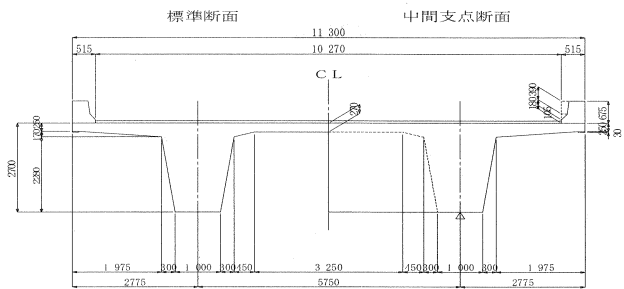


図-1 断面図

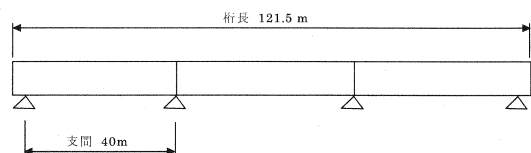


図-2 側面図

コンクリート : 設計基準強度  $\sigma_{ck}' = 36 \text{ N/mm}^2$  ヤング係数  $E_c = 2.98 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$   
 PC鋼材 : 1S28.6 (主ケーブル) ヤング係数  $E_p = 2.00 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$   
 鉄筋 : SD345 ヤング係数  $E_s = 2.00 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$

検討内容は、図-3 に示すフローに従って行った。材料構成則、要素寸法、要素化等の適切なモデル化について、供用状態および終局状態の解析を行うことで検証した。なお、本稿では、図-3 の設計フローのSTEP2~4の曲げ解析に限定して述べる。

### 3. 非線形FEM解析手法

#### 3.1 非線形FEM解析の適用に関する検討(STEP-2)

##### 3.1.1 モデル化

コンクリートの引張強度特性を考慮して、非線形FEM解析を行う場合、構成材料のマイクロ挙動を直接的に捉えて評価する場合と、一定領域の平均挙動をマクロ的に捉えて評価する場合があります。解析精度と解析時間の両者を勘案してモデル化の設定を行う必要がある。

ここでは、モデル化の選定において、全死荷重作用時からひび割れ発生以降の設計荷重時までのパラメータ解析結果について述べる。なお、要素内に導入されるひび割れの力学的特性は、要素内で空間平均化された平均応力-平均ひずみ関係で表される分散ひび割れモデルを採用した。

##### 3.1.2 パラメータ解析概要

パラメータ解析は以下に示す3モデルについて行った。そのモデル概要を以下に述べる。

モデル①：要素寸法は、コンクリート標準示方書式(以下コン示式)で計算されるひび割れ間隔の1/3程度(100mm)とし、全てソリッド要素を使用した。コンクリートの引張強度特性は、要素内に1本のひび割れのみが導入されると仮定し、全てPL(無筋)ゾーンとして破壊エネルギー $G_f$ 、および、要素の大きさとひび割れ面の方向によって決まる要素の等価長さ $\ell_r$ で表される無筋コンクリートの引張軟化曲線式(1)を採用した(図-4)。

$$\int \sigma(\epsilon) d\epsilon = \frac{G_f}{\ell_r} \text{-----(1)}$$

一方、鉄筋の応力-ひずみ関係には、図-5 に示す完全弾塑性型の構成則(鉄筋単体の構成則)を採用した。なお、要素分割を細分割としたのは、コンクリートと鉄筋の付着の影響を無視し、ひび割れ発生位置における異形鉄筋近傍の付着劣化の影響を評価するためである。

モデル②：要素寸法は、コン示式で計算されるひび割れ間隔程度(400mm)の粗分割とし、コンクリートと鉄筋の付着の影響を考慮した平均化構成則を使用した。使用要素はソリッド要素を用いた。コンクリートの引張強度特性は、鉄筋との付着の影響が大きい領域では、参考文献<sup>1)</sup>を参照し、複数本のひび割れが発生すると仮定したRCゾーンとして引張硬化の影響を考慮した軟化曲線を採用した。したがって、式(2)を採用し、付着の影響を考慮するための係数を $c=0.4$ とした。RCゾーン以外の領域については、全てPL(無筋)ゾーンとし、図-4 の引張軟化構成則を使用した。

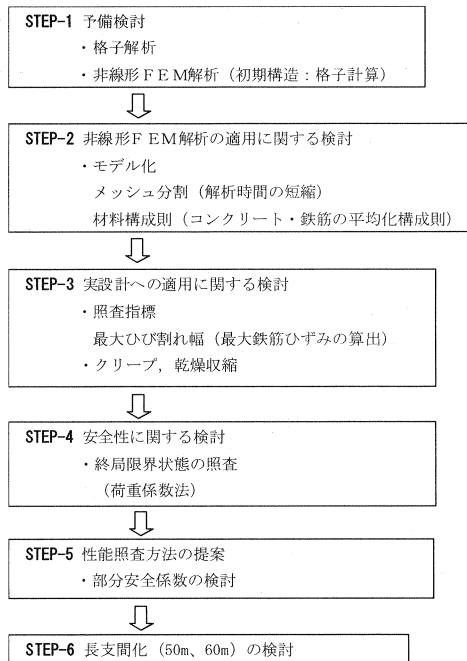


図-3 検討フロー

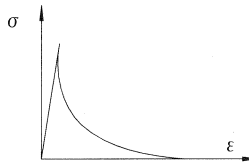


図-4 コンクリート構成則

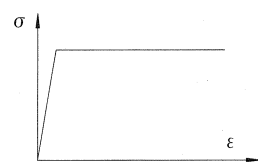


図-5 鉄筋構成則

$$\sigma = f_i \left( \frac{\epsilon_u}{\epsilon} \right)^c \quad (2)$$

一方、RCゾーンにおける鉄筋の応力-ひずみ関係は、参考文献<sup>1)</sup>から、ある程度の大きさを有する領域で平均的に捉えた場合、見かけ上、鉄筋の降伏点が低下すると仮定した tri-curved モデル (図-6) とした。要素分割を粗分割としたことでモデル①に比べ節点数が減少。

モデル③：モデル②のソリッド要素をシェル要素に置き換えたモデルである。シェル要素を使用したため、モデル②より節点数が減少。コンクリートおよび鉄筋の材料構成則は、ケース②と同様とする。なお、本対象橋梁は直線橋の2主版桁橋のため、桁の挙動については、面内方向に支配されることから、シェル要素に置き換えても問題ないと判断した。また、シェル要素は、図-7に示すように、層(レイヤー)ごとに構成則を変える機能とすることで、RCゾーン、PLゾーンの適用も容易である。

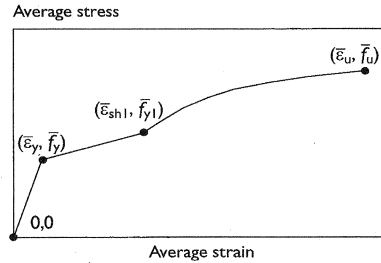


図-6 RCゾーンにおける構成則

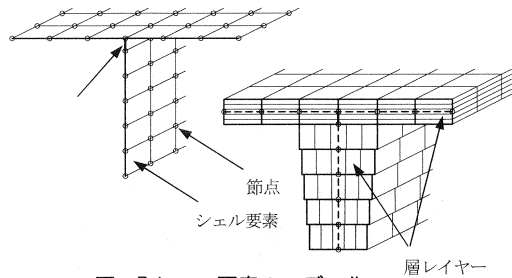


図-7 シェル要素のモデル化

### 3.1.3 解析モデル

FEM解析モデルを図-8に示す。着目区間は側径間の中央に設定した。PC鋼材および鉄筋は埋め込み鉄筋要素<sup>2)</sup>でモデル化し、PC鋼材の応力-ひずみ曲線は、道路橋示方書Ⅲで示されるものを採用した。図-9にPC鋼材配置図を示す。なお、前述した3モデルのモデル化、要素分割、および適用する材料構成則の概要一覧を表-1に示す。

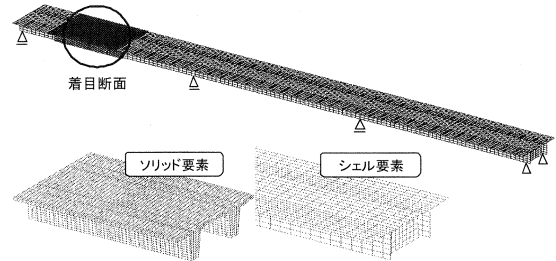


図-8 FEM 解析モデル

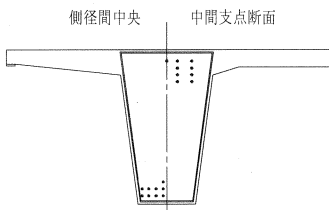


図-9 PC 鋼材配置図

表-1 解析ケース

	着目区間の モデル化	着目区間の 要素分割	適用 構成則
モデル①	ソリッド要素	細分割	すべてPL
モデル②	ソリッド要素	粗分割	RC/PL
モデル③	シェル要素	粗分割	RC/PL

### 3.1.4 解析結果

死荷重およびプレストレスを載荷後、活荷重を漸増した場合の荷重パラメータ $\gamma$ と着目断面主桁下縁ひずみとの関係を図-10に示す。また、図中に示す許容ひずみ(971 $\mu$ )は、コンクリート標準示方書の曲げひび割れ幅算定式において示される許容ひび割れ幅 0.005c (=0.3mm)に相当する鉄筋ひずみであり、クリープ・乾燥考慮(821 $\mu$ )は、同式において $\epsilon'_{cs}$ を150 $\mu$ とした場合の許容鉄筋ひずみである。本解析ではクリープ・乾燥収縮の影響を考慮していないため、821 $\mu$ が照査すべき制限値となる。ここで、 $\gamma=0$ は全死荷重時、 $\gamma=1.0$ は設計荷重時を表す。図-10より、設計で考慮する許容鉄筋ひずみ付近( $\gamma=1.2\sim 1.4$ )においては、

ほぼ同様の結果が得られていることから、平均化構成則およびシェル要素の適用が妥当であることが分かる。なお、モデル①の剛性が高く得られているのは、付着劣化ゾーンを考慮できるまで要素寸法が細分割になっていたためであると考えられる。しかし、ひび割れが多数発生し安定領域に入ると、付着劣化ゾーンの影響は相対的に小さくなりモデル②、③の結果と同様となる。

解析時間は、ケース①で所要時間は40時間であるに対し、ケース③のシェル要素を適用すれば、6時間と34時間短縮できた。一般的に数十断面もある設計断面の解析時間の大幅な短縮が可能となる。

解析精度の確保と解析時間の短縮を考慮した場合、3モデルのうち、モデル③が最も実用的であると判断できる。したがって、これ以降の検討は、モデル③を解析対象モデルとする。

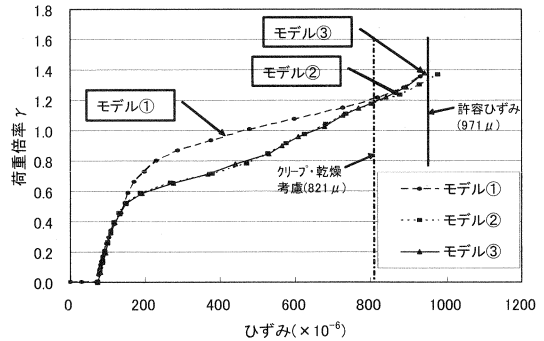


図-10 荷重倍率(γ) - 鉄筋ひずみ関係

### 3.2 実設計への適用に関する検討 (STEP-3)

#### 3.2.1 最大ひび割れ幅 (最大鉄筋ひずみの算出)

前述したモデル③において使用した平均化構成則では、図-11 に示すようなひび割れ位置の局所的な鉄筋ひずみが直接算出されない。ひび割れ位置での局所鉄筋応力を求めるには、平均応力から式(3)によって算出することが可能である。式(3)のα算定根拠を図-12 に示す。

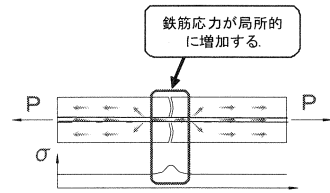


図-11 ひび割れ位置での局所応力

$$\epsilon_{cr} = \bar{\epsilon}_s + \frac{\bar{\sigma}_c}{\rho E_s} \alpha \quad (3)$$

ここに、 $\epsilon_{cr}$  : ひび割れに伴う鉄筋の局所最大ひずみ  
 $\bar{\epsilon}_s$  : 鉄筋の平均ひずみ  
 $\bar{\sigma}_c$  : コンクリートの平均応力  
 $\rho$  : 鉄筋比 (RCゾーン内)  
 $\alpha$  : 付着によるひび割れ分散性を表す係数 ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )

$\bar{\sigma}_c = \bar{\sigma}_{c1} + \bar{\sigma}_{c2}$   
 $\bar{\sigma}_{c2} = \bar{\sigma}_c \cdot \alpha$

**αの仮定**  
 コンクリートが引張強度に達してから、鉄筋が降伏ひずみに達するまで、コンクリート応力の一部が線形的に移行すると仮定。

$\bar{\epsilon}_s$  : 解析値 (鉄筋の平均ひずみ)  
 $\epsilon_t$  : ひび割れ時の鉄筋ひずみ  
 $\epsilon_y$  : 降伏時の鉄筋ひずみ

$\bar{\sigma}_c$  : コンクリートの平均応力  
 $\bar{\sigma}_{c1}$  : ひび割れ発生により減少するコンクリートの平均応力  
 $\bar{\sigma}_{c2}$  : ひび割れ発生により増加する鉄筋の平均応力

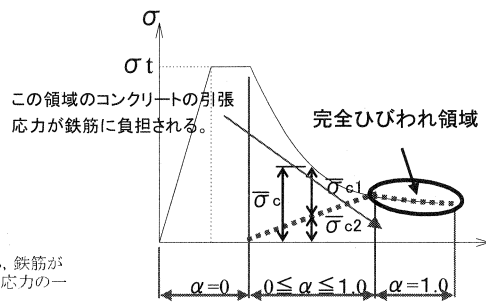


図-12 係数αの設定

#### 3.2.2 クリープ・乾燥収縮

実設計にFEM解析を適用する場合、着目点に最も厳しい活荷重の荷重状態を決定するための影響線解析や、プレストレスによるコンクリート応力度、クリープ・乾燥収縮など内力変化による応力度状態などの解析が必要である。FEM解析内部で行う計算方法については参考文献<sup>2)</sup>を参照されたい。

#### 3.2.3 試設計

前述した平均化構成則およびシェル要素を用い、図-8 に示す3径間モデルにおいて、使用限界状態における安全性の照査を図-13 の設計フローにおいて行う。

従来設計法(格子計算)では、必要なPC鋼材本数(1S28.6)は、**図-14**に示すように21本であったが、これを約20%削減して17本とし、FEM解析による照査を行った。ここでは、鉄筋のかぶりを61mmとし、使用限界状態における照査指標である許容ひび割れ幅に相当する鉄筋ひずみを $971\mu$ とする。なお、局所ひび割れ幅の照査は3.2.1で示した最大鉄筋ひずみで照査を行った。

**図-15**に従来設計法(道路橋示方書)とFEM解析で算出した有効時のPC鋼材応力度を示す。桁端部での応力値に差が生じるが、その他の区間ではよく一致している。また、活荷重の荷重倍率( $\gamma$ )と着目断面下縁鉄筋ひずみとの関係を**図-16**に示す。鉄筋の局所最大ひずみは、設計荷重時( $\gamma=1.0$ )においても、制限値 $971\mu$ を下回っており、PC鋼材を削減しても制限値を満足している結果となった。なお、設計荷重時において、鉄筋の平均ひずみと式(3)で算出した鉄筋の局所最大ひずみとの差は、 $250\mu$ である。

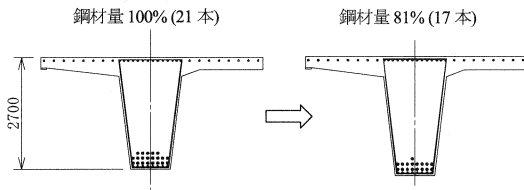


図-14 PC鋼材配置本数

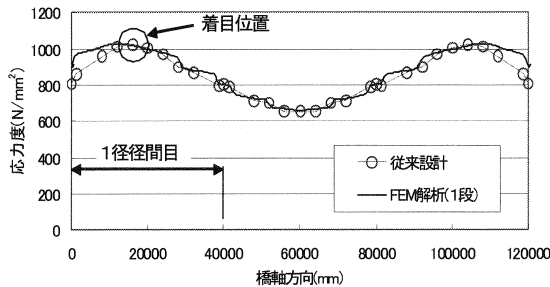


図-15 PC鋼材応力度

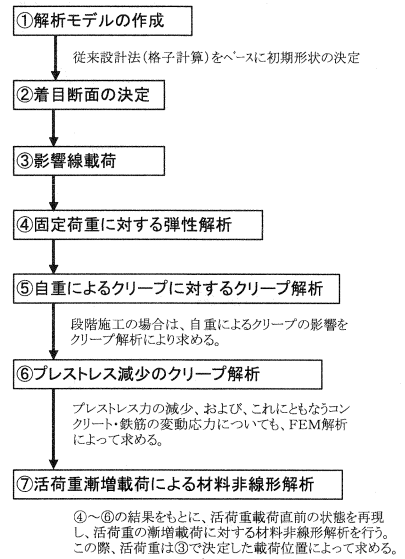


図-13 解析フロー

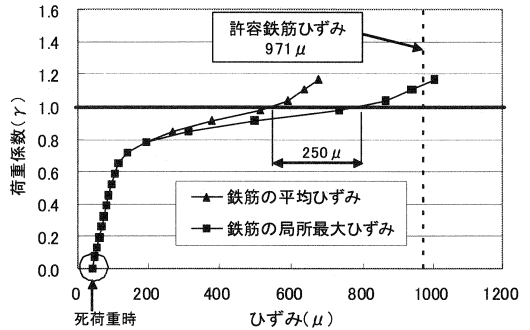


図-16 荷重倍率( $\gamma$ ) - 鉄筋ひずみ関係

### 3.3 安全性に関する検討(STEP-4)

#### 3.3.1 終局限界状態の照査

道路橋示方書に準じた設計では終局荷重時の断面力は、弾性解析により算出した各設計断面の設計荷重時断面力に所要の係数を乗じることにより求められる。

$$\alpha D + \beta L + 1.0P \quad \alpha, \beta: \text{荷重係数}$$

D: 死荷重 L: 活荷重 P: プレストレス

一方、非線形FEM解析による終局荷重時の解析では、各設計断面に着目した載荷状態を漸増させた場合でも荷重が影響する範囲の最も破壊耐力の小さい部位が破壊して橋梁としての終局状態となる。したがって、終局荷重時の検討を各設計断面について実施することが合理的でないため、以下の方法によることとした。

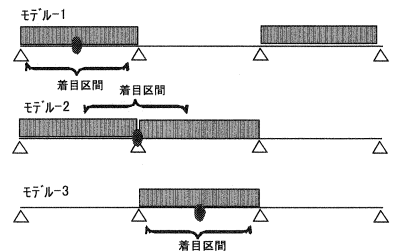


図-17 荷重載荷パターン

STEP1: 3 径間モデルの場合、側径間中央付近、中間支点付近、中央径間中央付近の 3 区間に着目し、等分布荷重 (単位荷重: 10KN/m<sup>2</sup>) を漸増载荷する。

次に、コンクリート圧縮ひずみ (3500 μ) に着目し、**図-17** に示す 3 ケースの载荷状態で、最も破壊が進行している断面を決定する。

STEP2: STEP1 で決定した断面で初期状態 (死荷重状態) を作成し、**道示Ⅲ** に示す終局荷重の組合わせによる荷重を漸増载荷する (**図-18** 式②)。この状態を終局荷重時の荷重倍率 β = 1.0 とする。

STEP3: コンクリート上縁ひずみ 3500 μ に達する時の荷重倍率を算出し安全率の評価を行う (**図-18** 式③)。

$$\begin{aligned}
 &1.0(D1+D2) + 1.0PS \dots\dots\dots\text{式①(死荷重時)} \\
 &1.0(D1+D2) + PS + \beta \{1[0.7(D1+D2)+1.7(L+I)] \dots\dots\text{式②(終局荷重時)} \\
 &\quad (\beta = 1.0) \\
 &1.0Ps + \beta \{1.7[(D1+D2)+1.7L] \dots\dots\dots\text{式③(破壊荷重時)} \\
 &\quad (\beta > 1.0) \\
 &D1: 自重, D2: 橋面荷重, L: 活荷重, I: 衝撃係数 \\
 &PS: プレストレス, CR: クリーブ, SH: 乾燥収縮
 \end{aligned}$$

図-18 载荷状態

### 3.3.2 解析結果

解析モデルについては、前述に示すとおり**図-8** と同様である。STEP-1 において最も破壊が進行している断面は、着目断面を中間支点としたモデル-2 である。したがって、STEP-2、3 の解析はモデル-2 が対象となる。

**図-19** に STEP-2、3 の解析における荷重倍率 (β) - 圧縮ひずみ関係を示す。荷重倍率 β = 1.0 において、圧縮ひずみは 1500 μ 程度と制限値 (圧縮ひずみ 3500 μ) を下回っている。また、破壊安全率は 1.25 倍である。

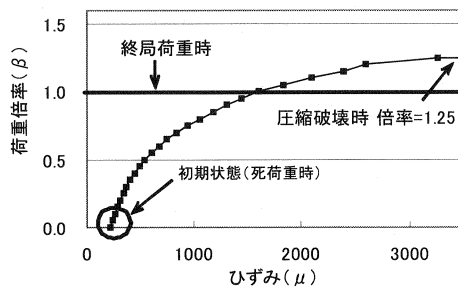


図-19 荷重倍率 - 圧縮ひずみ関係

## 4. 実橋設計への適用

実橋設計の適用として、1 2 径間連続 PRC 2 主版桁橋に、論述した非線形 FEM 解析手法を用いて解析を行い、PC 鋼材本数の削減に着目し、コスト削減を図った。施工方法は、1 径間ごとの分割施工であるが、**図-13** に示す設計フローに準拠して解析を行った。PC 鋼材本数は、従来設計法 (格子計算) で決定した鋼材本数から 19%削減して非線形 FEM 解析を実施しても、設計荷重時では、制限値 (許容ひび割れ幅に相当する鉄筋ひずみ) 以下を満足した。

## 5. まとめ

本検討では、PC 橋の設計に非線形有限要素解析を適用する場合のモデル化と、材料特性を適切に考慮した解析方法の検討を行った。その結果、平均化構成則を適用して一定領域の平均挙動を捉えた解析を行うことにより、精度を確保しながら解析時間を短縮可能な実用的方法を提案した。これにより、構造物の設計に高精度な解析を適用することで、同等の性能を得るための初期コストを低減できることも分かり、本委員会が目的とした課題について一定の成果を得ることができた。今後、設計における安全率の設定方法など、実橋設計への適用における検討を行って実用化されることが期待される。本委員会の活動で得られた成果が、高品質で低コストの PC 橋の建設に寄与できれば幸いである。

### 【参考文献】

- 1) K. Maekawa, A. Pimanmas and H. Okamura : Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete, Spon Press, 2003.
- 2) PC 橋設計への非線形有限要素解析の適用に関する研究, プレストレストコンクリート Vol.46, 2004, 11 月
- 3) コンクリート標準示方書 [構造性能照査編], 土木学会, 2002.
- 4) 設計要領第 2 集 日本道路公団
- 5) PRC 橋の設計, 技報堂, 1998