

## ねじりと曲げの相関曲線及びねじり非線形を考慮した動的解析手法の提案

九州大学大学院 修士課程 服部 匡洋  
九州大学大学院工学研究院 正会員 工博 大塚 久哲

Abstract : Both bending moments and torsional moments subject to RC members, the strength and rigidity of the members decrease compared to those for pure bending or torsional load condition. However, in non-linear dynamic analysis interactions between bending and torsion have not considered. In this study, the author proposed an analytical method considering interaction between bending and torsion. Interaction curve, skeleton for combined load, and hysteresis for torsion are shown newly derived from experimental data conducted by authors to establish the proposed method. Furthermore the authors analyzed a RC arch bridge by non-linear dynamic analysis, and inspected the validity of this method comparing the results obtained equivalent linear analysis about torsion.

Key words : combined loading, interaction between bending and torsion, nonlinear dynamic analysis, RC arch bridge

### 1. はじめに

近年、橋軸直角方向に偏心した逆L字型のRC橋脚を有する高架橋や橋梁技術の発展に伴い長大RCアーチ橋などが数多く見られるようになってきた。これらの構造物が地震力を受けると、軸力や2軸曲げ、せん断に加えてねじりモーメントが同時に作用する。このような複合荷重を受けた場合、それぞれの荷重が同時に作用することで対象部材の耐力や2次剛性、3次剛性が低下するなど、断面耐力の相関関係があることが知られている。軸力と曲げの相関特性はこの代表的な例であるが、ねじりと曲げにも相関関係が見られ、既往の実験的研究によりその特性が明らかにされ、ねじりと曲げの相関曲線やそれをを用いた耐力照査法が提案されてきた。

泉<sup>1)</sup>は曲げモーメントやねじりモーメントなどの複合荷重を受けるコンクリート部材の終局時の相関曲線を斜め曲げ理論と立体トラス理論を適用して理論的に導出し、ねじり曲げ荷重を受ける部材に対する設計法の提案を行った。また佐伯ら<sup>2)</sup>は立体トラス理論を応用し、ねじりと純曲げの組み合わせ荷重を受けるRC部材の破壊形式を3パターンに分類し、各破壊形式に対する終局耐力算出法を提案し、実験結果と対応することを示した。

ところで、ねじりひび割れ発生後にねじり剛性が低下することを考慮するために、ひび割れの発生が予測される場合、ねじり剛性を初期剛性の1/10程度に設定して橋梁の動的解析を実施する<sup>3)</sup>ことが行われているが、仮定した初期剛性の妥当性を検証するための収束計算は行っておらず、またねじりと曲げの相関関係に関しても考慮していない。著者ら<sup>4),5)</sup>は、RC充実矩形断面部材に関する多くの複合載荷実験を行い、相関曲線の提案を行ってきた。また、それらの実験結果に基づき、軸力比、帯鉄筋体積比、載荷比率をパラメータとして剛性低下率や等価減衰定数の定式化を行い、ねじり非線形に入る部材に対して適切な等価剛性を与える繰り返し収束計算を伴う等価線形解析を提案した。

しかしながら、これまでに提案された手法では、ひび割れやねじり降伏、曲げ降伏など、各イベント時の耐力や剛性の低下は考慮されておらず、またねじりの履歴復元力特性に関する提案もないため、ねじりと曲げの相関特性やねじりの非線形性を考慮した厳密な動的解析法とはなっていない。そこで、本研究ではねじりが非線形に入る領域での挙動やねじりと曲げの相互影響を適切に評価し、RC部

材の耐震安全性の照査が厳密に行えるように、ねじりと曲げの相関曲線を基にした非線形動的解析手法の開発を行った。そのために、まず著者らが行ってきた実験データからねじりと曲げの相関特性を考慮した解析を行うために必要な解析ツールであるねじり曲げ相関曲線、複合荷重時のねじり骨格曲線、ねじり履歴復元力特性の定式化を行い、これらの解析ツールを用いた解析手法を提案した。さらに、提案手法を用いて上路式RCアーチ橋の非線形動的解析を実施し、ねじり剛性を小さくした等価線形解析と比較し、本手法の有用性の検証を行った。

2. ねじりと曲げの相関曲線を考慮した解析手法

提案手法には、ねじりと曲げの相関曲線、複合荷重時のねじり骨格曲線、ねじり履歴モデルの3つの解析ツールが必要である。これらの解析ツールに関する実験結果、定式化詳細に関しては参考文献<sup>6)</sup>を参照のこと。解析ツールは軸力比及び帯鉄筋体積比等をパラメータとして定式化しており、断面形状が決まれば求めることができる。そのため、解析を行う前に2次剛性比等を計算しておく。

図-1に一要素に対する提案手法のフローを示す。提案手法は、判定時間間隔を決め、対象とする時間に対して「解析」「断面力の抽出」「イベント判定」を行い、次の対象時間に進むことが一連の流れであり、この流れを繰り返して、ねじりと曲げの相関特性を考慮した骨格曲線を求める。ここで、「判定時間間隔」とは、地震動の継続時間を何秒間隔で分割するかを指し、「対象時間」とは分割された時間間隔の中でイベント判定等を実行する時間を指す。例えば、継続時間50秒の地震動を50分割する場合、判定時間間隔は1.0秒となり、最初にイベント判定の対象とする時間は0.0~1.0秒となる。

具体的に、判定時間間隔を1.0秒とした場合、まず両者を線形とした弾性解析（解析1回目）を行う。この解析結果から時刻歴の断面力（曲げモーメント、ねじりモーメント）を抽出して、定式化したねじりと曲げの相関曲線上にプロットする。0.0~1.0秒を対象時間とし、時間内にひび割れ相関曲線を越える部材がなければ線形のまま、越える部材があれば越えた時点のねじりモーメントをその部材のひび割れ耐力とし、バイリニア骨格曲線を入力して、次の対象時間（1.1~2.0秒）へと進む。続いて、非線形解析（解析2回目）を実施し、再度断面力を抽出する。解析1回目でひび割れに到達しなかった部材は、ひび割れ相関曲線上に、ひび割れに到達した部材はねじり降伏相関曲線上に断面力をプロットしてイベント判定を行う。ねじり降伏相関曲線を越えていれば、ひび割れ同様、到達時点のねじりモーメントをねじり降伏耐力とし、トリリニア骨格曲線を入力して、次の対象時間（2.1~3.0秒）へと進む。超えていなければ、バイリニアのまま次の対象時間へと進む。

これらの過程を、全ての部材について新たなイベント判定が起こらなくなるまで繰り返す。曲げについても、イベント判定をひび割れ、曲げ降伏として同様の手順で行う。繰り返しのより得られた、ねじりと曲げの相関特性を考慮したねじりと曲げそれぞれの骨格曲線を入力して実行した解析を「最終解析」とし、最終解析までに実施した解析数を「解析回数」とした。

3. 解析ツールの定式化

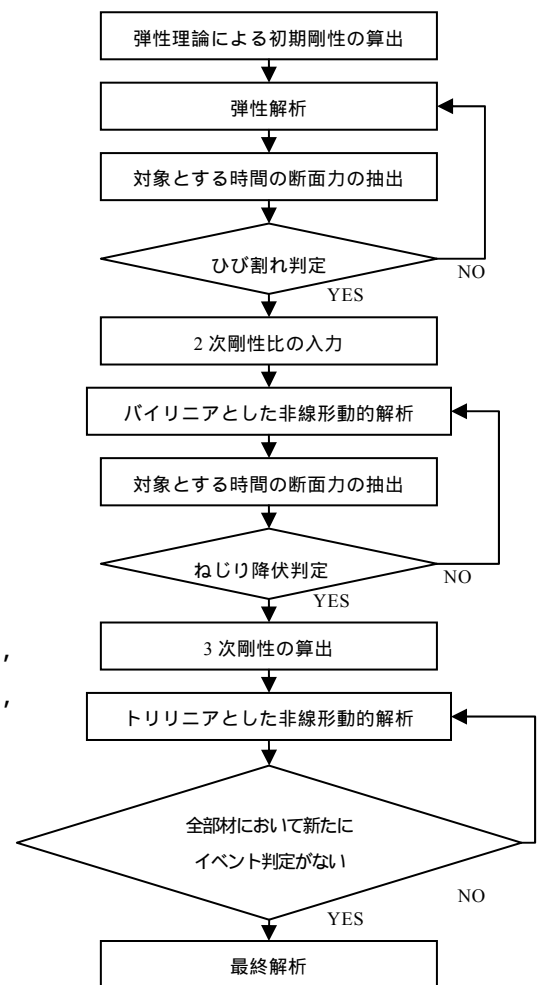


図 - 1 一要素に対する提案手法のフロー（ねじり）

### 3.1 ねじりと曲げの相関曲線

ねじりと曲げの相関曲線は、ひび割れ、ねじり降伏、曲げ降伏の各イベントでそれぞれ定式化を行った<sup>6)</sup>。図-2に示すように相関曲線を(A)ねじりが卓越する領域、(B)複合荷重時の挙動を示す領域、(C)曲げが卓越する領域の3つの領域に区分した。(B)領域の定式化を実施し、式(1)(2)に示すように、ひび割れは軸力比 $N_0$ のみ、ねじり降伏と曲げ降伏は軸力比 $N_0$ と帯鉄筋体積比 $\rho_s$ の影響を考慮した。ねじり降伏と曲げ降伏は、それぞれの降伏の定義が異なるため、別々のイベントとして表記した。

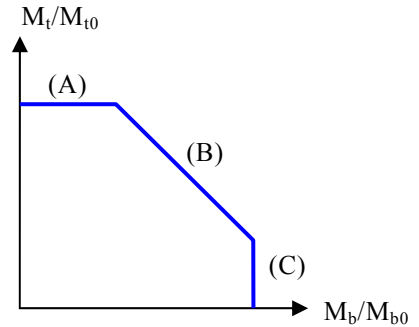


図 - 2 相関曲線のイメージ

$$M_{tc}/M_{tc0} = \alpha \cdot M_{bc}/M_{bc0} + \beta \tag{1}$$

$$\text{ひび割れ} \begin{cases} \alpha = -4.51N_0 - 0.833 & (0 \leq N_0 < 0.05) \\ \alpha = -1.06 & (0.05 \leq N_0) \\ \beta = -3.49N_0 + 1.33 & (0 \leq N_0 < 0.05) \\ \beta = 1.16 & (0.05 \leq N_0) \end{cases}$$

$$M_{ty}/M_{ty0} = \alpha \cdot M_{by}/M_{by0} + \beta \tag{2}$$

$$\begin{matrix} \text{ねじり降伏} \\ \text{曲げ降伏} \end{matrix} \begin{cases} \alpha = (25.9\rho_s + 4.32)N_0 + (-56.1\rho_s - 1.02) \\ \beta = (45.3\rho_s - 0.444)N_0 + (14.1\rho_s + 1.26) \\ \alpha = (306\rho_s + 1.00)N_0 + (-138\rho_s - 0.283) \\ \beta = (-102\rho_s - 1.00)N_0 + (111\rho_s + 0.933) \end{cases}$$

### 3.2 ねじり複合荷重時骨格曲線

複合荷重時のねじり骨格曲線の初期剛性をねじり弾性理論により算出した。ねじり弾性理論によるねじり剛性評価式<sup>7)</sup>を式(3)に示す。ここで、 $\eta_3$ は供試体断面によって決まる係数であり、供試体が充実正方形断面であるため7.11を用いた。また、2次剛性と初期剛性の比、3次剛性の比を式(4)(5)のように定式化した<sup>6)</sup>。2次剛性比は軸力比 $N_0$ のみ、3次剛性比は軸力比 $N_0$ と帯鉄筋体積比 $\rho_s$ を考慮している。

$$GJ = \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot \frac{b^3 \cdot h}{\eta_3} \tag{3}$$

ここに、 $\nu$  : ポアソン比

$E$  : ヤング率

$b, h$  : 供試体断面の辺長 ( $b < h$ )

$$\begin{aligned} K2/K1 &= -5.90N_0 + 0.535 & (0 \leq N_0 < 0.05) \\ &= -0.100N_0 + 0.245 & (0.05 \leq N_0) \end{aligned} \tag{4}$$

$$K3/K1 = (-89.8\rho_s + 0.610)N_0 + (-0.469\rho_s + 0.0518) \tag{5}$$

### 3.3 ねじり履歴モデル

一般的にRC橋梁の曲げに対する解析を行う場合、履歴モデルとして武田モデルが用いられる。武田モデルではユーザーが除荷勾配決定用係数 $\alpha$ を変化させることが出来るため、パラメータ $\alpha$ を変化させてねじり履歴モデルとしての適切な $\alpha$ を検討した。武田モデル除荷勾配の式を式(6)に示す。曲げの履歴曲線においては、一般に $\alpha=0.4$ が用いられるが、純ねじりの履歴曲線に適用した例はない。実験の履歴曲線の履歴吸収エネルギーと実験で得られた骨格曲線を用いて実験と同じ交番荷重を再現した際に武田モデルが描く履歴曲線の履歴吸収エネルギーを比較した。 $\alpha$ は降伏後の除荷勾配を表す係数であるため、降伏点以後の最大耐力までの累積エネルギーが一致するような $\alpha$ を計算すると、 $\alpha = 0.75$ が得られた。

$$K_d = \frac{M_y^+ - M_c^-}{\theta_y^+ - \theta_c^-} \cdot \left| \frac{\theta_{max}}{\theta_y} \right|^{-\alpha} \quad (6)$$

ここに、  
 $K_d$  : 除荷勾配  
 $M_y^+$  : 正側の降伏モーメント (kNm)  
 $M_c^-$  : 負側のひび割れモーメント (kNm)  
 $\theta_y^+$  : 正側の降伏ねじり角 (rad)  
 $\theta_c^-$  : 負側のひび割れねじり角 (rad)  
 $\theta_{max}$  : 除荷時の最大ねじり角 (rad)

4. 解析条件

本解析ではねじり非線形を考慮することができる汎用解析ソフトRESP-T (version5.1.0) を用いた。解析条件を表-1に、アーチリブ断面形状<sup>8)</sup>を図-3に、解析モデル図を図-4に示す。入力地震動は道示標準波形のType2-1-1を用い、振幅は2倍、加震方向は橋軸直角方向とした。本解析においては、大きなねじりモーメントが生じると想定されるアーチリブ、アーチクラウンの計24部材に対してねじりと曲げの相関曲線を考慮した提案手法を適用した。

5. 判定時間間隔に関する検討

5.1 最大応答の比較

適切な判定時間間隔について検討した。検討ケースは1.0秒, 0.5秒, 0.2秒, 0.1秒間隔の4ケースである。それぞれのケースで行った解析回数を表-2に示す。また、図-5に最終解析時のねじりと曲げの相関曲線と履歴曲線の関係を示す。どの判定時間間隔においても、ほぼ全ての部材でひび割れに到達した。また、ねじり降伏や曲げ降伏に到達した部材の位置や時間も一致していた。ねじり降伏に到達した部材はアーチクラウン端部のみであったが、曲げはアーチクラウンに加え、アーチスプリング部でも曲げ降伏に到達していた。

表-1 解析条件

対象橋梁	RCアーチ橋	
減衰	レイリー減衰	
	$\alpha_0=0.193217$	$\alpha_1=0.001121$
数値計算法	ニューマークβ法 $\beta=0.25$	
積分時間間隔	0.005 (sec)	
出力時間間隔	0.05 (sec)	

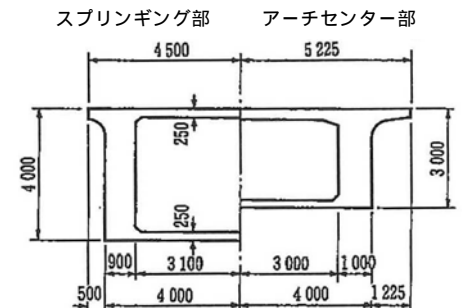


図-3 アーチリブ断面形状<sup>8)</sup>

表-2 解析回数

1.0秒間隔	0.5秒間隔	0.2秒間隔	0.1秒間隔
8	8	11	13

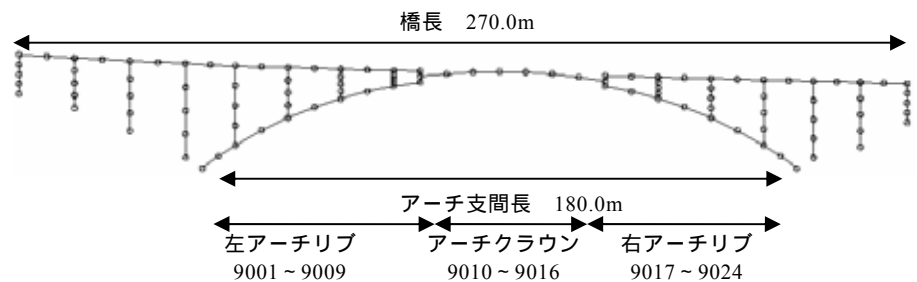


図-4 解析モデル

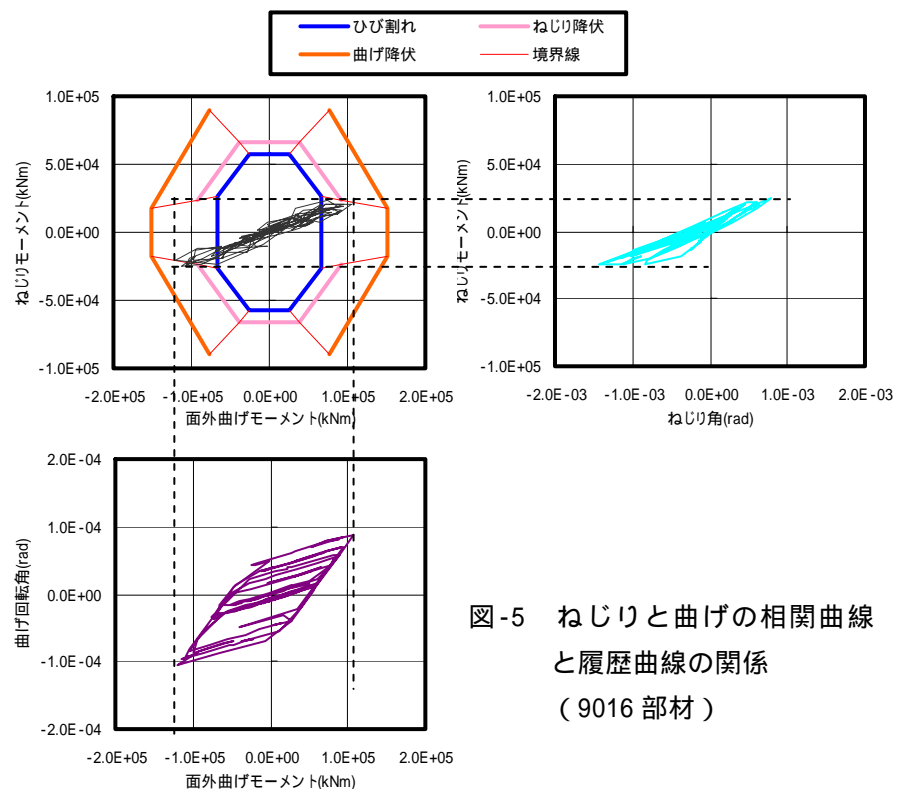


図-5 ねじりと曲げの相関曲線と履歴曲線の関係 (9016部材)

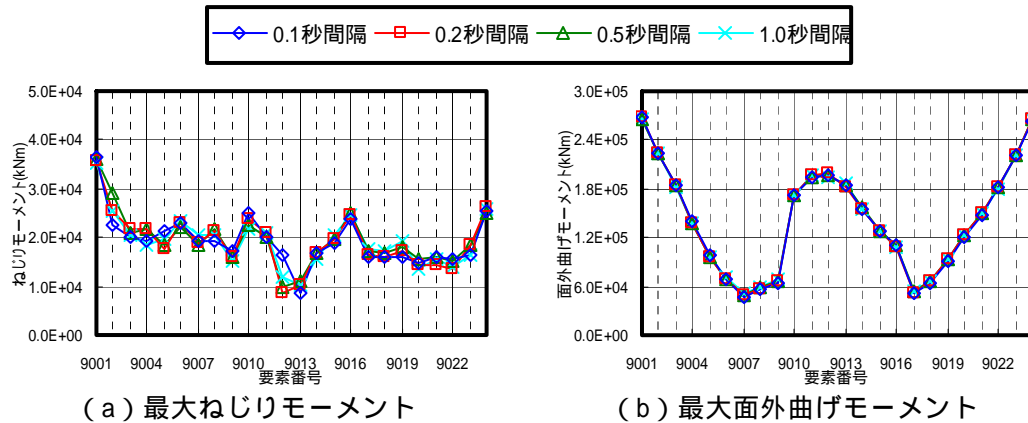


図-6 判定時間間隔の影響

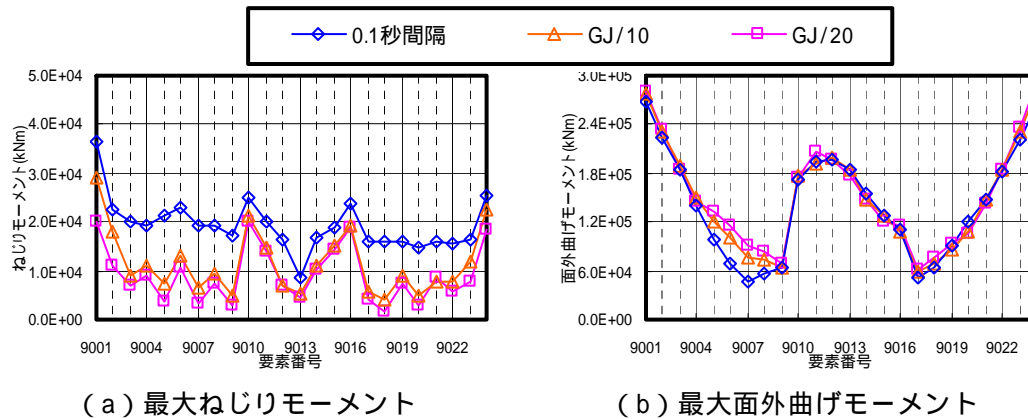


図-7 等価線形解析との比較

各ケースのねじりと曲げの最大応答を図-6に示す。ねじりも曲げも判定時間間隔に依らず、収束した値となっている。このため、判定時間間隔が大きく、少ない解析回数であっても、比較的精度よく最大ねじりモーメント及び最大曲げモーメントを推定することができる。以下の検討ではより詳細な解析である0.1秒間隔での応答を用いることとした。

## 6. 等価線形解析との比較

### 6.1 最大応答の比較

一般的なねじり評価手法である等価線形解析を実施し比較した。ねじり剛性を1/20, 1/10とした等価線形解析と本手法(判定時間間隔0.1秒)の最大応答を図-7に示す。

図-7(a)より、アーチリブの基部やアーチリブとアーチクラウン端部でねじりモーメントが大きくなるという傾向は類似している。ねじりモーメントはどの部材についても本解析手法の応答が等価線形解析の応答を大きく上回っている。特にアーチリブでその差は大きくなっており、等価線形解析ではアーチリブのねじりモーメントを過小評価する恐れがある。また、図-7(b)より、面外曲げモーメントは左アーチリブ右端を除いて概ね一致しており、ねじりの非線形性及びねじりと曲げの相関曲線の考慮による曲げモーメントへの影響は小さい。これは、多くの部材において、ねじりモーメントより面外曲げモーメントが卓越しており、曲げは純荷重時に比べてもそれほど耐力が低下していないからである。さらに、図-8に、本手法と等価線形解析の骨格曲線と最大応答を比較している。参考として純ねじりの骨格曲線を示した。純ねじりの骨格曲線に比べ、本手法の骨格曲線がかなり小さいことがわかる。また、本手法と等価線形解析の最大耐力点でのねじり角を比較すると、等価線形解析ではねじり角を過大評価している。

### 6.2 ねじりモーメントの照査

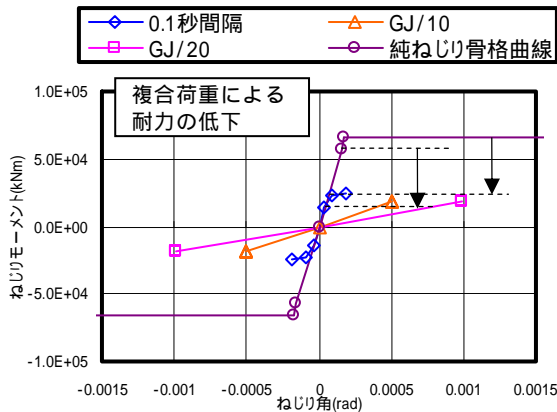


図-8 等価線形解析との比較 (9016 要素)

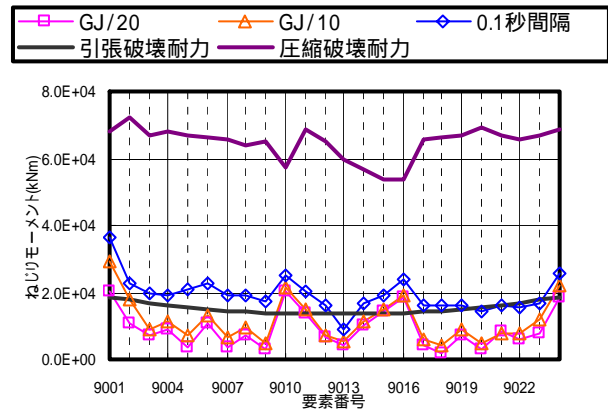


図-9 ねじりモーメントの照査

道路橋示方書コンクリート橋編<sup>9)</sup>を参考にし、アーチ部に生じるねじりモーメントの照査を行った。解析モデルのコンクリートの設計基準強度は 40N/mm<sup>2</sup>、主鉄筋及び帯鉄筋の降伏強度は 295N/mm<sup>2</sup>、帯鉄筋間隔は 200mm とした。

図-9 にねじりモーメントの照査結果を示す。コンクリートの圧縮破壊及び斜引張破壊の双方に対する耐力を算出したところ、どの部材でもコンクリートの圧縮破壊に対する耐力が斜引張破壊に対する耐力を上回ったため、安全側となるように破壊モードとして「斜引張破壊」を想定した。図-9 より、等価線形解析ではほぼ全てのアーチリブが安全側の評価となったが、提案手法ではねじりモーメントを大きく評価していることに伴い、20 部材で危険となった。また、左アーチスプリング部が最も危険となっており、ねじりモーメントがねじり耐力に比べ 94%程度大きくなっている。以上より、本解析条件では、動的解析においてねじりと曲げの相関曲線を考慮することで、ねじりモーメントにより危険と見なされる部材数も多くなっており、ねじりの厳密な評価の必要性が示されたといえる。

7. 結論

ねじりと曲げの相関特性やねじりの非線形性を厳密に考慮した非線形動的解析手法の提案を行い、提案手法を用いて非線形動的解析を実施した。現行の等価線形解析の最大ねじりモーメントを比較すると、どの部材においても提案手法の方が大きく、等価線形解析ではねじりモーメントを危険側で評価する可能性があると考えられる。道路橋示方書に基づいたねじりモーメントの照査により、本解析条件では、等価線形解析よりも多くの部材で設計ねじり耐力を超えるねじりモーメントが生じており、非線形動的解析の必要性が示された。

参考論文

- 1) 泉満明：ねじりと曲げを受けるコンクリート部材の終局強度と設計法，土木学会論文報告集，第327号・1982.11
- 2) 佐伯昇・高田宣之・志村和紀・藤田嘉夫：ねじりと純曲げの組み合わせ荷重を受ける鉄筋コンクリート部材の耐力，土木学会論文集，No.442 / V-16，pp.35-42，1992.2
- 3) (社)日本道路協会：道路橋の耐震設計に関する資料 - PCラーメン橋・RCアーチ橋・PC斜長橋・地中連続壁基礎・深礎基礎等の耐震設計計算例 -
- 4) 大塚久哲・竹下永造・浦川洋介：軸力、曲げ/せん断、及びねじりの複合荷重を同時に受けるRC部材の耐震性能と相関特性，土木学会論文集，No.801 / I-73，123-139，2005.10
- 5) 大塚久哲・宇山友理・秦逸平：RC柱部材のねじり剛性低下率の定式化と動的解析への適用の研究，構造工学論文集，Vol.55A，2009.3
- 6) 大塚久哲・服部匡洋・秦逸平，ねじりと曲げの相関曲線及びねじり非線形を考慮した動的解析手法の提案，土木学会第65回年次学術講演会，V-569，2010.9
- 7) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説，V耐震設計編，2002.3
- 8) 鈴木和俊・増田茂司・天野裕一・秋月敏政：青葉大橋の施工 - 鉄筋コンクリート固定アーチ橋，コンクリート工学，33 (10)，30-36，1995.10.01
- 9) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説，コンクリート橋編，2002.3