

## FEM温度応力解析における膨張材効果の導入方法に関する比較検討

名城大学大学院 ○山口 将太  
 名城大学大学院 岡田 崇宏  
 名城大学 正会員 石川 靖晃

Abstract : Recently, much effort have been put into the methods to consider the effect of expanding material in the FEM analysis. The methods to introduce the effect of expansion material, can be classified into two patterns, one method is based on free expansive strain due to chemical expansion, the other method is based on the conservation of the chemical energy. However, comprehensive comparison of these methods value is not sufficiently discussed. This study aims to discuss the comparison of these methods using the experimental results of the specimen subjected to thermal and chemical expansion. As a result, L/H may affect on the deformation obtained by these methods.

Key words : expanding material, free expansion strain, FEM analysis

## 1. はじめに

温度応力解析などの初期応力解析において、膨張材効果の導入方法に関する検討が、近年多く行われている。膨張材効果を導入する代表的な手法には、拘束鋼材の膨張ひずみを初期ひずみとして与えるひび割れ制御指針<sup>1)</sup>や、膨張コンクリートが受ける拘束圧に応じて、変化する膨張ひずみを用いる東ら<sup>2)</sup>による手法、拘束度を総エネルギー一定則に基づいた自由膨張ひずみとして与える手法<sup>3)</sup>がある。ところが、各導入手法による膨張材効果についての比較は十分行われていないことが現状である。本研究では、各手法の基本的特質を把握することを目的とし、東ら<sup>2)</sup>によって行われた膨張収縮挙動実験結果を対象として、ひび割れ制御指針<sup>1)</sup>による手法および東ら<sup>2)</sup>による手法、総エネルギー一定則に基づく手法<sup>3)</sup>により比較検討を行った。

## 2. 膨張材効果を考慮する各手法の概要

2.1 JCI ひび割れ制御指針に基づく手法<sup>1)</sup>

日本コンクリート工学協会(JCI)「マスコンクリートのひび割れ制御指針 2008」では、温度ひび割れを防止する場合は、3次元有限要素法を用いた温度応力解析により照査することを原則としており、解析で用いるコンクリート、鋼材、および地盤に関する材料の設計用値の標準を提示している。

本指針では、拘束鋼材の膨張ひずみを初期ひずみとして与えることにより膨張材効果を考慮している。膨張ひずみの設計用値は使用するセメントの種類、温度依存性、養生方法などを考慮して定めることを標準としており、有効材齢およびセメント種類ごとの係数により膨張ひずみ曲線の参考値を基に次式で表される。

$$\varepsilon_{ex}(t_e) = \varepsilon_{ex,\infty} \left[ 1 - \exp \left\{ -a_{ex} (t_e - t_{ex,0})^{b_{ex}} \right\} \right] \quad (1)$$

ここで、 $\varepsilon_{ex}(t_e)$ は有効材齢 $t_e$ (日)における膨張ひずみ( $\times 10^{-6}$ )、 $\varepsilon_{ex,\infty}$ は膨張ひずみの終局値( $\times 10^{-6}$ )、 $a_{ex}, b_{ex}$ はセメントの種類が膨張ひずみの進行特性に及ぼす影響を表わす係数、 $t_{ex,0}$ は膨張開始時点の有効材齢(日)である。

## 2.2 東らによる手法<sup>2)</sup>

東らは、膨張コンクリートが受ける拘束圧に応じて、変化する膨張ひずみを用いる方法を提案している。具体的には、JIS A 6202 の拘束膨張試験の膨張ひずみを基に、拘束圧に応じて膨張ひずみの増分を変化させ膨張材の効果を表現している。解析では、無拘束下の膨張ひずみの測定値に、拘束圧に依存した低減率を加味した膨張ひずみを用いて次式で表される。

$$\varepsilon_{ci} = (\varepsilon_0 - \varepsilon_f) / (1 + a\sigma_i) + \varepsilon_f \quad (2)$$

ここで、 $\varepsilon_{ci}$  は  $i$  方向の膨張ひずみ、 $\varepsilon_0$  は無拘束膨張試験の膨張ひずみ、 $\varepsilon_f$  は拘束無限大の膨張ひずみ、 $a$  は拘束圧依存パラメータ、 $\sigma_i$  は  $i$  方向の拘束圧 ( $\text{N/mm}^2$ ) である。

## 2.3 総エネルギー一定則に基づく手法<sup>3)</sup>

### (1) 総エネルギー一定則の概要

総エネルギー一定則は石川ら<sup>3)</sup>、林ら<sup>4)</sup>によって提唱されている。以下に総エネルギー一定則の概要について述べる。

一般的に熱力学第一法則は、次式のように表現される。

$$\Delta Q + \Delta H + \Delta M = 0 \quad (3)$$

ここで、 $\Delta H$  は考えている系から熱的外界へ放出された熱量、 $\Delta M$  は化学作用によって力学的な外的環境へ系が作用する力学的なエネルギー、 $\Delta Q$  は系内の内部エネルギー変化である。なお、系から外界へエネルギー移動する方向を正の符号とする。

続いて、力学的な拘束度が異なるが、他の条件は全く同じである 2 つのケースを考える。このとき、2 つのケースそれぞれについて式(3)より、次式が成立する。

$$\Delta Q_1 + \Delta H_1 + \Delta M_1 = 0 \quad (4)$$

$$\Delta Q_2 + \Delta H_2 + \Delta M_2 = 0 \quad (5)$$

ここに、下付き添え字 1,2 はそれぞれケース 1 およびケース 2 を表わしている。式(4)から式(5)を差し引くと、次式となる。

$$(\Delta Q_1 - \Delta Q_2) + (\Delta H_1 - \Delta H_2) + (\Delta M_1 - \Delta M_2) = 0 \quad (6)$$

ケース 1 およびケース 2 の過程において、膨張(あるいは収縮)作用など化学的な内部エネルギー変化、ならびに発熱放熱過程が現実的にはほぼ同じであると仮定できる場合には、

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2 \quad (7)$$

$$\Delta H_1 = \Delta H_2 \quad (8)$$

が成立する。コンクリート硬化過程における膨張材の膨張作用あるいは骨材のアルカリ骨材反応などはこの典型的な例と考えられる。

したがって、式(6)から、

$$\Delta M_1 = \Delta M_2 \quad (9)$$

が成立する。式(9)は、拘束の程度に依らず、化学作用によって力学的な外的環境へ系が作用する力学的なエネルギーは一定であることを示している。これが、「総エネルギー一定則」である。

一方、この力学的エネルギー  $\Delta M$  は、ニュートンの第三法則(作用・反作用の法則)から、最終的に次式にて表現される。

$$\Delta M = \Delta \xi_A + \Delta \xi_B = \Delta \xi_{che} = - \int_V \sigma \Delta \varepsilon_{che} dV \quad (10)$$

ここで、 $\Delta \xi_{che}$  は、化学エネルギー(と称するもの)であり、一般的に、応力テンソル  $\sigma$  と化学作用による自由膨張(あるいは収縮)ひずみテンソル  $\Delta \varepsilon_{che}$  の積に対する体積積分の形で表現される。 $\Delta \xi_A$  および  $\Delta \xi_B$  は、それぞれ、膨張する物質自身の内部になす仕事量、および膨張する物質を拘束する材料に

なす仕事量である。これらの仕事は、一般的に応力テンソルと自由膨張ひずみを除いた全ひずみテンソルとの積に対する体積積分の形で表現される。すなわち、力学的エネルギー  $\Delta M$  は、これらの仕事量の和として表現される。

式(9)で表わされる総エネルギー一定則と式(10)より、いかなる拘束条件下においても、化学エネルギーは、一定となることがわかる。この考え方は、化学的に膨張(あるいは収縮)する物質で構成される構造体の膨張量(あるいは収縮量)を決定する上での根幹となる考えである。

(2) 二軸応力状態下での総エネルギーに対する実験的検討

膨張コンクリートの二軸拘束実験が林ら<sup>5)</sup>により行われている。二軸拘束実験の概要を図-1に示す。林らは、 $xy$ 方向の鉄筋比を変えて拘束ひずみを測定することで、 $xy$ 方向における総エネルギーを評価している。水セメント比はすべて55%とし、膨張材混入量

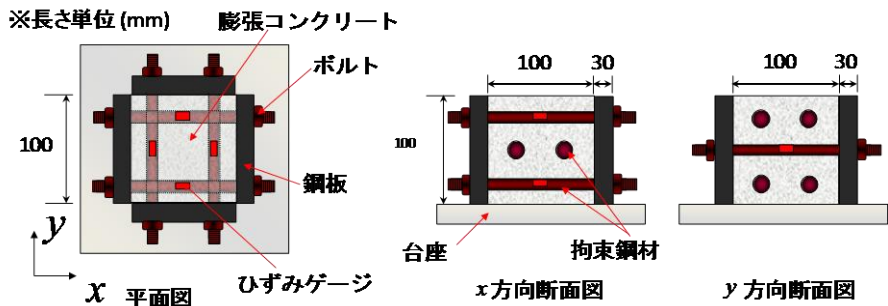


図-1 二軸拘束状態下における総エネルギー測定装置概要

20 kg/m<sup>3</sup> および混入量 40 kg/m<sup>3</sup> で実験を行っている。評価した各拘束方向と総エネルギーの関係を図-2に示す。その結果、拘束方向ごとに独立して総エネルギー一定則が成立することが確認されている。

(3) 総エネルギー一定則に基づいた自由膨張ひずみモデルの定式化

本研究では、膨張材料は等方材料であると仮定する。図-3に示すように、上記で述べた拘束方向ごとに独立して総エネルギー一定則の見解を主応力3方向に適用すると、主応力方向に生じる自由膨張ひずみ成分  $\Delta \epsilon_{che,i}$  ( $i=1,2,3$ ) は、主応力  $\sigma_i$  ( $i=1,2,3$ ) および主応力方向の膨張材料の単位体積あたりの化学エネルギー、拘束鋼材および膨張コンクリート自身になされた仕事量  $\Delta U_{che}$  を用いて次式で与えた。

$$\begin{aligned} \sigma_1 \Delta \epsilon_{che,1} &= -\Delta U_{che} \\ \sigma_2 \Delta \epsilon_{che,2} &= -\Delta U_{che} \\ \sigma_3 \Delta \epsilon_{che,3} &= -\Delta U_{che} \end{aligned} \quad (11)$$

ただし、ここで注意することは、 $\Delta U_{che}$  は必ず正値であるが、 $\Delta \epsilon_{che,i}$  は解析上、符号の異なる2つの解として得られる。ゆえに、実際には、解析対象の材料に応じて正負の符号の判断を行う必要がある。解析対象が膨張コンクリートである場合は  $\Delta \epsilon_{che,i}$  が正値となるように計算中に制約を与える必要がある。

また、主応力テンソル  $\sigma_{ij}^* (=diag\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\})$  と全体座標系に対応する応力テンソル  $\sigma_{ij}$  間において

$$\sigma_{ij}^* = Q_{ki} \sigma_{kl} Q_{lj} \quad (12)$$

で定義される変換行列  $Q_{ij}$  を用いて、主応力方向に生じる自由膨張ひずみを変換することにより、全体座標系に対応する自由膨張ひずみ成分  $\Delta \epsilon_{ij}^{che}$  は次式で表される。

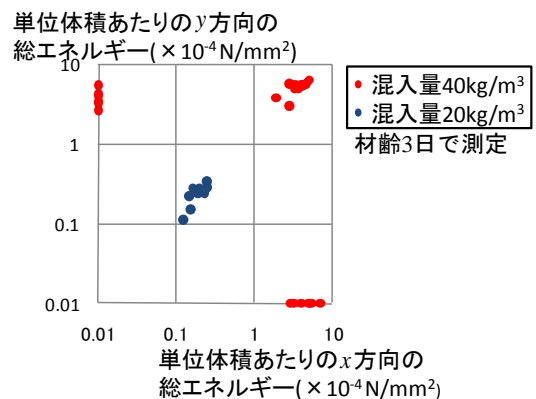


図-2 拘束方向と総エネルギーの関係

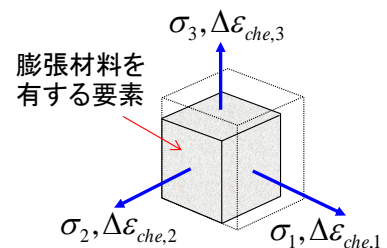


図-3 仕事量一定則の三次元場への適用

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{che} = Q_{ik} \Delta\varepsilon_{kl}^* Q_{jl} \quad (13)$$

ただし、 $\Delta\varepsilon_{ij}^* = \text{diag}\{\Delta\varepsilon_{che,1}, \Delta\varepsilon_{che,2}, \Delta\varepsilon_{che,3}\}$ である。

式(13)を初期ひずみとして、通常の3次元非線形有限要素解析プログラムに導入することにより、総エネルギー一定則に基づいた膨張材料の変形解析を実施することができる。

### 3. 各解析手法による膨張材効果の比較検討

#### 3.1 比較対象とした実測試験体概要

東ら<sup>2)</sup>によって行われた実測試験体を図-4に示す。東らは、無筋試験体・RC試験体について検討を行っている。無筋試験体は、全高100cm、水平長さ90cm、厚さ20cmであり、周囲すべてに10cm厚の発泡スチロールを設置している。RC試験体は、全高100cm、水平長さ90cm、厚さ40cmであり、周囲すべてに10cm厚の発泡スチロールを設置している。両者は、下部50cm高さに膨張コンクリートを打設し、引き続き60分後に上部50cm高さに通常コンクリートを打設したものである。両者ともコンクリートの配合の詳細については省略するが、水結合比55%、単位セメント量282kg/m<sup>3</sup>、単位膨張材量20kg/m<sup>3</sup>となっている。セメントは普通ポルトランドセメントを使用している。また、

RC試験体には水平長手方向にD22鉄筋を150mmピッチ、鉛直方向にD16鉄筋を150mmピッチ、壁厚さ方向に中間帯鉄筋としてD13鉄筋をD22鉄筋の高さ格段に3本ずつ配置している。断面に対する鉄筋比はそれぞれ、D22が1.39%、D16が0.66%、D13が0.3%である。両者とも水平方向の測定のためにコンクリートひずみ計を高さ方向に4点設置している。

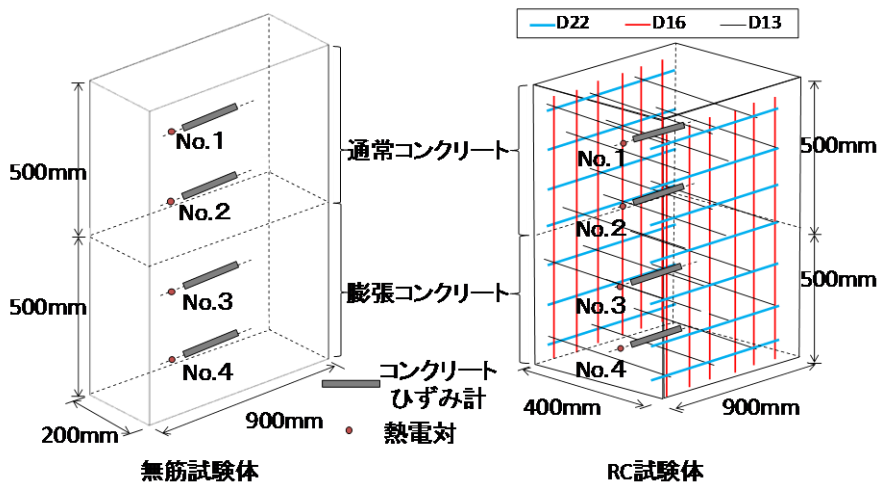


図-4 実測試験体

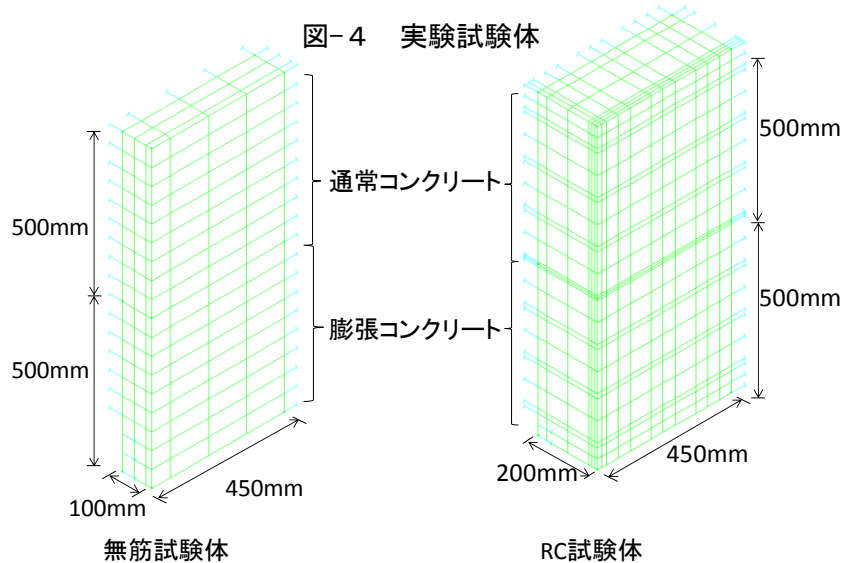


図-5 解析モデル

表-1 解析に用いた材料特性

材料特性	値もしくは式
熱伝導率	2.7 W/m°C
比熱	1.15kJ/kg°C
密度	2300 kg/m <sup>3</sup>
断熱温度上昇量 $Q(t)$ ( $t$ :材齢)	$Q(t) = 44.02(1 - e^{(-1.03d(t-1))})$ °C
圧縮強度 $f'_c(t)$	$f'_c(t) = 34 \text{ N/mm}^2$
ヤング係数 $E(t)$	$E(t) = 4700f'_c^{0.5} \text{ N/mm}^2$
ポアソン比	0.2
線膨張係数	$10 \times 10^{-6} (1/°C)$

### 3.2 実測値と各解析手法の比較検討

上記の試験結果について各解析手法を用いて比較検討を行った。解析モデルを図-5に示す。モデルは、東ら<sup>2)</sup>によって解析されたモデルを基に作成し1/4対象モデルとした。解析に用いた材料特性を表-1に示す。なお、膨張材に関するパラメータについては後述する。拘束条件は、図-5に示されるモデル周囲にて青色矢印で示されている。膨張材の導入方法に関する解析ケースとして、「総エネルギー一定則」、「JCI 指針」、「東ら」の3ケースを想定した。なお、総エネルギー一定則による手法を「総エネルギー一定則」、ひび割れ制御指針 2008による手法を「JCI 指針」、東らによる手法を「東ら」と称している。膨張材に関しては、「JCI 指針」では、 $\epsilon_{ex,\infty} = 150 \times 10^{-6}$ 、 $a_{ex} = 0.69$ 、 $b_{ex} = 1.11$ 、 $t_{ex,0} = 0.3$ とした。「東ら」では、 $\epsilon_f / \epsilon_0 = 0.05$ 、 $a = 0.5$ とした。「総エネルギー一定則」では林ら<sup>6)</sup>の研究を基に次式にて総エネルギーを与えた。

$$U_{che}(t_e) = 100 \times 10^{-6} \left[ 1 - \exp \left\{ -0.69(t_e - 0.3)^{1.11} \right\} \right] \quad (14)$$

試験体内部温度の違いは膨張過程に影響を及ぼし得る。本研究では、有効材齢にて膨張過程に及ぼす温度の影響を考慮した。一方、最終膨張量についても温度変化の影響が生じる得るが、本研究では温度に依らず最終膨張量は一定であると仮定した。

また、上記のケースに加え膨張材非考慮の場合の解析についても行った。

各試験体の温度履歴を図-6、7に示す。無筋試験体における実測値の最高温度は、1.3日で49.1℃、解析モデルの最高温度は材齢1.4日で50℃である。また、RC試験体における実測値の最高温度は材齢1.56日で57.5℃、解析モデルの最高温度は材齢1.65日で57.7℃である。これらより、両者とも実測値とほぼ一致していることがわかる。無筋試験

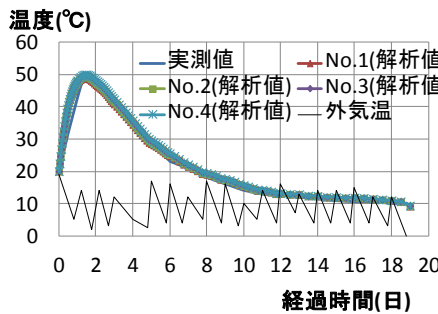


図-6 温度履歴(無筋試験体)

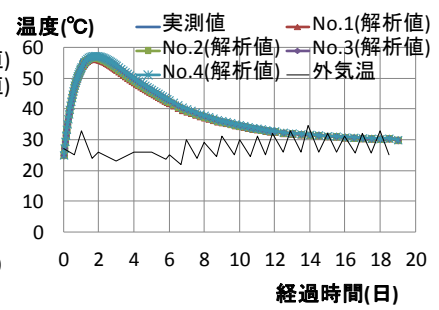


図-7 温度履歴(RC試験体)

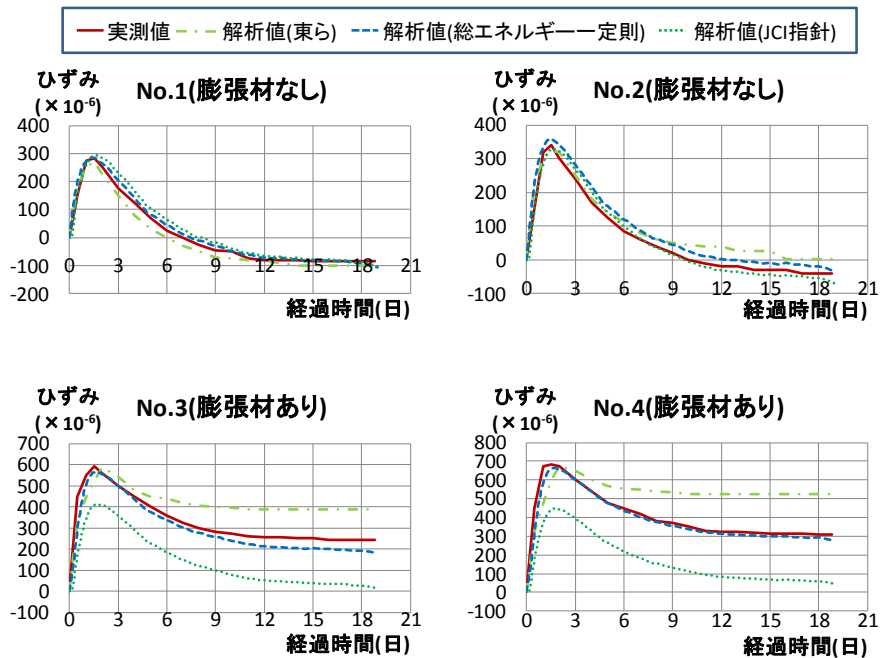


図-8 長手方向のひずみ経時変化(無筋試験体)

験体とRC試験体で外気温が大きく異なっているが、これは打設時期が異なっているからである。

無筋試験体における各測定位置の長手方向におけるひずみの経時変化を図-8に示す。膨張材が含まれない領域(No.1)(No.2)においては各手法の差はあまり見られないが、膨張材を含んだ領域(No.3)(No.4)においては各手法により差が生じていることが確認できる。また、「JCI 指針」ではひずみが実測値より

小さく、「東ら」の手法ではひずみが実測値より大きくなる傾向にあることが確認された。次に、RC 試験体における各測定位置の長手方向におけるひずみの経時変化を図-9に示す。RC 試験体の長手方向のひずみ経時変化についても、無筋試験体と同様な傾向が確認できる。膨張材が含まれていない箇所に関して、各導入手法の長手方向のひずみにあまり差は見られないが、膨張材が含まれている箇所に関しては各導入手法の長手方向のひずみに差が生じている。

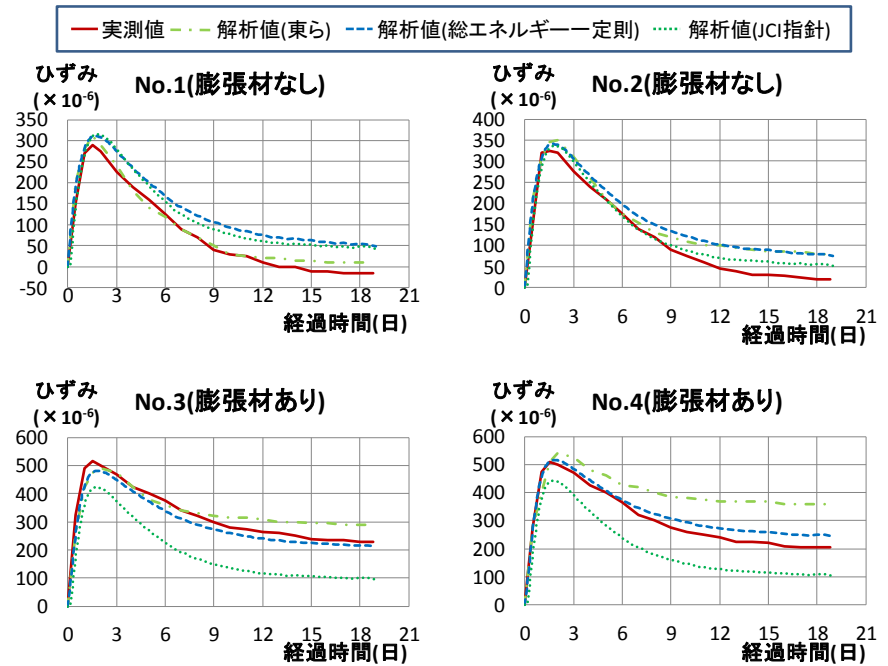


図-9 長手方向のひずみ経時変化 (RC 試験体)

これは、各導入手法の膨張ひずみの与え方に起因していると考えられる。JCI 指針や東らによる手法は膨張ひずみを拘束度に依らず一定であると仮定しているため、拘束応力の変動が膨張ひずみに反映されていない。一方、総エネルギー一定則では、式(10)を見てもわかるように拘束応力の変動による膨張ひずみの大きさを自動的に考慮している。これらの事から、各導入手法において長手方向のひずみに差が生じたと考えられる。今後は、拘束条件の異なるケースや補強の違いによる膨張材効果の検討を行いたいと考えている。

#### 4. おわりに

東らによって行われた膨張収縮挙動実験結果を対象として、ひび割れ制御指針による手法および東らによる手法、総エネルギー一定則に基づく手法により膨張材の効果を検討した温度応力解析を行った結果、本研究の範囲内で各膨張効果導入手法における解は異なる可能性が示唆された。今後、異なるケースを想定して比較検討を行っていきたい。

#### 参考文献

- 1) マスコンクリートのひび割れ制御指針 2008, 社会法人 日本コンクリート工学協会, pp.55, 2008
- 2) 東邦和, 中村敏晴, 梅原秀哲: 膨張材を用いた打重ね実験による膨張収縮挙動と解析手法の適用, コンクリート年次論文集, Vol.31, No.1, pp.1537-1542, 2009
- 3) 石川靖晃, 柴田要: 仕事量一定則に基づく膨張コンクリートの変形挙動に関する基礎的研究, コンクリート工学年次論文集, Vol.30, No.1, pp.351-356, 2008
- 4) 林陸太, 石川靖晃: 二軸拘束状態下での膨張コンクリートの仕事量に関する考察, コンクリート工学年次論文集, Vol.31, No.1, pp.511-516, 2009
- 5) 林陸太, 石川靖晃: 脱型材齢が膨張コンクリートのヤング係数および仕事量に及ぼす影響, 土木学会第 64 回年次学術講演会講演概要集, V-449, pp.895-896, 2009