

## 格子モデルを用いたPC橋の解析手法についての一考察

(株)オリエンタルコンサルタンツ	正会員	博(工)	○原田	健彦
(株)オリエンタルコンサルタンツ	正会員		岡田	昌之
三井住友建設(株)[元国総研交流研究員]	正会員		狩野	武
国土交通省 国土技術政策総合研究所		工修	玉越	隆史

Abstract: This paper presented an investigation of simplified analytical approach to estimate an initial stress such as an elastic stress at the erection of a PC bridge. Analysis with a lattice model that had been applied for evaluation of shear performance of RC or PC structures was carried out as the first stage and a modelling and a fundamental characteristic of lattice members were studied by a frame analysis. As a result, it was shown that the lattice model was applicable to estimation of the initial stresses of PC bridges when the stiffness of lattice members was appropriately evaluated before yielding.

Key words: Frame analysis, Lattice model, PC bridge, Stress at the erection of a PC bridge

## 1. はじめに

PC橋は、架設時(若材齢時)に温度やクリープ・乾燥収縮および鉄筋拘束、段階施工などにより内部応力が蓄積され、初期変状が生じる場合がある。しかしこのような内部応力は棒解析を主体とした従来設計手法では評価が困難なものもあり、実際の設計では構造細目による仕様規定に準じた補強、あるいは、複雑・特殊な構造などは三次元有限要素法(以下、FEMと称す)解析等による照査が行われているのが現状である。

しかし、この高度なFEM解析を用いた設計には、架設時の時間依存性を有する複雑な内部応力の蓄積を考慮したモデリングが煩雑であること、FEM解析もモデリングにより応答値にばらつきが生じることなどの課題がある。

一方、従来からRCおよびPC構造の終局時のせん断耐力機構の評価手法として「コンクリート部材を格子状トラスの集合体にモデル化する手法」<sup>1), 2)</sup>が研究されているが、この格子状トラスモデル(以下、格子モデルと称す)で着目する初期段階の複雑な内部応力とそれによる影響を、比較的簡便かつモデリングによるばらつきを抑えて評価できる方法として応用できる可能性がある。

そこで本研究では、PC橋の架設時の段階施工を含めた弾性域の初期応力の評価に着目した格子モデルの構築手法について検討し、そのモデル化やトラス部材の剛度設定などの基本特性を明らかにするとともに、その適用性およびその適用限界を明らかにすることを試みた。なお、PC橋の架設時を含めた応力の評価に対する格子モデルの適用性については文献<sup>3)</sup>を参照されたい。

## 2. 格子モデルを用いた簡易解析手法の概要

本研究では、架設時応力や使用限界状態に着目し、図-1に示すような二次元格子モデルの簡易解析手法(以下、簡易法と称す)に対する適用性について検討する。格子モデルは、床版やウェブをそれぞれ独立させてモデル化することで、各部材の断面力負担分を直接的に求めることができ、力の伝達機構が明確化される特徴を有する。たとえば、主桁の上縁および下縁応力度 $\sigma_U$ 、 $\sigma_L$ は、骨組解析で得られた上床版および下床版の各部材軸力 $N_U$ 、 $N_L$ および曲げモーメント $M_U$ 、 $M_L$ から次式によりそれぞれ求まることになる。

$$\sigma_U = \frac{N_U}{A_U} + \frac{M_U}{W_U}, \quad \sigma_L = \frac{N_L}{A_L} + \frac{M_L}{W_L} \quad (1)$$

ここに、 $A$ と $W$ は床版部材の断面積と上縁および下縁の断面係数であり、添え字 $U$ と $L$ は上床版と下床版

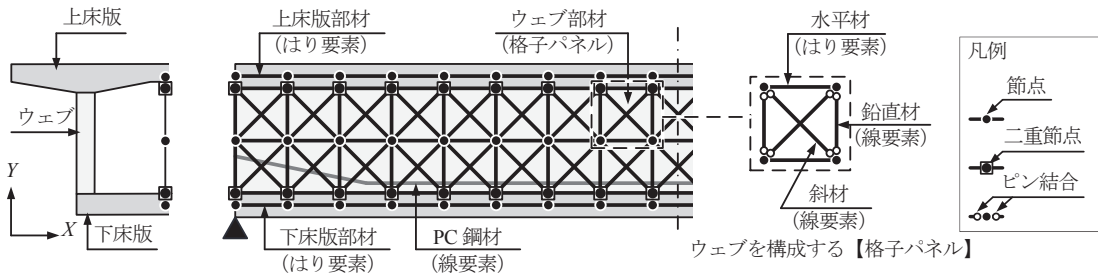


図-1 簡易解析手法に用いる解析モデル (二次元格子モデル)

に関する諸元をそれぞれ表す。

また各部材を独立させることで、部材ごとの用途に応じた作用を直接与えることができ、材齢差に伴う体積変化などの作用を段階的に着目部材に与えれば、初期段階でひび割れが顕在する可能性がある打継目付近の応力評価や応力の可視化なども可能になる。さらに、図-2に示すように、高度な全体系FEM解析に依らずとも、一部のウェブ(格子状のパネル; 以下、格子パネルと称す)を抽出し、骨組解析で得られた変形にもとづく部分FEM解析を行うことで、各段階におけるウェブの応力性状などを簡素に導くことも可能になる。すなわち、骨組解析で得られた格子パネルの各辺における節点変位を曲線補間することで要素変形を導き、部分FEMモデルの4辺に強制変位として与えることで、比較的簡便かつ一定の精度で着目ウェブの応力性状を評価できる<sup>3)</sup>。

3. 弾性域に着目した格子モデルの構築

3.1 検討概要

格子モデルを用いた既往研究成果では、主として終局時のせん断破壊メカニズムなどに着目しており、斜めひび割れ発生後の耐荷機構をモデルに取り込んだことなどが特徴である。一方、本研究で着目するのは架設時を含めた使用限界状態であるので、弾性域における有効断面の考え方など、モデル化における剛性評価手法において両者は基本的に異なる。

そこで本検討では、まず基礎検討として、各部材に対する有効断面を仮定したモデルを構築して試算し、課題点を明確にした。次に、その結果を踏まえて弾性域での変形適合条件に着目した格子モデルを構築し、その試算結果と従来設計手法(以下、従来法と称す)による計算値を相对比较することで、本モデルが有する基本的な構造特性と弾性域に対する格子モデルの適用限界ならびに課題についてそれぞれ解析的に調べた。

以上の検討を行うにあたっては、図-3に示すような支間長  $L=50m$  のPC単純箱桁橋を試設計し比較対象として用いた。また本検討では、図-3(c)に示すような二次元格子モデルを検討対象とした。

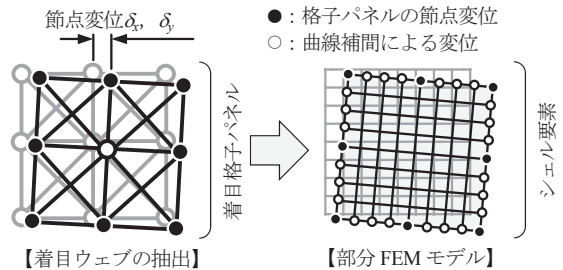


図-2 着目するウェブ(格子パネル)に対する部分FEM解析の実行イメージ

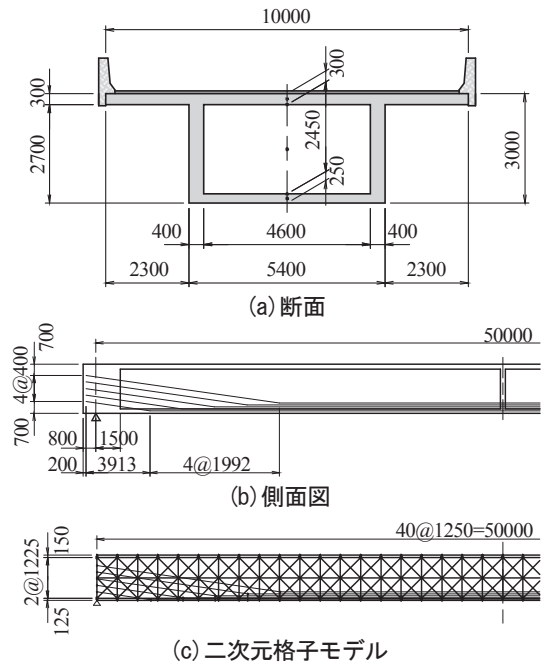


図-3 検討対象橋梁の断面図、側面図および簡易法で使用する格子モデル

3.2 有効断面にもとづく格子モデルの構築と基礎検討

(1) コンクリート部材のモデル化

図-1 に示すように、上床版および下床版は、はり要素の水平材によりそれぞれモデル化する。またウェブは、線要素の斜材、鉛直材およびはり要素の水平材から構成される格子パネルの集合体としてモデル化する。

基礎検討に用いたモデルは、表-1 に示すように、上床版および下床版要素は各々の床版図心位置に配置し、ウェブ部材は高さ方向に2分割した後、斜材角度が45°程度になるような格子パネルで構成した。また各要素に与える断面積  $A$  および断面二次モーメント  $I$  には、全断面を有効として、それぞれ表中の算定式であらわされる値を用いた。ただし、格子パネル水平材にはウェブ図心位置を通る要素のみに剛性を持たせ、斜材断面積には、コンクリート標準示方書<sup>4)</sup>に示される「ストラットタイモデル」のストラット強度相当の断面積を与え、これを基礎検討用モデルとした。

表-1 基礎検討用モデルにおける各部材の有効断面積の仮定および剛性評価

部材	床版部材	ウェブ部材：格子パネル		
		水平材	鉛直材	斜材
概念図				
剛性評価	<ul style="list-style-type: none"> <li>断面積 <math>A</math> : <math>A_U = b_U \cdot h_U</math> <math>A_L = b_L \cdot h_L</math></li> <li>断面二次モーメント <math>I</math> : <math>I_U = b_U \cdot h_U^3 / 12</math> <math>I_L = b_L \cdot h_L^3 / 12</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>断面積 <math>A</math> : <math>A_x = 2 \cdot b_W \cdot h_W</math></li> <li>断面二次モーメント <math>I</math> : <math>I_W = b_W \cdot h_W^3 / 6</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>断面積 <math>A</math> : <math>A_y = 2 \cdot b_W \cdot a</math></li> <li>ここに、 <math>a</math> : 格子水平間隔</li> <li>断面二次モーメント <math>I</math> : <math>I_y = 0</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>断面積 <math>A</math> : <math>A_d = 2 \cdot b_W \cdot X_C</math></li> <li>ここに、 <math>X_C = h \cdot \cos \theta_x</math> <math>\theta_x</math> : 斜材角度</li> <li>断面二次モーメント <math>I</math> : <math>I_y = 0</math></li> </ul>

(2) 床版-ウェブ接合バネのモデル化

図-4 に示すように、床版およびウェブ節点は、仮想剛部材を介した二重節点により結合する。この二重節点は、鉛直および水平方向のバネ要素により結合する。鉛直および水平バネ剛性  $k_V$  および  $k_H$  は、床版軸線からウェブ上端あるいは下端間におけるコンクリートの鉛直方向弾性変形およびせん断変形を考慮すれば、それぞれ次式で求まる。

$$k_V = \frac{2 \cdot E_c \cdot A_j}{d}, \quad k_H = \frac{2 \cdot G_c \cdot A_j}{d} \quad (2)$$

ここに、 $E_c$  と  $G_c$  はそれぞれコンクリートの弾性係数とせん断弾性係数、 $A_j$  は変形を考慮する部分の断面積(ウェブ厚×隣接節点間距離/2×ウェブ数)、 $d$  は床版厚である。

(3) 単位荷重載荷による基礎検討

表-1 に示した剛性評価手法では、ウェブ部材において剛性を過大評価している可能性がある。たとえば、プレストレス力や温度荷重などの水平作用に対し、格子パネル水平材および斜材が同時に抵抗することが懸念される。そこで、基礎検討として鉛直および水平方向に対する単位荷重載荷により、従来法にもとづく計

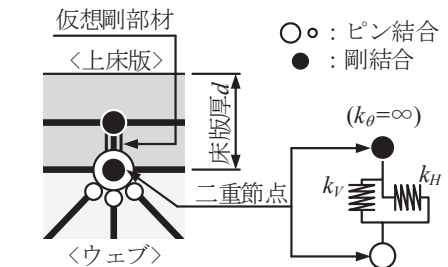


図-4 床版-ウェブ接合バネのモデル化

算値と相対比較を行い、剛性評価手法の妥当性について検討した。具体的には、水平材断面積  $A_x$  を  $0.1A_W \sim A_W$  (ここに、 $A_W$  はウェブ部材断面積) の間で変化させたパラメトリック解析により、格子パネルの剛性評価が結果に与える影響について調べた。

図-5 は、単位の鉛直荷重を対称 2 点载荷した場合の結果について、縦軸と横軸に格子モデルの最大鉛直変位  $\delta_{\max}$  と  $A_x$  を取って図示したもので、縦軸は従来法による値  $\delta_0$  で無次元化している。図より、 $\delta_{\max}$  の値は、いずれのケースにおいても  $\delta_0$  の 97% 程度であり、 $A_x$  の大小に依存しないことがわかる。

一方、図-6 は桁端部に橋軸水平方向単位荷重を载荷した場合の結果を示しており、縦軸は最大水平変位  $\delta_{\max}/\delta_{x0}$  ( $\delta_{x0}$  : 従来法による値) をあらわしている。 $\delta_{\max}$  の値は、 $A_x=A_W$  のとき最小値をとり、 $A_x$  の減少にともなって増加する。また  $\delta_{\max}$  は、 $A_x=0.6A_W$  付近において破線で示す  $\delta_{x0}$  と一致する。

つまり、表-1 に示される  $A_x$  に 0.6 を乗じた場合の試算結果は、従来法による計算値と概ね一致することとなるが、この値は主桁形状をはじめとする種々の構造条件に依存する可能性がある。また、断面積に係数を乗じる剛性評価手法に対する工学的意義を見出すのは困難であり、若材齢時を含めた弾性域に着目する本モデルでは、このコンクリート部材の剛性評価が重要である。したがって、次項ではウェブの変形適合条件に着目した剛性評価により格子モデルの改善を試みる。

### 3.3 ウェブの変形適合条件に着目した格子モデルの構築

#### (1) ウェブ部材に対する剛性評価

前項での基礎検討結果を踏まえ、図-7 に示すように、格子パネルを構成する水平材、鉛直材および斜材に入力する断面積  $A_x$ 、 $A_y$  および  $A_d$  を、着目するウェブ部材と格子パネルの部材軸方向およびせん断方向における変形適合条件に着目し、次式によりそれぞれ評価することで改善を試みた。

$$A_x = \left\{ 1 - \frac{G_c}{E_c} (\cot^2 \theta_x - \nu) \right\} \cdot \frac{A_0}{2} \quad (3)$$

$$A_y = \frac{G_c}{E_c} \cdot \cot \theta_x \cdot \left( \frac{1}{\nu} - \tan^2 \theta_x \right) \cdot \frac{A_0}{2} \quad (4)$$

$$A_d = \frac{G_c}{E_c} \cdot \sec \theta_x \cdot \operatorname{cosec}^2 \theta_x \cdot \frac{A_0}{2} \quad (5)$$

ここに、 $\theta_x$  は斜材と  $X$  軸 (橋軸方向) のなす角度 (狭角;  $0^\circ < \theta_x < 90^\circ$ )、 $A_0$  は格子パネルで構成する部分のウェブ断面積、 $\nu$  はポアソン比である。上式はいずれも  $\theta_x$  の関数として表されており、各要素の断面積と  $\theta_x$  の関係を図示すれば図-8 のようになる。特に図中二重線と破線で示すように、式(3)および(4)により求まる水平材および鉛直材の断面積  $A_x$ 、 $A_y$  は、

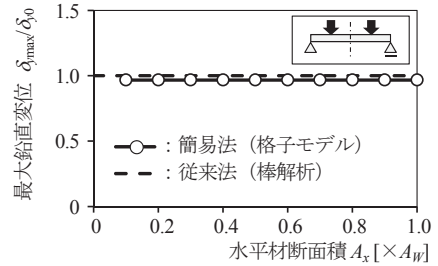


図-5  $A_x$  の変化にともなう鉛直方向载荷に対する最大鉛直変位の変化

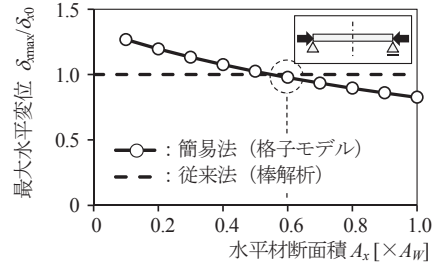


図-6  $A_x$  の変化にともなう水平方向载荷に対する最大水平変位の変化

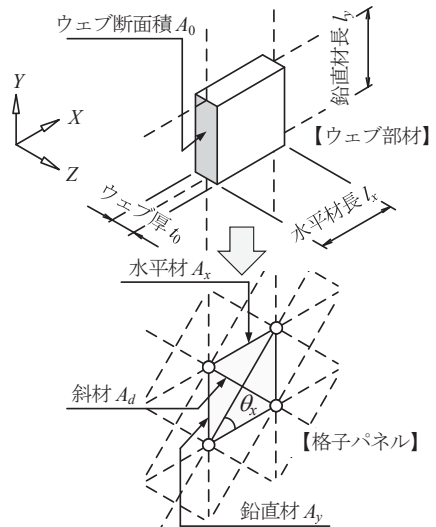


図-7 着目ウェブ部材と格子パネルの変形適合条件

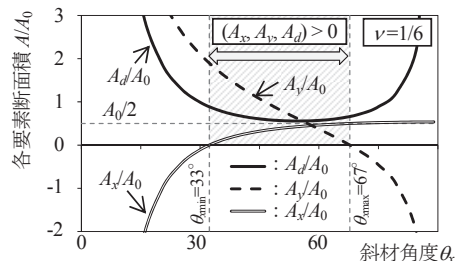


図-8 各要素断面積と斜材角度の関係

$\theta_x$ の取り方によっては負の値となる場合があるので留意する必要がある。例えば $v=1/6$  のとき、 $33^\circ \leq \theta_x \leq 67^\circ$  として決定しなければならない。

なお、式(3)~(5)で求めた断面積をもつ格子パネルでウェブ部材を構成する際、ウェブ部材と格子パネルの曲げ変形に対する変形適合条件をさらに満足させなければならない。そこで、図-9 に示すように、格子パネルの水平材には、次式で表される断面二次モーメントの不足分  $I'$  を付加した。

$$\sum_{i=1}^n I'_i = I_{W0} - \sum_{i=1}^n A_{xi} \cdot e_i^2 \quad (6)$$

ここに、 $i=1 \sim n$  は水平材番号、 $I_{W0}$  は主桁図心軸まわりのウェブ部材断面二次モーメント、 $A_{xi}$  および  $e_i$  は水平材  $i$  の断面積および主桁図心軸からの偏心距離をそれぞれ表す。

(2) PC 鋼材およびプレストレス力のモデル化

PC 鋼材は線要素として実配置し、プレストレス力は線膨張係数と温度降下荷重により与える。特に、摩擦などのロスを考慮する場合には、部材を所要の数で分割し、要素ごとに変化するプレストレス力を温度荷重で調整する。また、PC 鋼材の偏向は、図-10 に示すように、二重節点と仮想剛部材によりモデル化する。この際、PC 鋼材の実断面積を入力したモデルでは、鋼材単体が軸変形を拘束するため、所定のプレストレス力を再現できない。そこで本検討では、表-2 に示すように、PC 鋼材要素に入力する断面積と温度荷重を実構造値に対して  $10^3$  と  $10^3$  倍してそれぞれ入力し、 $\pm 5\%$ 未満の差でプレストレス力を再現した。

4. 二次元格子モデルの構造特性

(1) 鉛直作用に対する検討結果

図-11 は、鉛直作用として集中荷重を対称2点载荷した場合のせん断力と曲げモーメントの分布を要素種別ごとに集計し、累積表示したものである。図中灰色で示す線要素の断面力負担分から、格子パネルの斜材は曲げ抵抗にはほとんど寄与しておらず、主としてせん断抵抗部材として機能することがわかる。とくに図-11 (a)のせん断力図からは、はり要素と線要素のせん断力負担分を直接的に評価できることも見て取れる。また、各断面力を累積すれば、図中破線で示す従来法による計算値と整合していることもわかる。

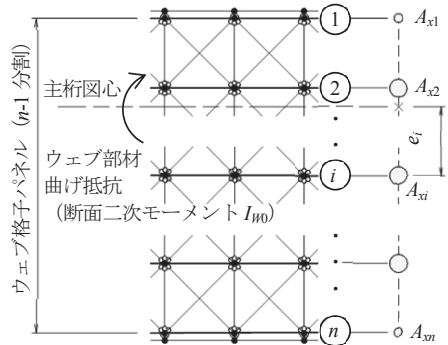


図-9 格子パネルの曲げ抵抗

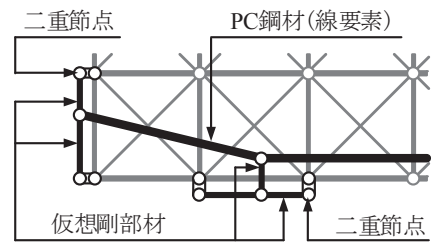
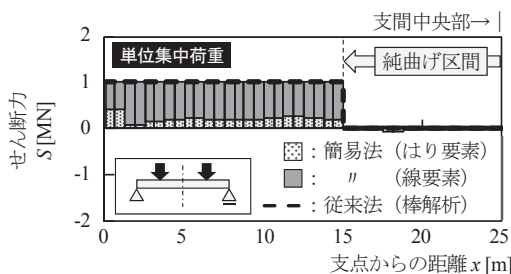


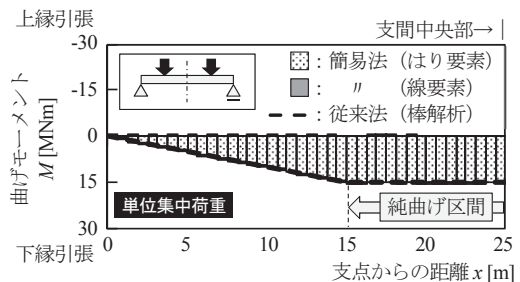
図-10 PC 鋼材偏向部のモデル化

表-2 プレストレス力の再現性

項目	単位	検討ケース		
		$A=A_p$	$A=A_p \times 10^3$	
入力値	断面積 $A_p$	mm <sup>2</sup>	1,664	1,664
	ヤング係数	N/mm <sup>2</sup>	2.00 × 10 <sup>5</sup>	
	線膨張係数		1.20 × 10 <sup>-5</sup>	
	緊張力	kN	1,664	
解析値	温度荷重	°C	-4.16 × 10 <sup>2</sup>	-4.16 × 10 <sup>5</sup>
	線要素軸力 (全鋼材平均)	kN (比率)	139 (0.084)	1,636 (0.983)



(a) せん断力図



(b) 曲げモーメント図

図-11 鉛直対称2点载荷時の簡易法および従来法による断面力分布 (表示範囲: 0.5L)

(2) 水平作用に対する結果

図-12 は水平方向作用としてプレストレスを载荷した結果を示しており、鉛直作用と同様に、水平作用に対してもウェブ斜材はせん断抵抗部材として機能しており、はり要素と線要素の断面力負担分を直接的に評価できることがわかる。また、水平作用に対して図-6 で生じていた差異はウェブの変形適合条件に着目した剛性評価により改善され、図-12 では図中破線で示す従来法による結果とほぼ一致することもわかる。

なお、図-11 (a) および図-12 (a) に示す線要素のせん断力負担分は、一般部に比べて支点部付近で小さくなっている。これは一般部のウェブと端支点横桁部の剛性の違いに起因するものと考えられる。

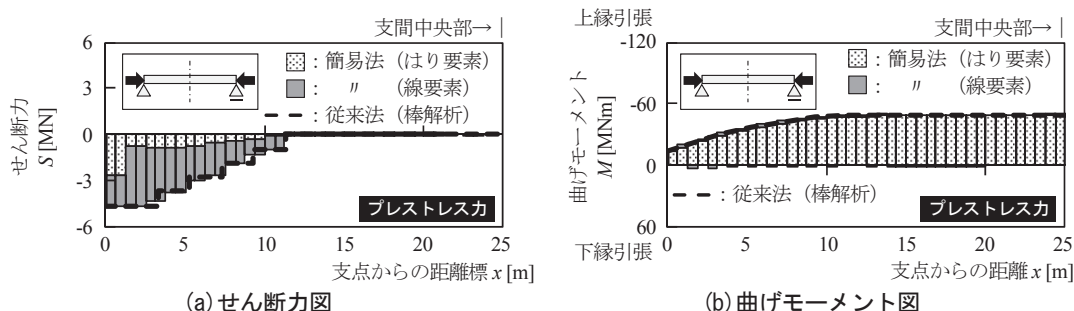


図-12 プレストレス力载荷時の簡易法および従来法による断面力分布 (表示範囲: 0.5L)

5. まとめ

PC 箱桁橋の弾性域を対象に、二次元格子モデルを構築して試算し、従来設計手法にもとづく計算値と相对比较した結果、以下の事柄が明らかとなった。

- [1] 有効断面を仮定した基礎検討用のモデルでは、とくに水平作用に対する剛性を過大評価していることがわかった。
- [2] 上記[1]を踏まえ、ウェブ部材と格子パネルの変形適合条件から、パネルを構成する水平材、鉛直材および斜材の剛性評価手法を導いた。
- [3] 上記[2]の剛性評価手法を用いた格子モデルによる骨組解析結果は、従来設計手法にもとづく計算値と整合した。若材齢時を含めた弾性域を対象とする本モデルでは、コンクリート部材の剛性評価が重要であり、本モデルの適用性を確認できた。
- [4] 格子モデルでは、床版やウェブを独立させてモデル化することで、部材の断面力負担分を直接的に求められることがわかった。これにより、各部材の力の伝達機構が明確化されると考えられる。
- [5] 斜材は曲げ抵抗にはほとんど寄与せず、主としてせん断抵抗部材として機能することを確認した。

よって、これまでに終局時を対象として成果を上げている格子モデルは、弾性域に着目した適切な剛性評価を行うことで、架設時応力を含めた使用限界を対象とした PC 橋の評価手法の一つとして応用できる可能性があることがわかった。

参考文献

- 1) 二羽淳一郎, 崔益暢, 田辺忠顕: 鉄筋コンクリートはりのせん断耐荷機構に関する解析的研究, 土木学会論文集, No.508/V-26, pp.79-88, 1995.2.
- 2) Manakan LERTSAMATTIYAKUL, Junichiro NIWA, Satoshi TAMURA and Yuzuru HAMADA: The Simplified Truss Model for Evaluating Shear Carrying Capacity of Prestressed Concrete Beams, コンクリート工学年次論文集, Vol.25, No.2, pp.757-762, 2003.
- 3) 狩野武, 松沢政和, 水田崇志, 玉越隆史: PC 橋の架設時応力の評価における格子モデルの適用性の検討, 第 24 回プレストレストコンクリートの発展に関するシンポジウム.
- 4) 2012 年制定コンクリート標準示方書 [設計編], 公益社団法人土木学会, 2013.3.