

プレストレスト コンクリート部材の断面設計法に関する研究

一方向の曲げモーメントをうける部材の場合 (1)

坂 静 雄・六 車 熙

1. ま え が き

プレストレスト コンクリート部材断面の設計法にはいろいろな方法があって、設計者によってそれぞれ異なった方法を用いているのが現状である。これらを大別すると次のとおりである。

(1) 簡便設計法

プレストレス導入時および設計荷重載荷時の断面コンクリート上下縁応力が、それぞれの許容応力度をこえないように断面の概略寸法を決め、かつ所要プレストレス力および偏心距離を決める方法で、G. Magnel¹⁾, P.W. Abeles²⁾, A.E. Komendant³⁾, Y. Guyon⁴⁾, F. Leonhardt⁵⁾, A. Mehmehl⁶⁾, G. Brendel⁷⁾, W. Herberg⁸⁾, G. Kani⁹⁾, R.H. Evans & E.W. Bennett¹⁰⁾, など数多くの人びとによって、それぞれお互いにきわめて類似した、または、別の観点から考えた設計法が発表されている。規格断面を使用する場合のように断面が決まっています、これに対する所要プレストレス力および偏心距離を決定する方法などもこの中にふくまれている。

(2) 最経済断面の設計法

プレストレス導入時および設計荷重時の断面コンクリート上下縁応力の全部またはその一部が、それぞれの許容応力度に、全く等しくなるように断面を設計する方法で、一般に最も経済的断面となる。H.J. Cowan¹¹⁾, 著者^{12), 13)} などの設計法がある。

このうち、(1) の設計法はきわめて実用的で、とくに G. Magnel の方法¹⁾, Y. Guyon⁴⁾ の方法、などはわが国でも広く利用されているが、設計になれていない場合には不経済断面になったり、断面が小さすぎて、再設計しなければならなくなったりする。(2) の方法は設計された断面は最も経済的ではあるが、断面寸法が設計および施工上の精度以上の、細かい数値を要求される場合が多くて実用的でなかったりする。とくに規格断面を利用する場合には、規格断面そのものが、与えられた設計条件に対して最経済断面であることはまず望めないから、設計が不可能となる。

ここに述べるプレストレスト コンクリート断面設計法は、著者の研究になる最経済断面の機械的設計法であって、設計手順がきわめて系統的、かつ合理的であることが特長である。また各設計式には、たとえば設計荷重が大きくなれば、所要断面寸法も大きくなるといったような、必然的な事実が明確に示された形になっていることも特長の一つであって、設計者が理解しやすく、かつ利用しやすいものとなっていることも特長である。なお、本報では一方向の曲げモーメントだけをうける場合のみについて述べることにする。

2. 断面の設計条件式

プレストレスト コンクリート (以下 PC と略記) 部材の断面設計は、建築構造物では固定荷重、積載荷重、平均積雪荷重、土木構造物では死荷重、活荷重、衝撃、遠心荷重、温度変化などの長期間にわたって作用する荷重に対して行い、地震荷重、風荷重、不等沈下、制動荷重などの非常時荷重に対しては、設計された断面が安全であるかどうかを検査するのが建前である。ここに述べる断面設計法とは前者の荷重に対して断面寸法、プレストレス力、偏心距離を決定する方法であって、断面設計法というよりは、むしろ断面決定法といった方がよい。

断面決定は常時荷重に対して行われるから、プレストレス導入時および荷重載荷後においてコンクリート断面上下縁応力が、それぞれの許容応力度をこえることは許されない。すなわち、コンクリート断面上下縁応力の満足しなければならない条件は

プレストレス導入時

$$\left. \begin{aligned} -\left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_1\right) - \frac{M_d}{I_c} h_1 &\leq f_t' \\ \left(\frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{I_c} h_2\right) - \frac{M_d}{I_c} h_2 &\leq f_c' \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

または

$$\left. \begin{aligned} -\eta \left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_1\right) - \frac{M_d}{I_c} h_1 &\leq f_t' \\ \eta \left(\frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{I_c} h_2\right) - \frac{M_d}{I_c} h_2 &\leq f_c' \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

報 告

設計荷重載荷時

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_1 \right) + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_1 &\leq f_c \\ - \left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_2 \right) + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_2 &\leq ft \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

または

$$\left. \begin{aligned} \eta \left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_1 \right) + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_1 &\leq f_c \\ - \eta \left(\frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{I_c} h_2 \right) + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_2 &\leq ft \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

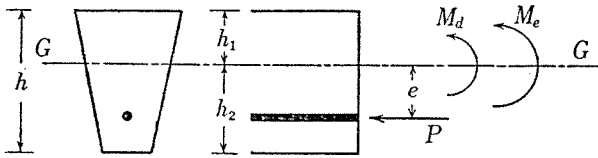


図-1 コンクリート断面に作用する力およびモーメントの方向 (図示方向を正とする)

である。ここに、 P ：導入プレストレス力、 e ：偏心距離 (図-1 のコンクリート断面重心軸より下へ正)、 A_c ：コンクリート断面積、 I_c ：コンクリート断面重心軸に関するコンクリート断面 2 次モーメント、 h_1, h_2 ：コンクリート断面重心軸から上下縁までの距離 (図-1 参照)、 M_d ：部材自重による曲げモーメント (プレストレスモーメント Pe と逆方向を正、図-1 参照)、 M_l ：部材自重以外の設計荷重による曲げモーメント (プレストレスモーメント Pe と逆方向を正、図-1 参照)、 η ：プレストレス力の有効率 (最終値をとる)、 f_c', f_c ：プレストレス導入時および設計荷重載荷時のコンクリートの許容圧縮応力度、 f_t', f_t ：プレストレス導入時および設計荷重載荷時のコンクリートの許容引張応力度 (常に絶対値をとる) である。上記各式の第 1 式は上縁応力の、第 2 式は下縁応力の満足すべき条件である。

PC 断面の設計には (1)~(4) 式のすべてが常に成立するように断面寸法、プレストレス力および偏心距離を決めるのであるが、偏心距離 e が断面の核半径より大きいのが一般であるから、これを考慮すれば (1) 式が満足されれば (2) 式は常に成立し、また、(4) 式が満足されれば (3) 式は常に成立する^{12), 13)}。したがって、一般には (1) 式および (4) 式が常に成立するように断面の設計を行えばよい。このような断面設計に使用する基本式 (1) および (4) 式のことを設計条件式とよぶ。もちろん、場合によっては (1) および (4) 式だけでは他の条件式 (2) および (3) 式を常に満足しない場合もあるので、このような場合には (1)~(4) 式で示される 8 つの条件式のうちで、最も不利になる条件式を選ばなければならない。ここではこれらの特殊な場合を除き、

設計条件式が (1) および (4) 式である一般の場合について述べることにする。

3. ポストテンション方式 PC バリの経済断面設計式 (一般的方法)

設計条件式 (1) および (4) 式から断面寸法、プレストレス力、偏心距離を求めるのであるが、この場合、断面寸法を直接求めることは困難であって、断面寸法に代ってコンクリート断面重心軸に対するコンクリート断面 2 次モーメント I_c を未知数と考える。すなわち、決めるべき未知数は I_c, P, e の 3 つである。ところが、設計条件式は (1) および (4) 式で示されるように 4 つある。3 つの未知数を決めるには 3 つの設計条件式だけで十分であり、4 つの設計条件式のうちの、どの 3 つを用いるかを考慮しなければならない。

さて、設計された断面が経済的であるための条件を考えてみよう。経済的である条件としては、いろいろあるが、断面決定にあたって最も重要なこと、プレストレス導入時および載荷時のコンクリート断面上下縁力が、それぞれの許容応力度に等しいことである。ところがコンクリート断面重心軸から上下縁までの距離 h_1, h_2 の大きさによって、すべての縁応力を、それぞれの許容値に等しくなるように設計することは不可能である。たとえ

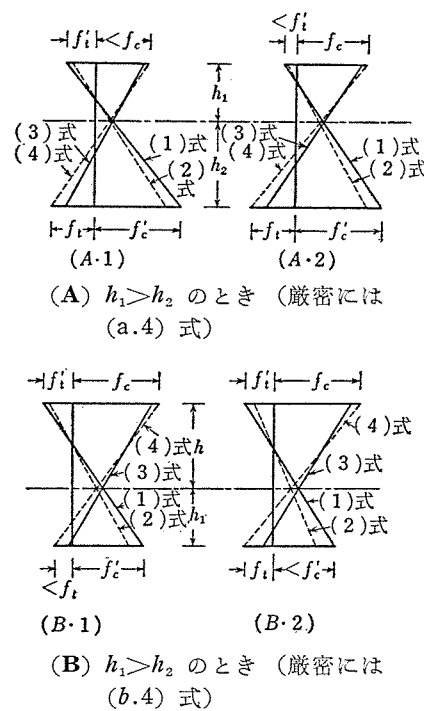


図-2 経済断面のコンクリート応力分布の一般表示 (図中の式の番号はそれぞれの分布の縁応力条件式を示す)

ば、T 型断面の場合のように h_1 が h_2 に比べて小さいときには、図-2 (A) のようにプレストレス導入時および設計荷重載荷時の下縁応力を、それぞれの許容値に等しくすることができるが、上縁応力についてはプレストレス導入時のものを等しくすれば、載荷時のものは、おのづからその許容値以内になり、逆に載荷時の上

縁応力をその許容値に等しくすれば、プレストレス導入時のものはおのづからその許容値以内となる。すなわち経済断面設計のための最小の条件としては、 h_1 が h_2 にくらべて小さいときには (1) および (4) 式それぞれの第 2 式の符号が成立することである。残りの 2 つの設計条件式 (上縁応力に関するもの) では 図-2 から明らかのように、その 1 つが成立すれば他は常に成立する (これには h_1 と h_2 との大きさに関する条件が必要であるが、これについては後述する)。同様に h_1 が h_2 よりも大きいとき (例えば、逆 T 形断面の場合) には、図-2(B) から明らかのように (1) および (4) 式それぞれの第 1 式で表わされる上縁応力が、それぞれの許容値に等しくなるように断面を設計するのが、経済断面設計のための最低条件である。残りの下縁応力に関する 2 つの設計条件式は、その一方が満足されれば他は常に満足される。これらを設計条件式で示せばつぎのようになる。

(A) h_1 が h_2 よりも小さいとき

$$-\left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_1\right) - \frac{M_d}{I_c} h_1 \leq f_t' \quad (5.1)$$

$$\left(\frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{I_c} h_2\right) - \frac{M_d}{I_c} h_2 = f_c' \quad (5.2)$$

$$\eta \left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_1\right) + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_1 \leq f_c \quad (5.3)$$

$$-\eta \left(\frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{I_c} h_2\right) + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_2 = f_t \quad (5.4)$$

(B) h_1 が h_2 よりも大きいとき

$$-\left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_1\right) - \frac{M_d}{I_c} h_1 = f_t' \quad (6.1)$$

$$\left(\frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{I_c} h_2\right) - \frac{M_d}{I_c} h_2 \leq f_c' \quad (6.2)$$

$$\eta \left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_1\right) + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_1 = f_c \quad (6.3)$$

$$-\eta \left(\frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{I_c} h_2\right) + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_2 \leq f_t \quad (6.4)$$

すでに述べたように、断面設計において決めるべき未知数は I_c (実際には断面係数 $Z_1 = I_c/h_1$ または $Z_2 = I_c/h_2$)、 P 、 e の 3 つであり、かつ、経済断面となるための必要条件は上記 (A) および (B) の各場合に対し等号だけの設計条件式が常に成立するように未知数を決めることである。未知数は 3 つであるから、不等号を持つ残りの 2 つの条件式のうち、どちらか 1 つをこれに加えておけば、これより 3 つの未知数を代数的に求めることができる。すなわち、

(A) の場合：(5.2)、(5.4) 式のほかに (5.1) 式または (5.3) 式を使用

(B) の場合：(6.1)、(6.3) 式のほかに (6.2) 式また

は (6.4) 式を使用

である。これらの 3 つの設計条件式から未知数を求めると、つぎのようになる。

(A) h_1 が h_2 よりも小さいとき

(A.1) (5.2)、(5.4)、(5.1) 式使用

(5.2) (5.4) 式から P および e を消去すれば、

$$Z_2 = \frac{I_c}{h_2} = \frac{M_l = (1-\eta)M_d}{f_t + \eta f_c'} \quad (7)$$

(5.2) または (5.4) 式と (5.1) 式から e を消去すれば

$$\frac{P}{A_c} \geq \frac{f_c' h_1 - f_t' h_2}{h} \quad (8)$$

ここに、 $h = h_1 + h_2 =$ 断面全丈である。同様に (5.2) または (5.4) 式と (5.1) 式から偏心距離 e を求めると

$$Pe \leq \frac{I_c}{h} (f_t' + f_c') + M_d \quad (9)$$

となる。すなわち、(7) 式はコンクリート断面下縁に関するコンクリート断面係数 Z_2 の最小必要値をあたえるもので、上縁に関する断面係数 $Z_1 = I_c/h_1$ はこの場合に制限はない。したがって、断面寸法は (7) 式の Z_2 必要値または、これ以上の値を持つものであればよいことになる。(7) 式の Z_2 最小値を持つ断面が最も経済的であることはいうまでもない。また (7) 式から明らかのように、 Z_2 の必要値は単に設計用曲げモーメント M_l および M_d 、コンクリートの許容応力度 f_t または f_c' だけで決まり、したがって、 $M_l + (1-\eta)M_d$ が最大になる断面において最も大きい Z_2 が必要となる。すなわち一般には M_d は M_l にくらべてかなり小さく、かつ、 η の値は 0.85 付近にあるから $(1-\eta)M_d$ は M_l よりも、きわめて小さいと考えられるので、普通の場合は M_l が最大の断面において断面設計を行えばよい。このような断面設計を行う位置にある断面のことを基準断面とよぶ。(7) 式から断面寸法が決まれば、断面に関する諸常数 A_c 、 h_1 、 h_2 、 h などが既知となるので、これを (8) 式に代入することによってプレストレス力 P の最低値が決まる。 P が決まれば (9) 式から形式的に偏心距離 e の最大値が決まる。以上のようにして決定した断面は、上記各設計式の誘導に使用しなかった設計条件式 (5.3) 式も同時に満足する必要がある。すなわち、(5.3) 式に (7)~(9) 式 (ただし、すべて等号をとる) を代入整理すれば、 h_1 、 h_2 の大きさに関するつぎの条件式をうる。

$$\frac{h_1}{h_2} \leq \frac{f_c + \eta f_t'}{\eta f_c' + f_t} \quad (10)$$

(10) 式は上記設計式の適用範囲を表わす条件式で、 h_1 、 h_2 の比が (10) の条件を満足するものであれば、

報 告

(7)~(10) 式の設計式で断面設計を行えば、設計断面は 4つの設計条件式 (1) および (4) 式を常に満足する。

(A・2) (5.2), (5.4), (5.3) 式使用

この場合も (A・1) の場合と全く同様にして設計式を求めることができる。求めた結果だけを示すと

断面決定式 (7) 式と同じ

$$P \text{ 決定式 } \quad \frac{P}{A_c} \leq \frac{f_c h_2 - f_t h_1}{\eta h} \quad (11)$$

$$e \text{ 決定式 } \quad Pe \geq \frac{M_d + M_l}{\eta} - \frac{f_c + f_t}{\eta h} I_c \quad (12)$$

適用範囲条件式 (10) 式と同じ。

さて (A・1) および (A・2) の場合を比較すると、断面決定式は両者とも同じで (7) 式で表わされる。ところが、プレストレス力 P については (8) 式では選ぶ P の値の最小値を、(11) 式では最大値をあたえるものであり、かつ、(8) 式も (11) 式も偏心距離 e には無関係であるから、(A・1) の場合には (8) 式の最小値以上の P を自由に選定はできるのではあるが、(11) 式の P の最大値をこえて選定することはできず、また、(A・2) の場合にはこの逆となる。すなわち、(8) 式と (11) 式の範囲内で P を選定すればよいことになる。偏心距離についても (9) 式および (11) 式の範囲に選べばよいことになるが、(9) 式は (7) 式と (8) 式の等号が成立する場合に対して求めたものであり、(12) 式は (7) 式と (11) 式の等号が成立する場合に対して求めたものであるから、(9) 式および (11) 式で決まる e の範囲では選定した P に対する真の e の範囲をあたえない。 e の決定に際しては、すでに断面寸法およびプレストレス力 P は決まっているから、これらを設計条件式 (1) および (4) に代入すれば、これらの 4つの条件式より e の変えうる真の範囲が求められる。なお、断面設計式の適用範囲条件式は (A・1) (A・2) 両者の場合に対して全く同じで、(10) 式で表わされる。

以上のことを要約して設計式を一括して示すとつぎのようになる。

断面決定式

$$Z_2 = \frac{I_c}{h_2} = \frac{M_l + (1-\eta)M_d}{f_t + \eta f_c'} \quad (a.1)$$

プレストレス力決定式

$$\frac{f_c' h_1 - f_t' h_2}{h} \leq \frac{P}{A_c} \leq \frac{f_c h_2 - f_t h_1}{\eta h} \quad (a.2)$$

偏心距離決定式

$$e \leq \frac{I_c}{Ph_1} \left[\frac{P}{A_c} + \frac{M_d}{I_c} h_1 + f_t' \right]$$

$$e \leq \frac{I_c}{Ph_2} \left[-\frac{P}{A_c} + \frac{M_d}{I_c} h_2 + f_c' \right] \quad (a.3)$$

$$e \geq \frac{I_c}{\eta Ph_1} \left[\eta \frac{P}{A_c} + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_1 - f_c \right]$$

$$e \geq \frac{I_c}{\eta Ph_2} \left[-\eta \frac{P}{A_c} + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_2 - f_t \right]$$

で規定される範囲

適用範囲条件式

$$\frac{h_1}{h_2} \leq \frac{f_c + \eta f_t'}{\eta f_c' + f_t'} \quad (a.4)$$

なお、ここで述べた (A) の場合は単に「 h_1 が h_2 よりも小さい場合」という、ばく然とした表現を使用したのが、実際には上記の適用範囲条件式 (a.4) で規定される h_1 と h_2 との大きさの相対的範囲であれば、ここにいう (A) の場合に属するわけである。また、適用範囲条件式 (a.4) を断面決定式 (a.1) に代入して h_2 を消去すれば、

$$Z_1 = \frac{I_c}{h_1} \geq \frac{M_l + (1-\eta)M_d}{f_c + \eta f_t'} \quad (13)$$

をうる。すなわち、適用範囲条件式 (a.4) を使用するかわりに (13) 式であたえられる Z_1 の値を持ち、かつ (a.1) 式であたえられる Z_2 の値を持つ断面形状、寸法を決定してもよい。しかし、実際には Z_2 だけが与えられれば断面寸法は一義的に決定され、また、断面寸法の決定にあたって、断面各部の寸法の相対的大きさ(比率)を決めておけば、断面寸法が決まらなくても適用範囲条件式 (a.4) で表わされる h_1/h_2 値の検査はできるから、(a.4) 式のかわりに (13) 式の Z_1 を用いるのは不便である。

(B) h_1 が h_2 よりも大きいとき

この場合も (A) の場合と同様にして (6.1)~(6.4) 式のうちの 3つの条件式の組合わせから、設計式を導くことができる。詳細は割愛して結果だけを示せば、つぎのようになる。

断面決定式

$$Z_1 = \frac{I_c}{h_1} = \frac{M_l + (1-\eta)M_d}{f_c + \eta f_t'} \quad (b.1)$$

プレストレス力決定式

$$\frac{f_c' h_1 - f_t' h_2}{h} \geq \frac{P}{A_c} \geq \frac{f_c h_2 - f_t h_1}{\eta h} \quad (b.2)$$

偏心距離決定式 (a.3) に同じ (b.3)

適用範囲条件式

$$\frac{h_1}{h_2} \geq \frac{f_c + \eta f_t'}{\eta f_c' + f_t'} \quad (b.4)$$

4. ポストテンション方式 PC バリの最経済断面設計式 (Balanced Design)

3. で述べた設計式は単にプレストレス導入時および設計荷重載荷時におけるコンクリート断面上縁または下縁応力のどちらか一方だけが常に、それぞれの許容応力度となるように設計する場合であり、もう一方の縁応力には、それぞれの許容応力度に対して余裕を持つことになる。このような余裕のあるときには、与えられた設計荷重に対して最経済設計とはならない。単に断面各部の寸法の比率が定まっているような場合に対しては最経済断面となるだけである。断面の形状、寸法の比率を任意に選定できるような場合には、縁応力の余裕を残すことは不経済である。したがって、設計条件式としては (1) および (4) 式のすべての等号が成立するように断面を決めれば最経済となる。

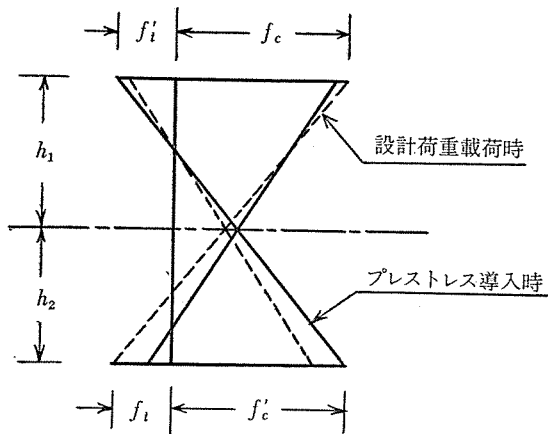


図-3 最経済断面におけるコンクリート断面応力分布 (h_1 と h_2 との関係は (15) 式)

未知数は I_c, P, e の 3 つであるから、(1) および (4) 式の等号成立の場合の 4 つの式のうちの任意の 3 つの式からこれらを求めればよく、求めた値は未使用条件式に代入することによって h_1 および h_2 の相対的關係を示す式となる。もちろん未知数として I_c をとることは不可であって、実際には $Z_1 = I_c/h_1$, または $Z_2 = I_c/h_2$ をとる。 Z_1, Z_2 の両者を同時に未知数と考えて (1) および (4) 式の等号成立の各式からただちに Z_1, Z_2, P, e の 4 つの未知数を求めてもよい。この場合には h_1 と h_2 との關係を示す条件式は不要であって、 Z_1, Z_2 の所要値の中にくまれる。計算結果だけをまとめて示せばつぎのようになる。

断面設計式

$$Z_1 = \frac{I_c}{h_1} = \frac{M_l + (1-\eta)M_d}{f_c + \eta f_t'} \quad (c.1)$$

$$Z_2 = \frac{I_c}{h_2} = \frac{M_l + (1-\eta)M_d}{f_t + \eta f_c'} \quad (c.2)$$

プレストレス力決定式

$$\frac{P}{A_c} = \frac{f_c' h_1 - f_t' h_2}{h} = \frac{f_c h_2 - f_t h_1}{\eta h} \quad (c.3)$$

偏心距離決定式

$$Pe = \frac{M_d(f_c + f_t) + (M_l + M_d)(f_t' + f_c')}{(f_c + f_t) + \eta(f_c' + f_t')} \quad (c.4)$$

なお、 h_1/h_2 値は (c.1) および (c.2) 式から、

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{f_c + \eta f_t'}{f_t + \eta f_c'} \quad (14)$$

となって、 Z_1 および Z_2 として (c.1) および (c.2) 式の値を持つ断面であるかぎり、(14) 式の關係はおのづから満足されることになり、(14) 式は不要となる。ただし、(14) 式の h_1/h_2 値はコンクリートの許容応力度およびプレストレス力有効率だけによって決まる値であるから、断面設計にあたって断面各部の寸法の比率を (14) 式を満足するようなものを選ぶことが可能であり、この場合には (c.1) 式または、(c.2) 式のどちらか一方だけを用い、前記の断面各部の寸法の比率を変えることなく、断面寸法が決定できて実用的である。

なお、(14) 式と 2. で述べた断面設計の一般的方法における設計式適用範圍条件式 (a.4) または (b.4) と比較すると、(14) 式は (a.4) または (b.4) 式の等号の成立する場合にはかならない。すなわち、2. で述べた (A) または (B) の場合の設計式に (14) 式の条件を代入してやれば、(c.1)~(c.4) 式が (A) の場合からも (B) の場合からも、導くことができる(詳細は省略する)。

本項にのべたようにプレストレス導入時および設計荷重載荷時のコンクリート断面縁応力が、図-3 に示したように、それぞれの許容応力度に等しくなるような断面の設計法を Balanced Design とよび、すでに H.J. Cowan¹¹⁾ によって、著者とは別な方法で設計式が導かれている。

5. プレテンション方式 PC バリの最経済断面設計式

設計式を求める前にまず Cable zone と緊張材配置について考えてみる。断面寸法、プレストレス力および偏心距離は、すでに基準断面(設計用曲げモーメント最大の位置の断面)において決定されているものとし、かつハリは基準断面と同じ断面の一樣断面バリで、プレストレス力も曲げ上げ緊張材を用いないで、どの断面に対しても基準断面と同じ大きさだけ導入するものとする。任

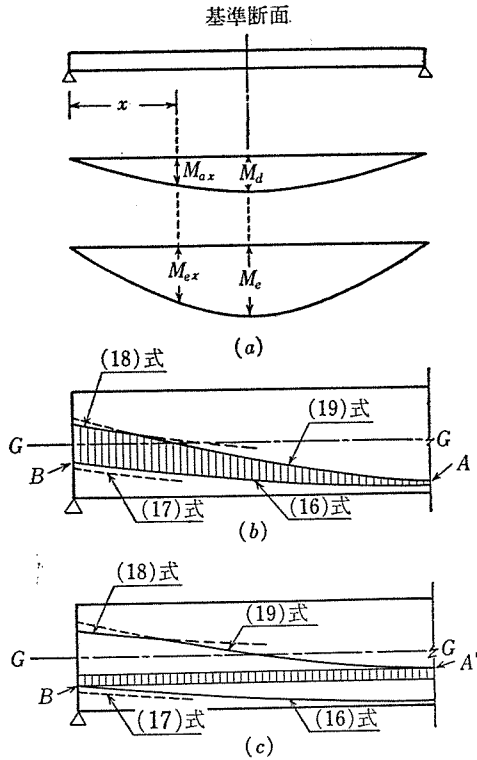


図-4 プレテンション方式 PC バリの Cable zone

意断面での設計曲げモーメントをハリ自重によるもの、 M_{dx} 、自重以外の荷重によるもの M_{Ix} 、簡単のためにハリを図-4に示すような単純支持バリとすれば、断面の形状寸法、プレストレス力はすでに決定されているから、プレストレス導入時および設計荷重載荷時におけるコンクリート断面上下縁応力が、どの断面においてもそれぞれの許容応力度を超過しないように偏心距離 e_x を定めればよい。すなわち設計条件式 (1)~(4) の M_d 、 M_I 、 e のかわりに、 M_{dx} 、 M_{Ix} 、 e_x をそれぞれ代入し、これらから e_x を求めると、つぎのようになる。

プレストレス導入時

$$\left. \begin{aligned} e_x &\leq \frac{I_c}{Ph_1} \left[\frac{P}{A_c} + \frac{M_{dx}}{I_c} h_1 + f_t' \right] \\ e_x &\leq \frac{I_c}{Ph_2} \left[-\frac{P}{A_c} + \frac{M_{dx}}{I_c} h_2 + f_c' \right] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

または、

$$\left. \begin{aligned} e_x &\leq \frac{I_c}{\eta Ph_1} \left[\frac{\eta P}{A_c} + \frac{M_{dx}}{I_c} h_1 + f_t' \right] \\ e_x &\leq \frac{I_c}{\eta Ph_2} \left[-\frac{\eta P}{A_c} + \frac{M_{dx}}{I_c} h_2 + f_c' \right] \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

設計荷重載荷時

$$\left. \begin{aligned} e_x &\geq \frac{I_c}{Ph_1} \left[\frac{P}{A_c} + \frac{M_{dx} + M_{Ix}}{I_c} h_1 - f_c \right] \\ e_x &\geq \frac{I_c}{Ph_2} \left[-\frac{P}{A_c} + \frac{M_{dx} + M_{Ix}}{I_c} h_2 - f_t \right] \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

または、

$$\left. \begin{aligned} e_x &\geq \frac{I_c}{\eta Ph_1} \left[\frac{\eta P}{A_c} + \frac{M_{dx} + M_{Ix}}{I_c} h_1 - f_c \right] \\ e_x &\geq \frac{I_c}{\eta Ph_2} \left[-\frac{\eta P}{A_c} + \frac{M_{dx} + M_{Ix}}{I_c} h_2 - f_t \right] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(15) および (16) 式は偏心距離の下限値をあたえ、(17) および (18) 式は上限値をあたえる。また、設計用曲げモーメントが 0 に近い所 (例えば、図-4 の単純バリの場合では支点の付近) では、図-4(b) に示すように e_x の上限値および下限値はそれぞれ (17) および (15) 式であたえられるが、その他の部分ではそれぞれ (18) および (16) 式であたえられる。また、このような e_x の選定しうる範囲、すなわち、Cable zone の巾は、設計用曲げモーメントが大きくなるに従って狭くなり、基準断面においては最も狭い。偏心距離 e_x はこの Cable zone の中におさめなければならないが、ポストテンション方式 PC バリでは緊張材を自由な曲線形に配置することが可能であるので、図-4(b) のように基準断面における Cable zone 上限 A 点がハリ支点上における Cable zone の下限 B 点の位置よりも下にあっても、緊張材を曲線に配置することによって e_x を Cable zone の範囲内におさめることができる。ところが、プレテンション方式 PC バリの場合は一般に緊張材を材軸に平行な直線配置とするため、 e_x の値はどの断面でも同じとなって、図-4(b) の場合には e_x を Cable zone 内に選ぶことはできない。少なくとも図-4(c) のように B 点の重心軸 G-G からの距離が A 点と同じ、または、A 点よりも大でなければならない。図-4 の単純バリ支点上では $M_{dx}=0$ 、 $M_{Ix}=0$ 、基準断面では $M_{dx}=M_d$ 、 $M_{Ix}=M_I$ であるから、プレテンション方式 PC バリの実際の Cable zone としては、(15) 式および (18) 式より、つぎの範囲で定められる。

$$\left. \begin{aligned} e &\leq \frac{I_c}{Ph_1} \left[\frac{P}{A_c} + f_t' \right] \\ e &\leq \frac{I_c}{Ph_2} \left[-\frac{P}{A_c} + f_c' \right] \\ e &\geq \frac{I_c}{\eta Ph_1} \left[\frac{\eta P}{A_c} + \frac{M_d + M_I}{I_c} h_1 - f_c \right] \\ e &\geq \frac{I_c}{\eta Ph_2} \left[-\frac{\eta P}{A_c} + \frac{M_d + M_I}{I_c} h_2 - f_t \right] \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここに、 e は偏心距離で緊張材は直線配置とするから、どの断面でも一定 ($e_x=e$) である。(19) 式を (1)~(4) 式の形に書き直せば、つぎのような 4 つの設計条件式をうる。

プレストレス導入時

$$-\left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_1\right) \leq f_t' \quad (20.1)$$

$$\left(\frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{I_c} h_2\right) \leq f_c' \quad (20.2)$$

設計荷重載荷時

$$\eta \left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_1\right) + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_1 \leq f_c \quad (20.3)$$

$$-\eta \left(\frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{I_c} h_2\right) + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_2 \leq f_t \quad (20.4)$$

(20.1)~(20.4) 式から断面設計式を求める方法は 3. および 4. で述べた場合と全く同様である。実際には、(1) 式において $M_d=0$ とおき、(4) 式では M_d をそのまま残せば (20.1)~(20.4) をうる。すなわち、3. および、4. で述べたポストテンション方式 PC バリの設計式において、 $M_d=0$ 、 $M_l=M_l+M_d$ とおけば (21.1)~(21.4) 式から求めた経済断面設計式がそのまま得られる。これらを以下に集録するとつぎのようになる。

(A) h_1 が h_2 より小さいとき

断面決定式

$$Z_2 = \frac{I_c}{h_2} = \frac{M_l + M_d}{f_t + \eta f_c'} \quad (d.1)$$

プレストレス力決定式

$$\frac{f_c' h_1 - f_t' h_2}{h} \leq \frac{P}{A_c} \leq \frac{f_c h_2 - f_t h_1}{\eta h} \quad (d.2)$$

偏心距離決定式 (19) 式と同じ, (d.3)

適用範囲条件式

$$\frac{h_1}{h_2} \leq \frac{f_c + \eta f_t'}{\eta f_c' + f_t} \quad (d.4)$$

(B) h_1 が h_2 よりも大きいとき

断面決定式

$$Z_1 = \frac{I_c}{h_1} = \frac{M_l + M_d}{f_c + \eta f_t'} \quad (e.1)$$

プレストレス力決定式

$$\frac{f_c' h_1 - f_t' h_2}{h} \geq \frac{P}{A_c} \geq \frac{f_c h_2 - f_t h_1}{\eta h} \quad (e.2)$$

偏心距離決定式 (19) 式と同じ (e.3)

適用範囲条件式

$$\frac{h_1}{h_2} \geq \frac{f_c + \eta f_t'}{\eta f_c' + f_t} \quad (e.4)$$

(c) **Balanced Design**

この場合の Balanced Design とは 3. で述べたポストテンション方式 PC バリの場合のように、基準断面で

のコンクリート断面上下縁応力のすべてが、プレストレス導入時および載荷時において、それぞれの許容応力度に等しくなるように設計することではなく、設計条件式 (20.1)~(20.4) のすべての等号が成立するように設計することである。したがって、基準断面でのプレストレス導入時のコンクリート断面上下縁応力は、それぞれの許容値に対して余裕を持つことになる。設計式はつぎのとおりである。

断面決定式

$$Z_1 = \frac{I_c}{h_1} = \frac{M_l + M_d}{f_c + \eta f_t'} \quad (f.1)$$

$$Z_2 = \frac{I_c}{h_2} = \frac{M_l + M_d}{f_t + \eta f_c'} \quad (f.2)$$

プレストレス力決定式

$$\frac{P}{A_c} = \frac{f_c' h_1 - f_t' h_2}{h} = \frac{f_c h_2 - f_t h_1}{\eta h} \quad (f.3)$$

偏心距離決定式

$$Pe = \frac{(M_d + M_l)(f_t' + f_c')}{(f_c + f_t) + \eta(f_c' + f_t')} \quad (f.4)$$

h_1 と h_2 との関係

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{f_c + \eta f_t'}{f_t + \eta f_c'} \quad (f.5)$$

6. 設 計 例

等分布荷重 $w_l=1.5$ t/m を受けるスパン $l=12$ m の単純バリを設計する。コンクリートの許容応力度は $f_c=f_c'=150$ kg/cm, $f_t=f_t'=0$ (フルプレストレッシングの設計)とし、かつ、プレストレス力有効率 $\eta=0.85$ と仮定する。

断面形を対称 I 形断面とすると $h_1=h_2=h/2$ であら (緊張材断面積は控除せずに考える), $h_1/h_2=1$ であり、ハリをポストテンション方式 PC バリとすれば、設計式適用範囲条件式 (a.4) または (b.4) 式の右辺の値は

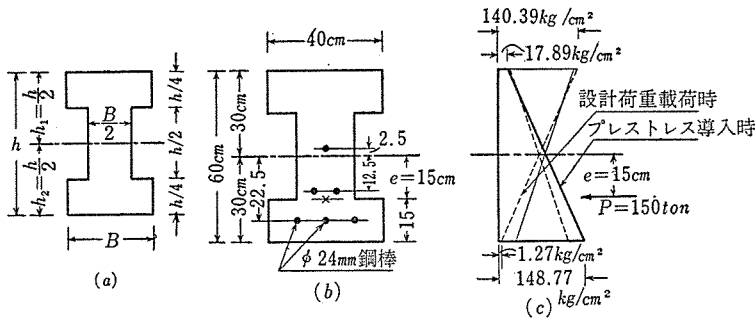
$$\frac{f_c + \eta f_t'}{\eta f_c' + f_t} = \frac{f_c}{\eta f_c'} = \frac{1}{\eta} = \frac{1}{0.85} \geq \frac{h_1}{h_2} = 1 \quad (21)$$

となって、(a.4) 式の条件を満足する。したがって、(a.1)~(a.3) 式の設計式を用いて断面設計を行えばよいことになる。

断面寸法の決定: (a.1) 式を使用、基準断面はハリ中央断面で、設計モーメント M_l はつぎのようになる。

$$M_l = \frac{w_l l^2}{8} = \frac{1.5 \times (12)^2}{8} = 27 \text{ t}\cdot\text{m} \quad (22)$$

ハリ自重によるモーメント M_d は断面寸法が決まっていなくて未知であるが、(a.1) 式において $(1-\eta)M_d$ は M_l にくらべて、きわめて小さいと考えられるので、



図—5 設 計 例

これをまず無視して断面概略寸法を求める。

$$Z_2 = \frac{I_c}{h_2} = \frac{M_l + (1-\eta)M_d}{f_t + \eta f_c'} = \frac{M_l}{\eta f_c'}$$

$$= \frac{2\,700\,000}{0.85 \times 150} = 21\,176.4 \text{ cm}^3 \quad (23)$$

断面各部の寸法の比率を 図—5 (a) のようにすれば、

$$Z_2 = \frac{I_c}{h_2} = \frac{Bh^3 - 0.5B \times (0.5h)^3}{6h} = \frac{0.9375 Bh^2}{6} \quad (24)$$

$h=60 \text{ cm}$ (スパンの $1/20$) とすれば、(23),(24) 式より

$$Z_2 = \frac{0.9375 B \times (60)^2}{6} = 21\,176.4 \text{ cm}^3 \quad (25)$$

これより、フランジ巾 B の所要量は

$$B = \frac{21\,176.4}{0.9375 \times 600} = 37.65 \text{ cm} \quad (26)$$

となる。したがって、 $B=40 \text{ cm}$ とすれば、

$$A_c = 0.75 Bh = 0.75 \times 40 \times 60 = 1\,800 \text{ cm}^2 \quad (27)$$

したがって、単位長さあたりの自重は

$$w_d = 2.4 \times 0.18 = 0.43 \text{ t/m}$$

自重による曲げモーメントは

$$M_d = \frac{W_d l^2}{8} = \frac{0.432 \times (12)^2}{8} = 7.776 \text{ t}\cdot\text{m} \quad (28)$$

再び (a.1) 式から Z_2 の必要量を計算すると

$$Z_2 = \frac{2\,700\,000 + (1-0.85)777\,600}{0.85 \times 150}$$

$$= 22\,052.2 \text{ cm}^3 \quad (29)$$

しかるに、図—5(b) に示すように $B=40 \text{ cm}$, $h=60 \text{ cm}$ の I 形断面の Z_2 の値は (24) 式より、

$$Z_2 = Z_1 = \frac{0.9375 \times 40 \times (60)^2}{8}$$

$$= 22\,500 \text{ cm}^3 > 22\,052.2 \text{ cm}^3 \quad (30)$$

となって、必要 Z_2 値を持つ。したがって、断面寸法は 図—5 (b) のように決定する。

プレストレス力の決定：(a.2) 式より、

$$P_{\min} = \frac{f_c' h_1 - f_t' h_2}{h} A_c = \frac{f_c'}{2} A_c = \frac{150 \times 1\,800}{2}$$

$$= 135\,000 \text{ kg}$$

$$P_{\max} = \frac{f_c h_2 - f_t h_1}{\eta h} A_c = \frac{f_c}{2\eta} A_c$$

$$= \frac{150 \times 1\,800}{2 \times 0.85} = 158\,823 \text{ kg}$$

ゆえに、 P の選定範囲は

$$135 \text{ t} \leq P \leq 158.823 \text{ t} \quad (31)$$

となる。ここでは、

$$P = 150 \text{ t} \quad (32)$$

に決定する。 $\phi 24 \text{ mm}$ 鋼棒 (1 本当りの許容引張力 25 t) を用いることにすれば 6 本必要である。

偏心距離の決定：(a.3) 式を使用、計算に必要な諸数値を求めておくと

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{A_c} &= \frac{150\,000}{1\,800} = 83.33 \text{ kg/cm}^2 \\ \frac{I_c}{Ph_1} &= \frac{I_c}{Ph_2} = \frac{22\,500}{150\,000} = 0.15 \text{ cm}^2/\text{kg} \\ \frac{M_d h_1}{I_c} &= \frac{M_d h_2}{I_c} = \frac{777\,600}{22\,500} = 34.56 \text{ kg/cm}^2 \\ \frac{M_d + M_l}{I_c} h_1 &= \frac{M_d + M_l}{I_c} h_2 \\ &= \frac{1\,800\,000 + 777\,600}{22\,500} = 154.56 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

これを (a.3) 式に代入すれば

$$e \leq \frac{I_c}{Ph_1} \left[\frac{P}{A_c} + \frac{M_d}{I_c} h_1 + f_t' \right]$$

$$= 0.15 [83.33 + 34.56] = 17.68 \text{ cm}$$

$$e \leq \frac{I_c}{Ph_2} \left[-\frac{P}{A_c} + \frac{M_d}{I_c} h_2 + f_c' \right]$$

$$= 0.15 [-83.33 + 34.56 + 150] = 15.18 \text{ cm}$$

$$e \geq \frac{I_c}{\eta Ph_1} \left[\eta \frac{P}{A_c} + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_1 - f_c \right]$$

$$= \frac{0.15}{0.85} [0.85 \times 83.33 + 154.56 - 150] = 13.31 \text{ cm}$$

$$e \geq \frac{I_c}{\eta Ph_2} \left[-\eta \frac{P}{A_c} + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_2 - f_t \right]$$

$$= \frac{0.15}{0.85} [-0.85 \times 83.33 + 154.56] = 14.78 \text{ cm}$$

これより

$$14.78 \text{ cm} \leq e \leq 15.18 \text{ cm} \quad (34)$$

の範囲に e を選べばよいことになる。ここでは

$$e = 15 \text{ cm} \quad (35)$$

とする。

縁応力の検査：以上で設計が完了するがここでは念のために (1) および (4) 式によりコンクリート断面上下縁応力の検査を行っておく。

プレストレス導入時

$$-\left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_1\right) - \frac{M_d}{I_c} h_1 = -83.33$$

$$+ \frac{150\,000 \times 15}{22\,500} - 34.56 = -17.89 \text{ kg/cm}^2 < 0^*$$

$$\left(\frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{I_c} h_2\right) - \frac{M_d}{I_c} h_2 = 83.33 + \frac{150\,000 \times 15}{22\,500}$$

$$- 34.56 = 148.8 \text{ kg/cm}^2 < 150 \text{ kg/cm}^2$$

設計荷重載荷時

$$\eta \left(\frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{I_c} h_1\right) + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_2$$

$$= 0.85 \left(83.33 - \frac{150\,000 \times 15}{22\,500}\right) + 154.56$$

$$= 140.39 \text{ kg/cm}^2 < 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$-\eta \left(\frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{I_c} h_2\right) + \frac{M_d + M_l}{I_c} h_2$$

$$= -0.85 \left(83.33 + \frac{150\,000 \times 15}{22\,500}\right) + 154.56$$

$$= -1.27 \text{ kg/cm}^2 < 0^*$$

となって、すべての設計条件式を満足する。コンクリート断面応力分布は図-5(c)に示すとおりである。なおプレストレス導入時の上縁応力、および載荷時の下縁応力(*印を付したものは負となっているが、これは縁応力計算式が、これらに対しては引張応力を正としてあるため、計算値が負であることは図-5(c)にも示したように圧縮応力であることを示す。

6. 結 語

以上のべたようにプレストレス導入時および載荷時のコンクリート断面上下縁応力が、それぞれの許容値に対してできるだけ余裕を少なくすることが経済断面設計の基本であることをもとにして、一方向の曲げモーメントだけを受けるPCバリの経済断面設計式を導いた。設計式は断面決定式→プレストレス力決定式→偏心距離設計式の順に並べられ、鉄筋コンクリートハリ断面常用設計式と同様に、機械的に設計を完了することができる点が、本研究において示した著者設計式の特徴である。

同様にして互いに逆な方向に作用する曲げモーメントを受けるPCバリ、軸方向力と曲げモーメントを同時に受けるPC柱などの経済断面設計式を導くことができるが、これらについては次回に述べる。なお自重にくらべて設計荷重が極度に小さい場合には、本研究による設計式を使用するときには偏心距離が断面外へはずれてしまうことがあり、このような場合に対しては本研究の設計式は適用できない。これは、断面があまりにも経済的になりすぎるため、断面寸法を本研究の設計式によって決められた最小経済寸法よりも、さらに大きくする必要があるのである。このような場合については、別の機会にのべる。

参 考 文 献

- 1) G. Magnel: Prestressed Concrete (1950)
- 2) P.W. Abeles: Principles and Practice of Prestressed Concrete (1949)
- 3) A.E. Komendant: Prestressed Concrete Structures (1952)
- 4) Y. Guyon: Prestressed Concrete (1953)
- 5) F. Leonhardt: Spannbeton für die Praxis (1955)
- 6) A. Mehmel: Vorgespannter Beton (1957)
- 7) G. Brendel: Stahlbetonbau unter Berücksichtigung des Spannbetons (1958)
- 8) W. Herberg: Spannbetonbau, Teil 1 (1956)
- 9) G. Kani: Spannbeton in Entwurf und Ausführung (1955)
- 10) R.H. Evans & E.W. Bennett: Prestressed Concrete (1958)
- 11) H.J. Cowan: Balanced Design of Prestressed Concrete Beams, J. of ACI, V. 26, No. 8 (April 1955)
- 12) S. Ban & H. Muguruma: Genaues Verfahren zur Querschnittbestimmung des vorgespannten Betons, Proc. of the Symposium on Prestressed Concrete and Composite Beams (Nov. 1955)
- 13) 坂・六車: P.C. バリの設計式について, 日本建築学会研究報告第29号第1部 (昭和29年10月)

(筆者: 坂・副会長 工 博 京都大学教授
六車・正会員 京都大学講師)

PC 関係図書の斡旋について

土木学会および山海堂より出版または出版予定の下記書籍を特価で本協会各員に限り配付いたしますから協会あてお申込み下さい。

土木学会論文集第60号・別冊(3-1)

プレストレスト コンクリート道路橋(大阪府金剛大橋)の設計, 施工およびこれに関連して行つた実験研究の報告(34.2.15発行) 田原保二・猪股俊司・南 俊次・宇野田修 著

B5判 44ページ 定価200円(〒10円) 会員特別割引価格180円(〒10円)

最近土木施工法講座 第1回配本

プレストレスト コンクリート施工法(34.5.15発行予定)

猪股俊司 著

A5判 250ページ(予定) 予価440円 会員予約割引価格400円(着本後払送料不要)

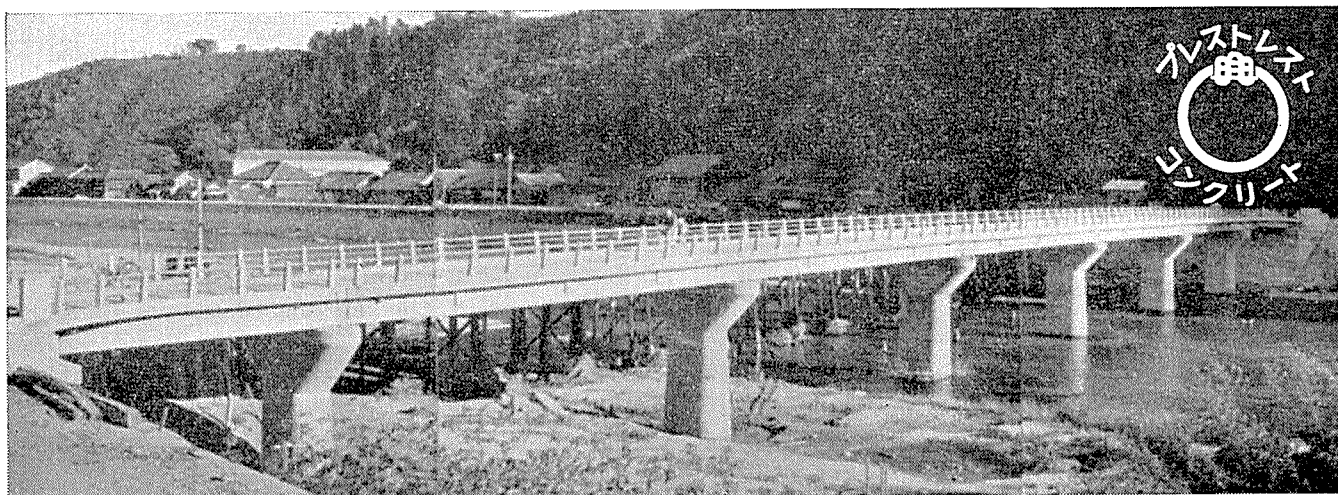
◎全25巻を35年12月末までに配本完了の予定ですが、分冊、全巻を問わず申込みを受付けます。くわしい内容は本誌の扉広告を御覧下さい。

岡山県営競技場スタンド

建築面積 860.00 m²
曲り梁突出長 10.00 m
曲り梁高さ 20.00 m



ピー・エス・コンクリート株式会社



製品と工事設計施工

三重県大仰橋

建設大臣登録(ホ)第2715号

興和コンクリート株式会社

取締役社長 田中茂美
工学博士

本社 東京都中央区銀座西6丁目6番地(銀座日産館四階)電話 東京(57)7151(代表)6290~6291(直通)
営業所 名古屋市中区矢場町2の42(菅原ビル) 電話 名古屋(24) 5765
工場 山梨県大月市大月町駅側線 電話 大月 116, 167