

# PC 鋼棒の曲げ加工および曲線配置の応力～ひずみ曲線に対する影響

猪 股 俊 司

## 1. 結 言

PC 鋼棒は PC 鋼線または PC ストランドに比較してその剛性がいちじるしく大きいものである。したがって PC 鋼棒を小さい半径に曲げると非常に大きい曲げ応力度が生ずるものである。小さい部材に PC 鋼棒を配置するとき、PC 鋼棒を配置する前に曲がりぐせをつけるため、曲げ加工を実施し、所定の曲率半径を有するようになることがある。このような加工は当然鋼棒に塑性変形がおこるまで実施しなければならないのである。したがって加工された PC 鋼棒には残留応力が作用したままになっているので、このような PC 鋼棒の品質は加工前のものと異なったものとなるであろう。

また PC 鋼棒を曲げ加工することなしにある曲線状に配置した場合にも、PC 鋼棒はその剛性のため、曲げ応力度が生じていることになる。このような状態に軸方向引張応力度を作用させた場合にも、曲げ応力の影響があって、応力～ひずみ曲線の見掛け上の形は変化するものである。以上の問題について理論的考察を実施した。

## 2. 完全塑性材料の曲げモーメント～曲率関係

最初に応力～ひずみ曲線が図-1 のような完全塑性材料について曲げモーメント～曲率関係を求める。図-2 にひずみ分布、応力分布を示してある。弾性区間と塑性区間との境界までの中心からの距離を  $y_e$  で示す。

図-1 完全塑性材の応力～ひずみ曲線

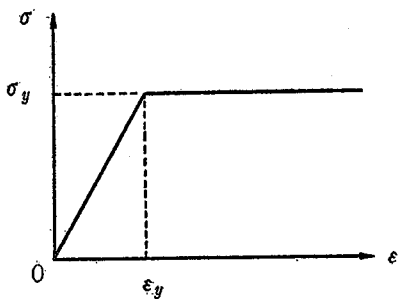
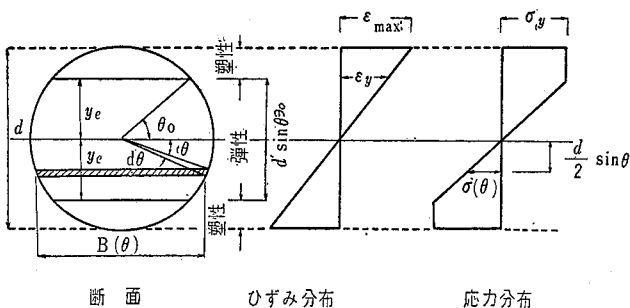


図-2 断面のひずみ、および応力分布



応力分布はつぎのように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} 0 < y < y_e & \quad \sigma = E \varepsilon = E y / \rho = E y \kappa \\ y_e < y < \frac{d}{2} & \quad \sigma = \sigma_y = E y_e / \rho = E y_e \kappa \end{aligned} \right\}$$

ここに、 $\rho$  : 曲率半径、 $\kappa$  : 曲率  
よって曲げモーメントを  $M$  とすれば、

$$M = 2 EK \int_0^{y_e} y^2 B(y) dy + 2 E y_e \kappa \int_{y_e}^{d/2} y B(y) dy = E \kappa (I_e + y_e S_p) \dots\dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} I_e &= 2 \int_0^{y_e} y^2 B(y) dy \\ S_p &= 2 \int_{y_e}^{d/2} y B(y) dy \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$y = \frac{d}{2} \sin \theta, \quad B(y) = d \cos \theta, \quad dy = \frac{d}{2} \cos \theta d\theta$$

を代入して

$$\left. \begin{aligned} T_e &= \frac{d^4}{64} \left[ 2\theta - \sin 2\theta (1 - 2 \sin^2 \theta) \right]_{\theta = \arcsin \left( \frac{2y_e}{d} \right)} \\ S_p &= \frac{d^3}{6} \left[ \cos^3 \theta \right]_{\theta = \arcsin \left( \frac{2y_e}{d} \right)} \end{aligned} \right\} (4)$$

以上の結果から、外縁が降伏するときの曲率を  $\kappa_y$  とすると、

$$\left. \begin{aligned} \kappa < \kappa_y & \quad M = \frac{\pi d^4}{64} E \kappa = IE \kappa \\ \kappa > \kappa_y & \quad M = E \kappa \left[ \frac{d^4}{64} \{ 2\theta - \sin 2\theta (1 - 2 \sin^2 \theta) \} + y_e \frac{d^3}{6} \cos^3 \theta \right]_{\theta = \arcsin \left( \frac{2y_e}{d} \right)} = EI_r \kappa \end{aligned} \right\}$$

外縁が降伏を始めるときの曲げモーメントを  $M_y$  とすると、 $\kappa > \kappa_y$  に対してつぎようになる。

$$\frac{M}{M_y} = \frac{I_r \kappa}{I \kappa_y} \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\kappa}{\kappa_y} \equiv \lambda \quad \frac{I_r}{I} = t \quad \text{とおくと}$$

$$M = t \lambda \cdot M_y \dots\dots\dots (6)$$

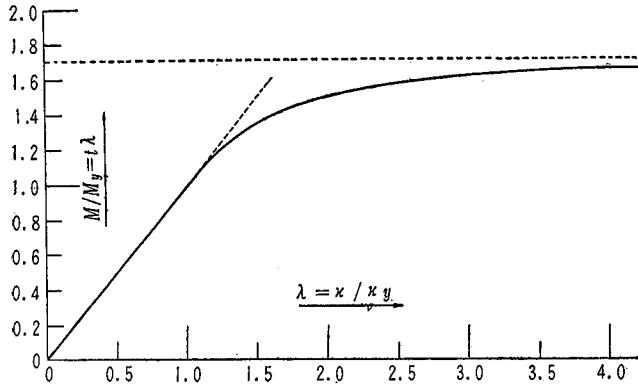
$\lambda = \frac{\kappa}{\kappa_y} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_y} = \frac{2}{y_e}$  によって表わされるから、

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{I_r}{I} = \frac{1}{\pi} \left[ 2\theta - \sin 2\theta (1 - \sin^2 \theta) + \frac{32}{6} \frac{1}{\lambda} \cos^3 \theta \right]_{\theta = \sin^{-1} \left( \frac{1}{\lambda} \right)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

以上の結果を用いて  $M/M_y \sim \lambda$  曲線を求めると 図-3

のようになる。

図-3  $\frac{M}{M_y} \sim \lambda$  曲線



以上のような完全塑性材料の丸鋼に所定の残留曲率を与えるには、常に  $M_y$  より大きい曲げモーメントを与えて加工する必要がある。 $M_y$  より大きい曲げモーメントを与えたのち、曲げモーメントを 0 にもどすと、 $M \sim \kappa$  曲線の直線部に平行にもどるものと仮定する。残留曲率半径を  $\rho_r$  (曲率を  $\kappa_r = 1/\rho_r$ ) とすると

$$\lambda_r = \frac{\kappa_r}{\kappa_y} = \frac{1}{\rho_r} \times \frac{1}{\left(\frac{2\epsilon_y}{d}\right)} = \frac{d}{\rho_r} \cdot \frac{1}{2\epsilon_y} \dots (8)$$

(8) 式によって、所要残留曲率半径をうるために最初に作用させなければならない曲げモーメント  $M$  が求まる。

残留応力分布を求めるには、 $M(>M_y)$  の曲げモーメントを逆向きに作用させた場合の縁応力を、弾性理論によって求める。すなわち、

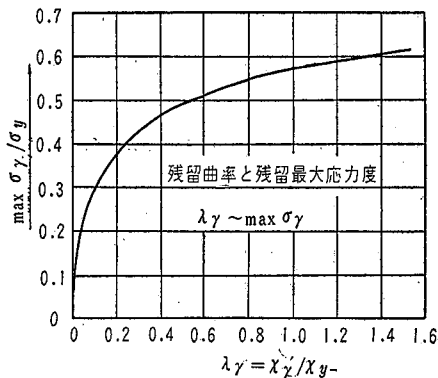
$$\sigma = \frac{M}{(\pi/32)d^3} = \frac{\alpha M_y}{(\pi/32)d^3} = \alpha \sigma_y \quad \alpha > 1$$

よって縁におこる残留応力度は、

$$\sigma_r = \pm(\alpha - 1)\sigma_y$$

となる。図-4 に残留曲率と残留応力度との関係を示してある。これによると小さい半径となるように加工するほど大きい残留応力度がおこることを示している。

図-4 残留応力と残留曲率との関係



## 2. 応力～ひずみ曲線が彎曲した形状の場合

1. において述べたものは完全塑性材料の場合である

か、実際の PC 鋼棒応力～ひずみ曲線は 図-1 のようなものではなくて、図-5 に示すような曲線である。このような曲線を 図-6 に示すような折線におきかえることが近似的にできる。

図-5 PC 鋼棒の応力～ひずみ曲線

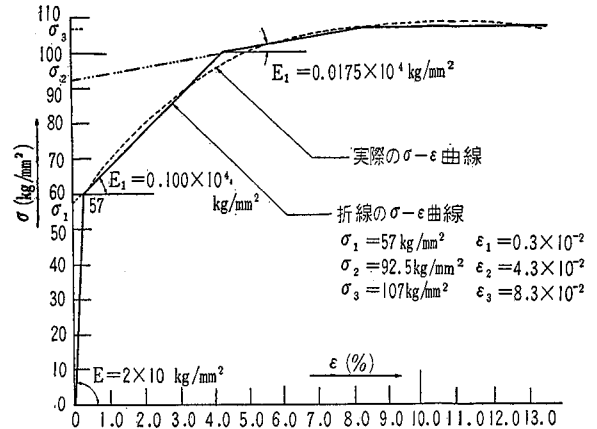


図-6 折線状応力～ひずみ曲線

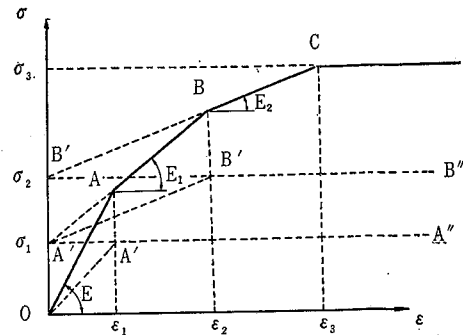


図-6 の応力～ひずみ曲線は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} 0 < \epsilon < \epsilon_1 & \sigma = E \epsilon \\ \epsilon_1 < \epsilon < \epsilon_2 & \sigma = \sigma_1 + E_1 \epsilon \\ \epsilon_2 < \epsilon < \epsilon_3 & \sigma = \sigma_2 + E_2 \epsilon \\ \epsilon_3 < \epsilon & \sigma = \sigma_2 + E_2 \epsilon_3 = \sigma_3 \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

よって  $OA_1A''$  区間に対する  $\sigma \sim \epsilon$  線は

$$\left. \begin{aligned} \sigma = \frac{\sigma_1}{\epsilon_1} \epsilon & \quad \epsilon < \epsilon_1 \\ \sigma = \sigma_1 & \quad \epsilon > \epsilon_1 \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

(9) 式より  $\epsilon = \epsilon_1$  に対して  $E \epsilon_1 = \sigma_1 + E_1 \epsilon_1$  となるから、

$$\sigma_1 = (E - E_1) \epsilon_1 \dots (11)$$

(11) 式を (10) 式に代入して、

$$\left. \begin{aligned} \sigma = (E - E_1) \epsilon & \quad \epsilon < \epsilon_1 \\ \sigma = \sigma_1 = (E - E_1) \epsilon_1 & \quad \epsilon > \epsilon_1 \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

以上と全く同様にして、 $A''A'B_1B''$  についてつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma = (E_1 - E_2) \epsilon & \quad \epsilon < \epsilon_2 \\ \sigma = \sigma_2 - \sigma_1 & \quad \epsilon > \epsilon_2 \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

B'BC について

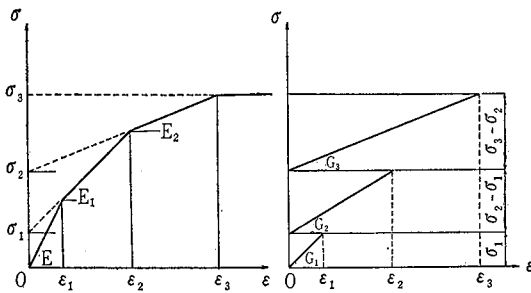
$$\left. \begin{aligned} \sigma &= E_2 \varepsilon & \varepsilon < \varepsilon_3 \\ \sigma &= \sigma_3 - \sigma_2 & \varepsilon > \varepsilon_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

よって 図-6 のような  $\sigma \sim \varepsilon$  曲線は 3 種の完全塑性材料を合成したものと考えることができる。すなわち、

$$\begin{aligned} 0 < \varepsilon < \varepsilon_1 & \quad \sigma = (E - E_1)\varepsilon + (E_1 - E_2)\varepsilon_2 + E_2\varepsilon = E\varepsilon \\ \varepsilon_1 < \varepsilon < \varepsilon_2 & \quad \sigma = \sigma_1 + (E_1 - E_2)\varepsilon + E_2\varepsilon = \sigma_1 + E_1\varepsilon \\ \varepsilon_2 < \varepsilon < \varepsilon_3 & \quad \sigma = \sigma_1 + (\sigma_2 - \sigma_1) + E_2\varepsilon = \sigma_2 + E_2\varepsilon \\ \varepsilon_3 < \varepsilon & \quad \sigma = \sigma_1 + (\sigma_2 - \sigma_1) + (\sigma_3 - \sigma_2) = \sigma_3 \end{aligned}$$

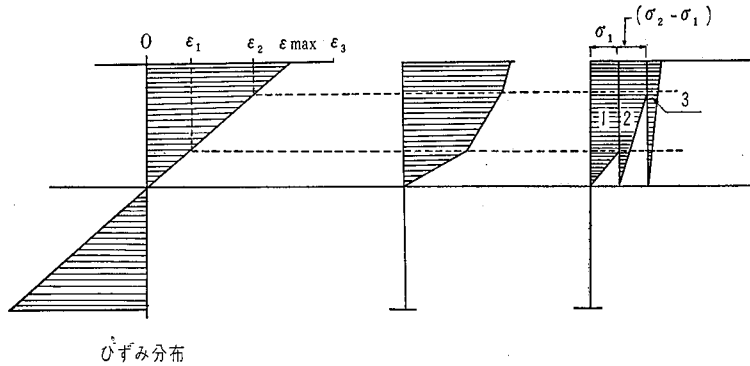
よって  $G_i = E_{i-1} - E_i$  なる記号を用いると 図-7 のように、 $\sigma \sim \varepsilon$  線は弾性係数  $G_i$  を有する完全塑性材料を 3 つ合成したものと同一である。

図-7 完全塑性材料の応力～ひずみ曲線の重ね合わせ



よって材料が前記のように 3 つの完全塑性材料からなるものと考え、ひずみ分布  $\varepsilon_{max}$  が  $\varepsilon_2$  と  $\varepsilon_3$  との間にある場合の応力分布は 図-8 のようになる。 $\varepsilon_{max} < \varepsilon_3$  の場合には第三の部分は弾性区間にあり、 $\varepsilon_{max} > \varepsilon_3$  の場合には第三の部分も塑性区間にある。

図-8 応力分布



ひずみ分布

完全塑性材料の第  $i$  番目の材料のうけもつ抵抗モーメントを  $M_i$  とすれば、これは (6) 式によって次のように表わされる。

$$M_i = M_{y,i} \cdot t_i \lambda_i \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $M_{y,i} = G_i I \kappa_y = \frac{\pi d^4}{64} \cdot G_i \kappa_y$

よって、

$$M_i = IG_i \cdot \kappa_y \cdot t_i \frac{\kappa}{\kappa_y} = \kappa IG_i t_i \dots\dots\dots (16)$$

弾性区間では  $t_i = 1$  である。よって断面の抵抗モーメントは、

$$M = \sum_{i=1}^3 M_i = \kappa I \sum_{i=1}^3 G_i t_i \dots\dots\dots (17)$$

$t_i$  は  $\lambda_i$  の関数であってつぎのようになる。

$$t_i = \int_i (\kappa / \kappa_{yi}) \dots\dots\dots (18)$$

図-5 に示す応力～ひずみ曲線を有する PC 鋼棒について考える。各完全塑性材料の弾性係数は次のようになる。

$$\begin{aligned} G_1 &= 1.90 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2 \\ G_2 &= 0.0825 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2 \\ G_3 &= 0.0175 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2 \end{aligned}$$

$\kappa_y = 2 \varepsilon_{y1} / d$  によって表わされるから、

$$\begin{aligned} \text{材料 1 について} \quad \kappa_{y1} &= 2 \varepsilon_{y1} / d = 2 \times 0.3 \times 10^{-2} / d \\ \text{材料 2 について} \quad \kappa_{y2} &= 2 \varepsilon_{y2} / d = 2 \times 4.3 \times 10^{-2} / d \\ \text{材料 3 について} \quad \kappa_{y3} &= 2 \varepsilon_{y3} / d = 2 \times 8.3 \times 10^{-2} / d \end{aligned}$$

よって  $\lambda = \kappa / \kappa_y$  であるから、 $\kappa = 1 / \rho$  とおくと各材料についての  $\lambda$  は、それぞれつぎのようである。

$$\begin{aligned} \frac{1}{0.3} \left( \frac{d}{2\rho} \times 10^2 \right), \quad \frac{1}{4.3} \left( \frac{d}{2\rho} \times 10^2 \right), \\ \frac{1}{8.3} \left( \frac{d}{2\rho} \times 10^2 \right) \end{aligned}$$

よって  $d \times 10^2 / 2\rho$  が 4.3 以下では材料 2, 3 は弾性材料と考えられる。よって

$$\frac{d \times 10^2}{2\rho} < 4.3 \text{ では } t_2 = t_3 = 1 \text{ である。}$$

よって

$$\begin{aligned} M &= \kappa I (G_2 + G_3) + \kappa IG_1 t_1 \\ &= \frac{\pi d^4}{64} \kappa (G_1 t_1 + G_2 + G_3) \\ &= \frac{\pi d^3}{32} \cdot \frac{d}{2\rho} \cdot G_1 \left( t_1 + \frac{G_2 + G_3}{G_1} \right) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

数値を代入すると

$$\frac{M}{M_{y1}} = \frac{1}{0.3} (t_1 + 0.0526) \frac{d \times 10^2}{2\rho}$$

ここに、 $M_{y1} = \frac{\pi}{32} d^3 \sigma_1$

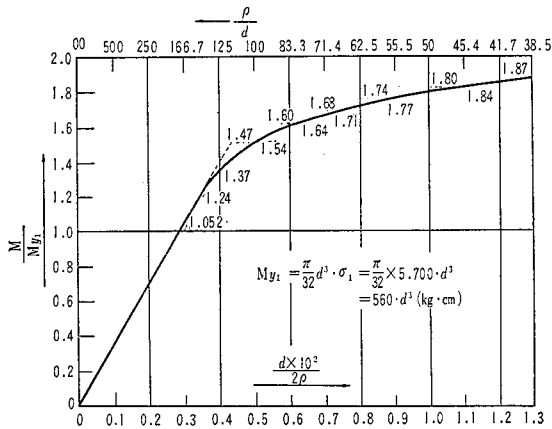
以上を図示すると 図-9 のようになる。

$\phi 22 \text{ mm}$  の PC 鋼棒について曲げ加工による残留応力を求める。残留半径  $\rho_r = 550 \text{ cm}$  とする。すなわち、 $\rho_r / d = 550 / 2.2 = 250$ 、図-9 において横軸に  $d \times 10^2 / 2\rho = 2.2 \sim 10^2 / 2 \times 550 = 0.2$  の点を取り、これから  $M / M_{y1} \sim d \times 10^2 / 2\rho$  曲線の直線部に平行線を引き、曲線との交点を求めると、

$$M / M_{y1} = 1.645$$

となる。よって  $M = 1.645 \times 560 \times 2.2^3 = 9820 \text{ kg}\cdot\text{cm}$  なる

図-9 曲率と曲げモーメントの関係



る曲げモーメントを作用させて加工すると、 $M$  を 0 としたとき残留半径は所定値 5.5 m となる。 $M=9820 \text{ kg}\cdot\text{cm}$  を作用させたときの曲率半径を求めるには 図-9 において、 $M/M_{y1}=1.645$  に対する  $d \times 10^2 / 2\rho$  を求める。これは 0.67 である。よって加工時の半径は次のようになる。

$$\rho = \frac{2.2 \times 10^2}{2 \times 0.67} = 164 \text{ cm}$$

この場合の外縁ひずみ  $\epsilon_{\max} = 2.2/2 \times 164 = 0.67 \times 10^{-2}$ 、よって外縁応力度は

$$60 + 0.100 \times 10^4 \times (0.67 \times 10^{-2} - 0.3 \times 10^{-2}) = 63.7 \text{ kg/mm}^2$$

弾性区間  $2y_e = d \times 0.30 / 0.67 = 0.448 d$

曲げ加工モーメントを 0 としたときの外縁応力度は、

$$\frac{M}{(\pi/32)d^3} = \pm 94 \text{ kg/mm}^2$$

外縁のひずみは  $94/2.0 \times 10^4 = 0.47 \times 10^{-2}$ 、よって残留ひずみは  $0.67 \times 10^{-2} - 0.47 \times 10^{-2} = 0.2 \times 10^{-2}$ 、よって外縁残留応力度は

$$\pm(94 - 63.7) = \pm 30.3 \text{ kg/mm}^2$$

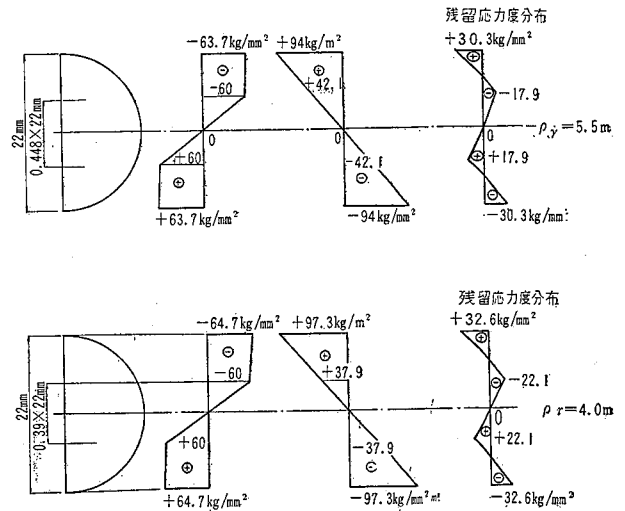
曲げ加工時に弾性区間と塑性区間との境界位置であった点の残留応力度は、 $94 \times 0.448 - 60 = 17.9 \text{ kg/mm}^2$  となる。同様に残留曲率半径を  $\rho_r = 4.0 \text{ m}$  としたときの残留応力を計算し、これらを図示すると 図-10 のようになる。この例から、加工によって PC 鋼棒を曲げた場合の残留応力は非常に大きいことが明らかである。このような PC 鋼棒に軸方向引張力を与えたとき、引張応力度が大きければ、塑性変形によって断面の応力度はほとんど一樣になるから、PC 部材の破壊に対してはあまり問題は起こらないが、プレストレッシング時の伸びに対しては、大きい影響を有するものであることに注意する必要がある。

$$* = E\kappa h^2 A(h) - 2E\kappa h S(h) + E\kappa I(h) + h(\sigma_y - E\kappa h)A(a) - (\sigma_y -$$

$$2E\kappa h)S(a) - E\kappa I(a) \dots\dots\dots(21)$$

同様に中立軸から上方部分について  $N_a', M_a'$  を求める。

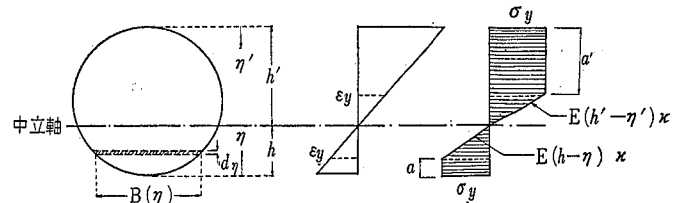
図-10 残留応力の分布



3. 軸方向力と曲げモーメントを受ける場合

PC 鋼棒を彎曲して配置した場合、この曲率に相当する曲げモーメントを PC 鋼棒は受けている。つぎにプレストレッシングによって軸方向引張力を与えると、断面は軸方向力と曲げモーメントとを同様に受けた状態となる。最初完全塑性材料について考察する。応力分布、ひずみ分布は 図-11 に示すようになるとする。

図-11 応力および、ひずみの分布



中立軸より下の区間について軸方向力を  $N_a$ 、中立軸に関するモーメントを  $M_a$  とする。

$$N_a = \int_0^a \sigma_y B(\eta) d\eta + \int_a^h E\kappa(h-\eta)B(\eta) d\eta$$

$$= E\kappa h \int_0^h B(\eta) d\eta + (\sigma_y - E\kappa h) \cdot$$

$$\cdot \int_0^a B(\eta) d\eta - E\kappa \left[ \int_0^h B(\eta)\eta d\eta - \int_0^a B(\eta)\eta d\eta \right]$$

$$= E\kappa h A(h) + (\sigma_y - E\kappa h)A(a) - E\kappa[S(h) - S(a)] \dots\dots\dots(20)$$

$$M_a = \int_0^h \sigma_y B(\eta)(h-\eta) d\eta + \int_a^h E\kappa(h-\eta)B(\eta)(h-\eta) d\eta$$

$$= (\sigma_y h - E\kappa h^2)A(a) + E\kappa h^2 A(h)$$

$$- (\sigma_y - 2E\kappa h)S(a) - 2E\kappa h S(h)$$

$$+ E\kappa I(h) - EI(a)^*$$

結果を示すと次のようになる。

$$N_a = E\kappa\{hA(h) - S(h)\} + \sigma_y A(a) - E\kappa\{hA(a) - S(a)\} \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$M_a = E\kappa\{h^2A(h) - 2hS(h) + I(h)\} + \sigma_y\{hA(a) - S(a)\} - E\kappa\{h^2A(a) - 2hS(a) + I(a)\} \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$N_{a'} = E\kappa\{h'A(h') - S(h')\} + \sigma_y A(a') - E\kappa\{h'A(a') - S(a')\}$$

$$M_{a'} = E\kappa\{h'^2A(h') - 2h'S(h') + I(h')\} + \sigma_y\{h'A(a') - S(a')\} - E\kappa\{h'^2A(a') - 2h'S(a') + I(a')\}$$

ここに、 $A(a) = \int_0^a B(\eta) d\eta$ ,  $S(a) = \int_0^a B(\eta) \cdot \eta d\eta$   $I(a) = \int_0^a B(\eta) \cdot \eta^2 d\eta$

$$A_2(a) = \int_0^a A(\eta) d\eta, \quad A_3(a) = \int_0^a A_2(\eta) d\eta \quad \dots\dots\dots(24)$$

$S(a)$  は次のように表わされる。

$$S(\eta) = \int B(\eta) \cdot \eta d\eta = \int \eta \frac{d}{d\eta} \int B(\eta) d\eta \cdot d\eta = \eta \int B(\eta) d\eta - \iint B(\eta) \cdot d\eta d\eta$$

$$= \eta A(\eta) - \int A(\eta) d\eta = \eta A(\eta) - A_2(\eta) \quad \dots\dots\dots(25)$$

(25) 式を (22) 式に代入すると、

$$N_a = E\kappa\{hA(h) - hA(h) + A_2(h)\} + \sigma_y A(a) - E\kappa\{hA(a) - aA(a) + A_2(a)\}$$

$$= E\kappa\{A_2(h) - A_2(a)\} + \{\sigma_y - E\kappa(h-a)\}A(a) = E\kappa\{A_2(h) - A_2(a)\}$$

$$I(\eta) = B(\eta) \cdot \eta^2 d\eta = \eta^2 A - 2 \int A \eta d\eta = \eta^2 A - 2\eta A_2 + 2A_3 \quad \dots\dots\dots(26)$$

であるから (25), (26) 両式を (22) 式に代入すると、

$$M_a = E\kappa\{h^2A(h) - 2h^2A(h) + 2hA_2(h) + h^2A(h) - 2hA_2(h) + 2A_3(h)\}$$

$$+ \sigma_y\{hA(a) - aA(a) + A_2(a)\} - E\kappa\{h^2A(a) - 2haA(a) + 2hA_2(a) + a^2A(a) - 2aA_2(a) + 2A_3(a)\}$$

$$= E\kappa\{2A_3(h) - 2(h-a)A_2(a) - 2A_3(a)\} + \sigma_y\{(h-a)A(a) + A_2(a)\} - E\kappa\{h^2 - 2ha + a^2\}A(a)$$

$$= E\kappa\{2A_3(h) - 2(h-a)A_2(a) - 2A_3(a)\} + (h-a)A(a)\{\sigma_y - E\kappa(h-a) + \sigma_y A_2(a)\}$$

$$= E\kappa\{2A_3(h) - 2(h-a)A_2(a) - 2A_3(a)\} + E\kappa(h-a)A_2(a)$$

$$= E\kappa\{2A_3(h) - (h-a)A_2(a) - 2A_3(a)\}$$

結局 (24) 式を用いると、(22), (23) 両式は次のようになる。

$$N_a = E\kappa[A_2(h) - A_2(a)] \quad M_a = E\kappa[2A_3(h) - (h-a)A_2(a) - 2A_3(a)] \quad \dots\dots\dots(27)$$

$A_1, A_2, A_3$  は次の式で表わされる。

$a < d$  の場合

$$A(a) = \frac{d^2}{4} \left[ \arccos\left(1 - 2\frac{a}{d}\right) - \left(1 - 2\frac{a}{d}\right) \sqrt{4\frac{a}{d}\left(1 - \frac{a}{d}\right)} \right]$$

$$A_2(a) = \frac{d^3}{8} \left[ \left(1 - \frac{4}{3}\frac{a}{d} + \frac{4}{3}\frac{a^2}{d^2}\right) \sqrt{4\frac{a}{d}\left(1 - \frac{a}{d}\right)} - \left(1 - 2\frac{a}{d}\right) \arccos\left(1 - 2\frac{a}{d}\right) \right]$$

$$A_3(a) = \frac{d^4}{16} \left[ \left(\frac{5}{8} - 2\frac{a}{d} + 2\frac{a^2}{d^2}\right) \arccos\left(1 - 2\frac{a}{d}\right) - \left(1 - 2\frac{a}{d}\right) \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{3}\frac{a}{d} + \frac{1}{3}\frac{a^2}{d^2}\right) \sqrt{4\frac{a}{d}\left(1 - \frac{a}{d}\right)} \right]$$

$a > d$  の場合

$$A_2(a) = \frac{\pi}{4} d^3 \left( \frac{a}{d} - \frac{1}{2} \right)$$

$$A_3(a) = \frac{\pi d^4}{128} \left[ 16 \left( \frac{a}{d} - \frac{1}{2} \right)^2 + 1 \right]$$

曲率を一定のままにして軸方向に引張力を作用させた場合を検討する。

曲率が一定であるから  $k = \epsilon_{\max}/h' = \text{const.}$  である (図-12)。 $\epsilon_{\max} < \epsilon_1$  であれば全断面が弾性的である。

塑性区間を生ずる場合を考えると、

$$a' = \frac{h'}{\epsilon_{\max}} (\epsilon_{\max} - \epsilon_1) = \frac{1}{\kappa_0} (\epsilon_{\max} - \epsilon_1)$$

$\epsilon_{\max}$  を仮定すると、 $h' = \epsilon_{\max}/\kappa_0$ ,  $a' = (\epsilon_{\max} - \epsilon_1)/\kappa_0$

となり、 $h', a'$  が定められる。よって (27) 式を用いて  $N_a, M_b$  が定まる。PC 鋼棒圆心位置のひずみを平均ひずみとすると、これは次の式で定められる。

$$\epsilon = \epsilon_{\max} \left( 1 - \frac{d}{2h'} \right) \quad \dots\dots\dots(28)$$

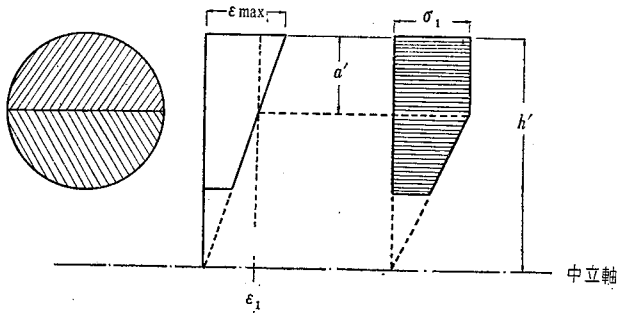
したがって  $N_a \sim \epsilon$  曲線が求まる。

応力 ~ ひずみ曲線が 図-6 のような折線状のときには、前記のように完全塑性材料を組合わせればよい。したがって、の関係式を (27) 式の代りに用いる。

$$N_a = \kappa \sum G_i [A_2(h) - A_2(a)]$$

$$M_b = \kappa \sum G_i [2A_3(h) - (h-a)A_2(a) - 2A_3(a)] \quad \dots\dots\dots(28)$$

図-12 ひずみと応力の分布



$$\text{ここに, } \kappa = \frac{\epsilon_1}{h-a_1} = \frac{\epsilon_2}{h-a_2} = \frac{\epsilon_3}{h-a_3} = \frac{\epsilon_{\max}}{h}$$

数値計算例として、曲率半径  $\rho = 5.50 \text{ m} (250d)$  を有するように配置された直径  $22 \text{ mm}$  の PC 鋼棒 (配置前に加工されていないもの) に引張力を与えたときの、引張応力平均値と平均ひずみとの関係を求める。

$$\text{曲率 } \kappa = 1/550 = 2 \times 10^{-2} / 11$$

この曲率による

$$\epsilon_{\max} = \frac{d}{2} \kappa = \frac{2.2}{2} \times \frac{2}{11} \times 10^{-2} = 0.2 \times 10^{-2}$$

曲げモーメント

$$M = 0.2 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^6 \times \frac{\pi}{32} d^3 = 4180 \text{ kg-cm}$$

すなわち PC 鋼棒は型わく内に配置されたとき、すでに縁で  $\pm 0.2 \times 10^{-2}$  のひずみを受けている。

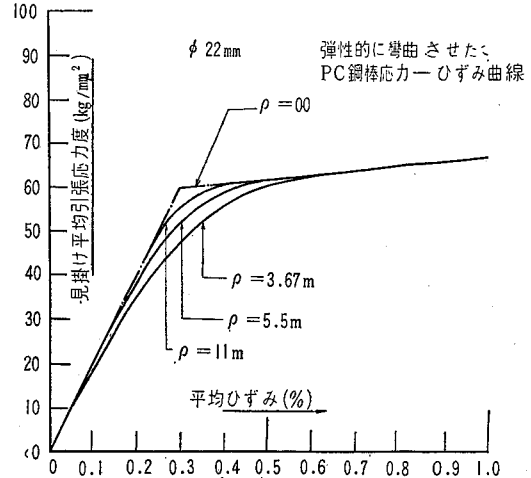
つぎにプレストレスングを実施して曲率半径には変化をおこさず (コンクリート内にあるから) 引張力を作用させる。次に引張応力による軸方向のひずみを  $0.1, 0.2, \dots$  等と仮定し、曲げによるひずみと合成すると、容易に  $h, h'$  を定めることができる。よって (28) 式を用いて  $N_a, N_a'$  を計算すると、このときの軸方向力  $T$  は

$$T = N_a - N_a' \dots\dots\dots (29)$$

によって定められ見掛け引張応力度  $\sigma = T/A$  によって計算できる。

以上の方法によって計算された直径  $22 \text{ mm}$ , 応力～ひずみ曲線が 図-5 のような PC 鋼棒についての結果を 図-13 に示してある。曲率半径が小さい場合の見掛け上の応力～ひずみ曲線は直線状 PC 鋼棒の応力～ひずみ曲線といちじるしい相違を生じている。 $\rho = 11 \text{ m} (500d)$  の場合でも見掛け引張応力度が  $50 \text{ kg/mm}^2$  以上となると相当に応力～ひずみ曲線が変化している。このように曲げを受けている PC 鋼棒の見掛け上の応力～ひずみ曲線が直線状のものとは相違していることは、プレストレスング時の伸びの測定に大きい誤りをひき起こすことになる。すなわち、このように彎曲した PC 鋼棒では一定応力に対する PC 鋼棒の伸びが大きく出ることになる。もし伸びのみを基準としてプレストレスングを実施すると、PC 鋼棒に与える引張応力度が所要値よりも小さいこともおこる。特に曲率半径の小さい PC 鋼棒を配置し

図-13 見掛け上の応力～ひずみ曲線



た場合には、この危険性は大きいものである。図-13 の例では  $50 \text{ kg/mm}^2$  の引張応力度に対して、見掛け上の PC 鋼棒の伸びは、表-1 のようになる。

表-1  $50 \text{ kg/mm}^2$  に対する伸び

$\rho(\text{m})$	伸びの百分率 (%)
$\infty$	100
11.0	104
5.5	114
3.67	132

表-2 0.25% 伸びに対する応力

$\rho(\text{m})$	応力度の百分率 (%)
$\infty$	100
11.0	98
5.5	92
3.67	84

もし伸びが  $0.25\%$  となるようにプレストレスングを実施したとすると、PC 鋼棒に与えられた引張応力の比は 表-2 のようになり以上から曲率  $\rho$  がプレストレスング作業に大きい影響をおよぼすか明らかである。

#### 4. 結 言

この論文では PC 鋼棒の曲げ加工および彎曲配置が応力分布、見掛け上の応力～ひずみ曲線にいかなる影響をおよぼすかを理論的に取扱った。その結果つぎの事項が明らかとなった。

(1) 曲げ加工は一般に大きい残留応力を生ずる。このため PC 鋼棒の降伏点応力の低下、応力～ひずみ曲線の変化、等一般に品質の低下を生ずるものである。したがって、あまり曲率半径の小さい曲線状に曲げた PC 鋼棒は用いないのが望ましい。

(2) 曲げ加工を実施せず、曲線状に PC 鋼棒を配置する場合でも、曲率半径が小さいと見掛けの応力～ひずみ曲線は直線 PC 鋼棒のそれに比較していちじるしく相違するものとなる。このため PC 鋼棒の伸びが一般に直線 PC 鋼棒の伸びより大きいものとなり、作業上誤りをおかす危険がある。したがって、このような危険を避けるには、曲率半径が PC 鋼棒直径の  $600 \sim 700$  倍以上となるように PC 鋼棒を配置することが望ましい。

(工博・極東鋼弦コンクリート振興 K K 設計部長)