報　告

円筒形PCシェルの特性について

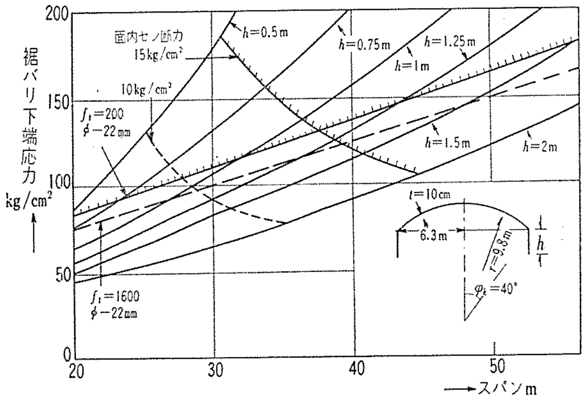
加　藤　　渉
本　岡　順　二　郎

シェル構造に対するプレストレスト工法の適用は最近ようやく実施の段階に入り，意欲的な設計者によって幾つかのPCシェル構造そのものの研究は主として二次曲面，特に双曲放物面（HP）シェルに集中していて，最近発表される内外のシェルに関する論文もHPシェルに関するものが多い。HPシェルは座屈に対して強い点や，施工上直線型ワクが使用できることなどの利点があるので多数の実施例があり，プレストレスを与えたHPシェルも施工されている。シェル構造は大スパン性を特徴とする構造，いいかえれば単位面積あたりの自重が小さいことを特徴とし，シェル出現以前のドームに比較して，その自重は 1/10 程度になっているが，PCシェルではさらに軽くなり，例えばスペイン Algeciras の 53 m スパンの Market Hall が 270 kg/m² であるのに対してドイツ Karlsruhe の 79 m スパンのプレストレスHPシェル Schwarzwaldhall では 140 kg/m² となっている。

各種のシェル構造のうち現在一番普及しているのは円筒形シェルで，同じ形のものを並列または連続して配置することにより大空間をおおうことができ，いわば矩形ラーメンに相当する構造である。この円筒形シェルにプレストレスを与えることにより，軽量化またはスパンの延長が可能となるので，将来普及するのもこの種のPCシェルであろう。従って，ここでは円筒形PCシェルについて述べる。

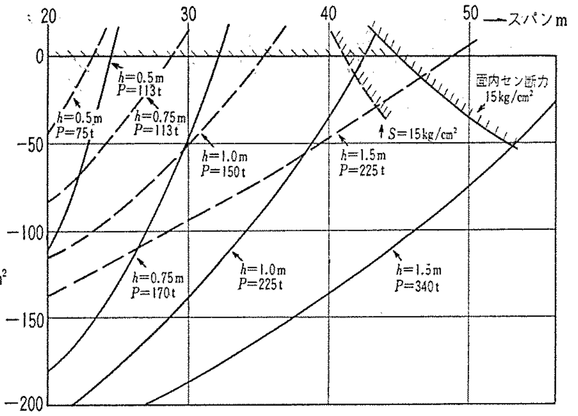
PCシェルとの比較のため，半開角 $\varphi_K=40°$，曲率半径 9.8 m，横スパン 12.6 m，ライズ 2.3 m，厚さ等厚 10 cm，裾バリ巾 20 cm で種々の縦スパンと裾バリ丈を有する円筒形単一シェルについて計算を行なった結果を **図―1** に示す。裾バリを有する円筒形シェルでは一般に裾バリの応力とシェルの引張主応力が断面算定に支配的であるから，図は裾バリ下端の引張応力について示してある。引張主応力とその方向は面内セン断力と直応力との組合わせによって定まるが，実験や計算の結果は最大の引張応力の位置は隅角部から少し内側に入ったところで，その方向はほとんど 45° すなわち直応力がほとんど影響せず，面内セン断力が支配的であることを示している。引張応力に対しては補強筋を配置するが，補強筋が有効に作用するのはキレツが入った後であるから，あまり大きな応力が働らくのは好ましくない。そこで裾から 10° の位置における面内セン断応力の限度を 15 kg/cm²（斜め配筋で 13 ϕ-13 cm 間隔）とした限界線を図に示した。裾バリの引張力に対する鉄筋量に対しても限度があるので，裾バリ引張鉄筋量限界線（ϕ-22 mm 継手なし $f_t=2\,000$ および 1 600 kg/cm²）も同様に示してある。従って，この断面で設計可能なスパンはハッチで囲まれた部分となり，一般にシェルの裾付近は厚さを増すことなどを考慮すれば，裾バリ丈が 1～1.5 m のシェルで無理なく設計できる限度は 30～35 m 程度と考えられる。裾バリ丈の増加は可能スパンを増大させるが，しかしこれは裾バリ断面の増加により，収容鉄筋量が増したことに負うところが大である。例えば鉄筋の $f_t=1.6$ t/cm² でハリ丈 1 m を 25% 増して 1.25 m とした場合の可能スパンの増加と，ハリ丈は 1 m のまま $f_t=2.0$ t/cm² に 25% 増したときの可能スパンの増加は大して差がない。つまり裾バリの主目的の一つは多量の鉄筋を収容するにあるという，鉄筋コンクリート シェルの性格を示している。またセン断力の大きさは裾バリを増してもあまり減らないので，この点でもスパンの限界がある。

図―1

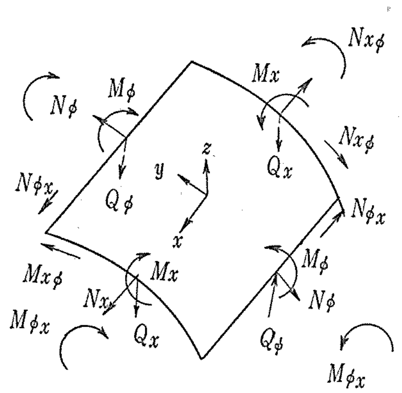


前記鉄筋コンクリート シェルと全く同じ断面に，プレストレスが導入された場合のスパン―応力図を **図―2** に示す。プレストレス力は裾バリ下端から 1/4 h の位置に作用し，PC鋼材の配置は，直線と仮定して計算してある。この場合のシェル裾と裾バリとの境界条件は，曲板裾の回転角 $\theta=0$，裾バリの水平方向の抵抗 $R_H=0$，曲板裾の縦方向（長手軸方向）変位 u_S：裾バリ上端の縦方向変位 u_B，曲板裾の鉛直方向変位 w_{1S}：裾バリの鉛直方

図—2



記　号



向変位 w_{1B} とし，

$$M_1=-\frac{1}{k^2}[Q_\phi'\cos\phi_K-a_1kN_{\phi x}+N_\phi\sin\phi_K-w']\cos kx$$

$$F=-\frac{1}{k}[N_{\phi x}]\cos kx$$

$$u_B=+\frac{1}{k}\left[\frac{F}{A_1E}-\frac{a_1M_1}{EI_1}\right]\sin kx$$

$$w_{1B}=-\frac{1}{k^2}\left[\frac{M}{EI_1}\right]\cos kx$$

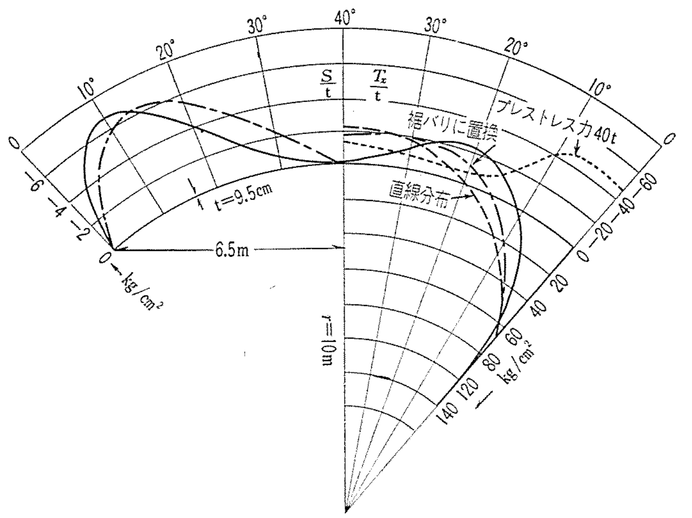
において F に $F-P$ を，M_1 に $M_1-P\cdot e$ を置いて未定常数を決定し，以下普通のシェルと全く同じ方法で各応力が求められる。なお上式［　］内の各力は三角関数を省略してある。

プレストレス力はRCシェルとの比較のため，裾バリの断面積に比例するものとし，各断面について2種類のプレストレス力を示した。なおプレストレス力と各応力との間には直線関係があるので，ある大きさのプレストレス力による応力とプレストレス力が0のときの応力とを直線補間すれば，任意プレストレス力による各応力が定められ，変位についても同様の関係があるので，実際設計の場合には，この関係を利用すればプレストレス力の決定に便利である。**図—2** において実線は裾バリの下端から $h/2$ の間に 12-ϕ7 mm のケーブルを一列 8 cm 間隔に配置した場合に相当するプレストレス力，鎖線はその 2/3 のプレストレス力である。設計をフル プレストレッシングとすれば，前と同様スパンの限界ハリ下端の応力が0および端部でのセン断応力が 15 kg/cm² 付近で囲まれた範囲となる。ハリ下端の圧縮応力を大きくとるのは不経済であるから圧縮側にも限界をとれば，結局スパンの限界は，ほとんどハリ下端だけで定まることになり，プレストレス力を適当に選べばRCに比較して可能スパンはいちじるしく増大する。プレストレスによりセン断応力が小さくなるのは普通のハリの場合と同様であるが，シェルでは特にこの点でPCの有用性が大きい。一般に端部のPC鋼材は曲げ上げられるので，さらに面内セン断力は減少する。また **図—2** において裾バリ丈が小さくなるほど曲線の立上がりが急になり，プレストレス力の大きさを変化させたときの可能スパンの変化が小さくなっているのは，あまり小さなスパンではプレストレス力の増加が有効に働らかないこと，すなわち大スパンになるほど効果が大きいというPC一般の特性を示している。RCシェルとPCシェルとのスパンの限界は，曲率その他によっても当然異なるであろうが，構造的にはほぼ 30 m 前後と考えられよう。

ハリ端部でのPC鋼材の曲げ上げは面内セン断力の減少に役立つが，場合によってはPC鋼材の一部をシェル内部に，さらには裾バリなしのシェルとして全PC鋼材をシェルに配置する場合がある。実施例ではスパン 20～25 m 程度のもので，形式としては鋸形シェルが多いようである。曲板内部に配置する場合の適当な設計法はまだ提案されていないようである。裾バリを有する場合には T_x の分布がほとんど直線に近いからハリ理論の適用が可能であるが，シェルだけの場合はその分布は直線ではない。RCフラット スラブで行なわれたように，主応力線を求めておいて，圧縮主応力線に沿ってPC鋼材を配置するのも一法かも知れないが，置換解法としてPC鋼材が配置される裾部分を裾バリに置きかえた場合の応力分布を求めてみたのでその結果を示す。

設計シェルは縦スパン 20 m，半開角 40°，曲率半径 10 m，横スパン 13 m，ライズ 2.4 m，シェル厚さ 9.5 cm である。PC鋼材は裾から 10° の位置，1.55 m の間に配置されるものとし，この巾で裾バリが 30° に傾いて存在するものとする。従ってシェルは開角 30° とし，この位置で境界条件 $\theta=0$，$v_{1S}=v_{1B}$，$w_{1S}=w_{1B}$，$u_{1S}=u_{1B}$ を適用する。T_x と S についての結果を **図—3** に示す。実線は半開角 40° のとき，鎖線は裾部を裾バリに置きかえた場合の応力を示す。セン断力の分布についてはほぼ似ているが T_x の分布は全体がシェルの場合の分布と直

図—3



線分布との中間にあり，あまりよい一致は示さない。しかし実際のシェルではＰＣ鋼線を配置するためにシェル中央部分よりも裾を厚くするから，分布は直線に近づいてくる。シェル裾部に 40 t のプレストレス力を与えた場合の応力を **図—3** に示しておく。

ＰＣシェルでは厚さを薄く曲率半径を大きくしてライズを低くとることが可能となるので，座屈に対して ＲＣ シェルの場合より，形の上では危険度が大きい。しかしＰＣシェルは長形であるから T_x が卓越し，この応力はプレストレスにより減少させてあるから，長形シェルの座屈に支配的な T_x の点ではＲＣより安全である。シェルの弾性安定に関する理論解は複雑な問題であるが，座屈にたいする検討を行なう必要があるのは， S. Timoshenko の円管理論から 曲率半径と 厚さの比が 200 以上，例えば曲率が 12 m で厚さが 6 cm 以下の場合とされている。現在のところ施工技術の上であまり厚さを薄くできないからＰＣシェルの場合でも座屈の検討は必要ないようである。

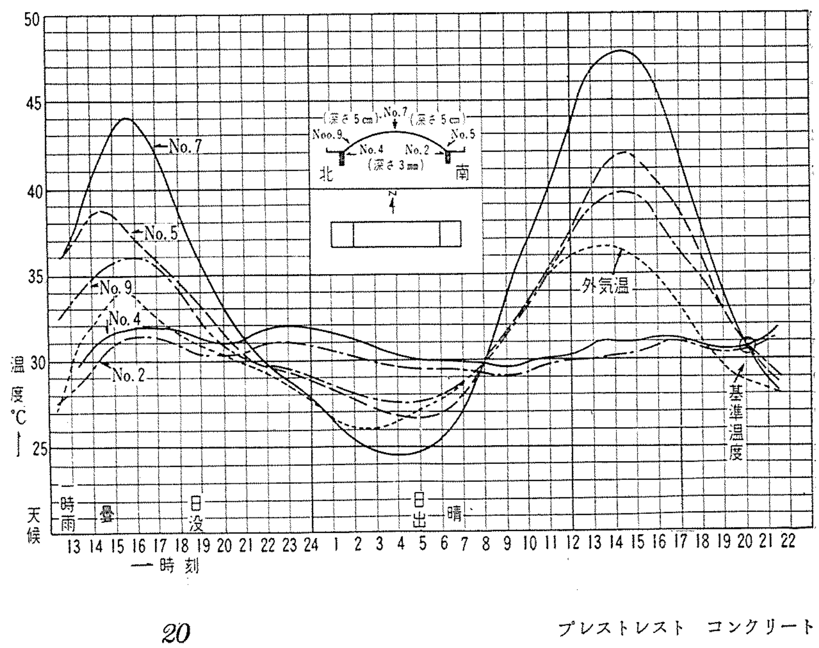
裾バリを有するシェルは，シェルと裾バリからなる一種の複合部材であって，両者の間で収縮または膨張差が生じた場合には，その差がシェル裾および裾バリ上端に働らいて，二次応力と変形を生ぜしめることになる。

一般にシェルと裾バリでは断面の大きさが異なるので，両者の自由硬化収縮ヒズミはシェルの方が大きい。従ってハリ上端はこのヒズミを拘束することになり上端には長手方向の圧縮力，シェルの裾にはこれと同じ大きさの引張力が作用し，曲板と裾バリにはこの力によっ応力と変位が生ずることになる。硬化収縮ヒズミは時間とともに増大するから，コンクリートのクリープを考慮すれば，これらの応力や変位は弾性的に求めた値よりもちろん小さくなる。

温度変化によってもこれと同様の現象が起る。シェルは薄いので気温や直射日光の影響を受けやすく，裾バリはこれに反して断面が大きいので気温の変化に鈍感である。温度変化は年間を通じての平均気温の変化と，一日の間に起る気温と直射日光の変化とがある。前者では硬化収縮の場合と同じに考えてよく，シェルと裾バリとの自由ヒズミの差も小さいから影響は小さい。しかし後者は短時間に起る変化であるから，クリープによる応力低下も小さく，直射日光によって生ずる温度差は 30° 近くに達する場合もあるから，これによる応力と変位はかなり大きなものとなる。二次応力によって構造が崩壊するということは考えられないが，温度変化による面内セン断力の増加や，特にＰＣシェルでは長手方向のスパンが大きいため，ハリの鉛直方向の変位が大きく生じること，などには注意する必要がある。

図—4 は長手スパン 40 m, 横スパン 11 m, 半開角 40°, 厚さ 10 cm, 裾バリ丈 1.5 m, 巾 0.4 m の円筒形ＰＣシェルについて行なったシェル各部の温度と裾バリの鉛直変位との測定結果である。温度はサーミスター温度計により表面および内部について測定した。シェルの表面には反射塗料が塗られているので，コンクリートの素肌の場合より温度上昇が小さいものと考えられる。**図—4 (a)** にはコンクリートの内部温度だけを示してある

図—4(a)



が，表面温度は日光の直射に敏感で雲量の変化などに追随して小さな波形をくり返している。シェルコンクリートの内部温度の変化はほぼ気温に比例し，その大きさは測定点の受ける単位表面積あたりの光量によって異なる。ハリの内部温度は常にほとんど一定である。従って昼間はシェルの温度がハリより高く，夜間はこれと逆になり一日に一回ずつこれをくり返すため前に述べた自由ヒズミの拘束による応力もこれに従って変化することになる。構造全体は午後8時前後に一定温度になっているので，**図—4(b)** にはこのときの温度を基準としたハリとシェルの平均温度差および両側の裾バリの平均タワミが示してある。

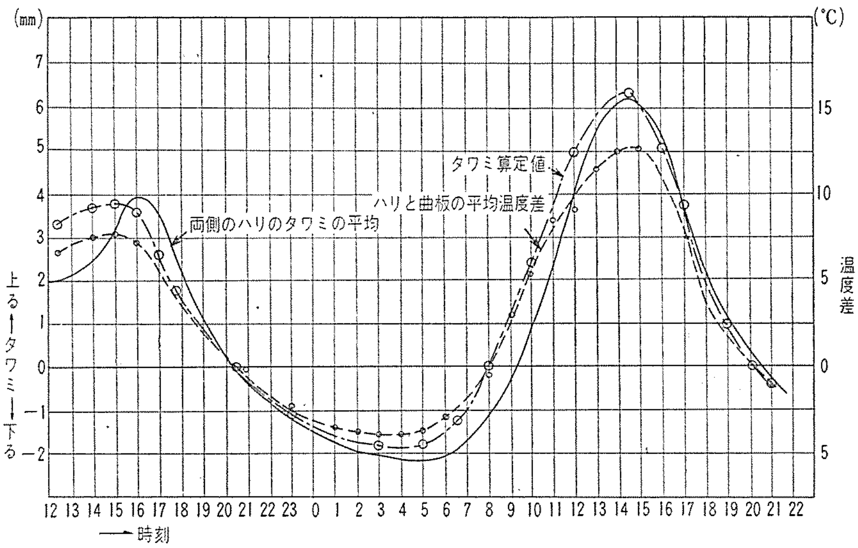
温度差応力および変位を求めるにはシェルの曲げ理論にもとずくのが正しいが，その解法には手数を要するのでハリ理論を適用するのが便利である。このような応力が問題になるのは裾バリが大きい場合，従って縦スパンが長い場合であるから T_x の分布は直線に近く，ハリ理論の適用が可能である。

最初に膨張または収縮差にもとづいて生じ境界に沿って働らく力 P_s と P_b を求めなければならない。A.M. Ozell が複合バリの収縮差応力について求めた式を適用する。**図—5** において

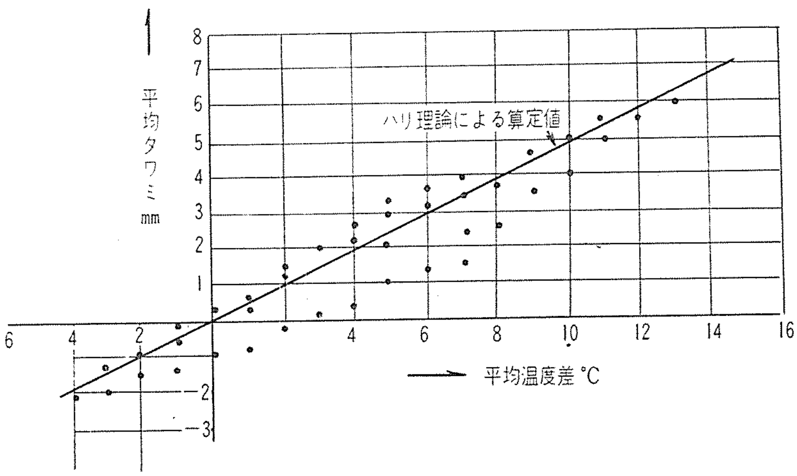
$$P_s=\frac{\varepsilon_{s1}E_s}{\dfrac{1}{A_s}+\dfrac{Z_s^2}{I_s}}=\varepsilon_{s1}a_s$$

ただし $a_s=\dfrac{E_s}{\dfrac{1}{A_s}+\dfrac{Z_s^2}{I_s}}$

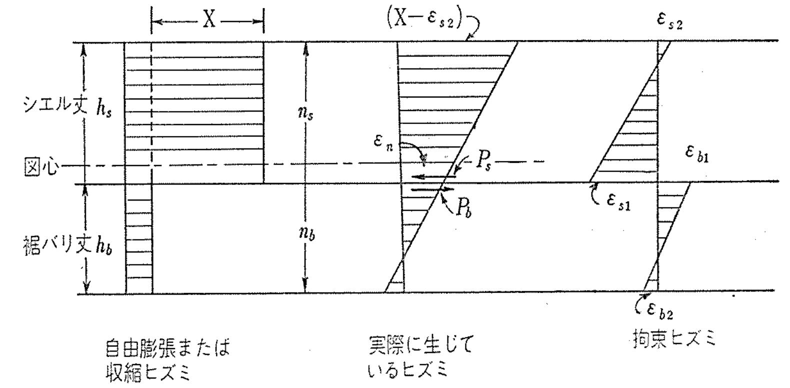
図—4(b)



図—4(c)



図—5



$$P_b=\frac{\varepsilon_{b1}E_b}{\dfrac{1}{A_b}+\dfrac{(h_b/2)^2}{I_b}}=\varepsilon_{b1}\cdot a_b \qquad a_b=\frac{E_b}{\dfrac{1}{A_b}+\dfrac{(h_b/2)^2}{I_b}}$$

$$P_s=P_b=\varepsilon_{s1}a_s=\varepsilon_{b1}a_b$$

$$X=\varepsilon_{s1}+\varepsilon_{b1}=\varepsilon_{b1}(a_b/a_s+1)$$

$$\varepsilon_{b1}=\frac{a_s}{a_s+a_b}X$$

よって $P_s=P_b=\dfrac{a_s\cdot a_b}{a_s+a_b}X$

ここに添字 s はシェルを，b は裾バリを示し，X は両者の自由収縮には膨張の差，P はこの差によって生ずる拘束力，A, E, I はそれぞれの断面積，ヤング係数，断面2次モーメント，z はシェルの図心から頂部までの距離とする。

以上により ε_{s1}，ε_{s2}，ε_{b1}，ε_{b2} および，それぞれの応力が求められる。

裾バリ中央の鉛直方向のタワミ δ_b は