

PC造HPシェル屋根の設計と施工

岡 本 剛

東京の西郊，中央線国分寺駅近くにある国鉄教習所構内には立派なグラウンド，テニスコート，水泳場等があるが，今回この敷地内に柔剣道場が竣工した。この建物の屋根にはハイパボリック・パラボloid（以下HPと略称することにする）を4枚合わせて作られた切妻型のシェルが用いられた。このシェル屋根にはシェル内の引張りおよび曲げモーメントを打消すためにプレストレス力が導入された。

エル屋根のしたに，それぞれ柔道場および剣道場がある（口絵写真 および 図-1 参照）。

表-1 建物の所在地，面積等

名 称	国鉄総合グラウンド柔剣道場
所 在 地	東京都国分寺町多喜窪 2541
面 積	396 m ²
設 計 者	日本国有鉄道東京鉄道管理局施設部営繕課 岡本建築設計事務所
工事施工者	藤 田 組
工事期間	昭和 35 年 1 月 4 日着工 昭和 35 年 6 月 12 日竣工

1. 建物の規模など

建物の規模は平面でx方向 16.5m 2スパン，y方向 12.0m 1スパン，軒高 5.0m である。HPシェル4枚組合わせの切妻型シェル2個が連続している。二つのシ

2. ハイパボリック・パラボloid シェル

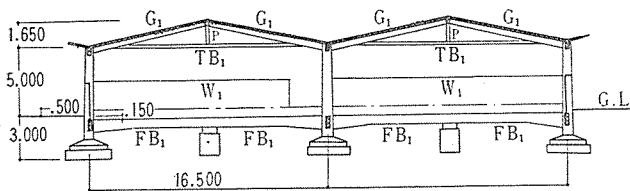
ハイパボリック・パラボloid（双曲的放物面）は次式で表わされる曲面である（図-2）。

$$z = \frac{xy}{c} \dots \dots \dots (1)$$

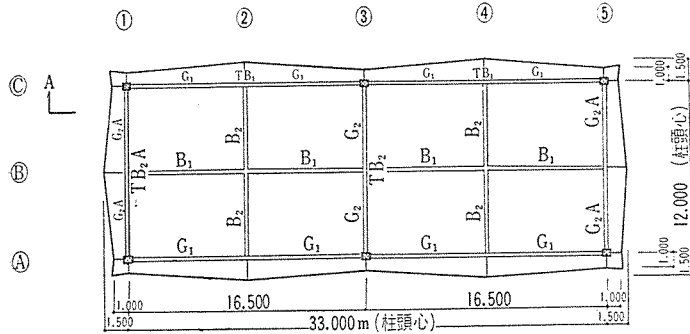
$$\text{ただし } c = \frac{ab}{f}$$

平面 $x = \text{const.}$ または平面 $y = \text{const.}$ と曲面との交線はすべて直線で，これらを母線という。1/c はねじり率 $\partial^2 z / \partial x \partial y$ であり，単位長だけ離れた二つの母線の傾斜の差を示す。このHPシェルを4枚組合わせて図-3に示される切妻型の屋根が作られる。

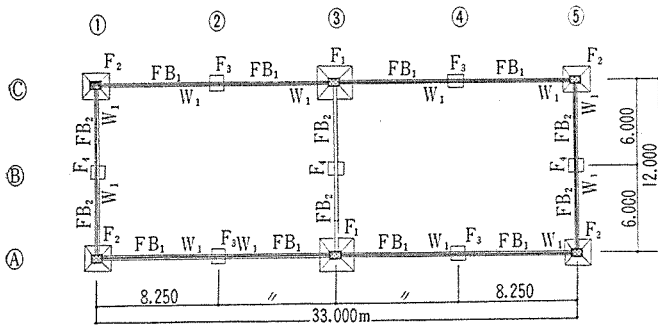
図-1



A~A 断面図



屋根伏図



基礎伏図

図-2

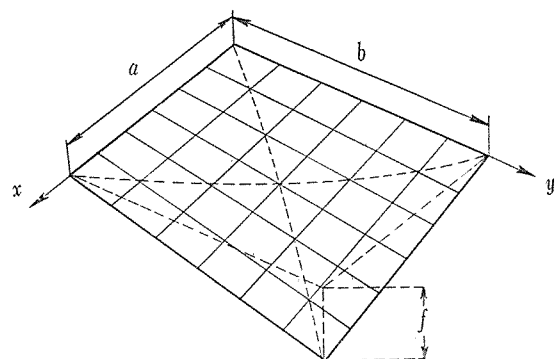
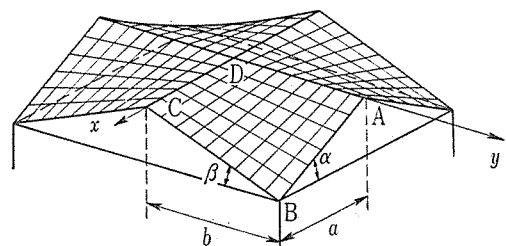


図-3



HPシェル の膜理論解は F. Aimond¹⁾, K. Tester²⁾ 等によって始められた。A. Pucher の導いた一般曲面の膜理論解の微分方程式は

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\bar{p}_z + \bar{p}_x \frac{\partial z}{\partial x} + \bar{p}_y \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \int \bar{p}_x dx + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \int \bar{p}_y dy \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 z は曲面の形で $z=z(x,y)$,

ϕ は Airy の応力関数

$$\bar{N}_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \int \bar{p}_x dx, \quad \bar{N}_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \int \bar{p}_y dy, \quad \bar{N}_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \quad \dots\dots\dots(3)$$

によって与えられ、曲面の微小要素 dA に働らく外力の分力 p_x, p_y, p_z および断面力 N_x, N_y, N_{xy} の xy 平面への投影がそれぞれ $\bar{p}_x, \bar{p}_y, \bar{p}_z$ および $\bar{N}_x, \bar{N}_y, \bar{N}_z$ である (図-4)。

HPシェルの形は (1) 式で与えられるから、シェル面の水平投影面上の鉛直荷重 $\bar{p}_z = \text{const.}$ のときは (2) 式は

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = \frac{1}{2} c p_z \quad \dots\dots\dots(4)$$

すなわち (3) 式を用いてセン断力は

$$N_{xy} = N_{yx} = -\frac{1}{2} c p_z \quad \dots\dots\dots(5)$$

(4) 式を積分して

$$\phi = \frac{1}{2} c p_x y + f_1(x) + f_2(y)$$

(3) 式を用いて

$$N_x = \sqrt{\frac{c^2 + y^2}{c^2 + x^2}} \frac{d^2 f}{dy^2}, \quad N_y = \sqrt{\frac{c^2 + x^2}{c^2 + y^2}} \frac{d^2 f}{dx^2} \quad \dots\dots(6)$$

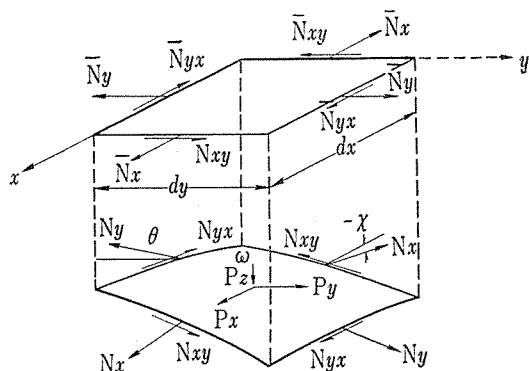
以上が膜理論解の結果で非常に簡単である。セン断力は全曲面上で一定である。縁 $x=a$ 上で $N_x=0$, 縁 $y=b$ 上で $N_y=0$ であるから (6) 式から全曲面上において

$$N_x = N_y = 0$$

でなければならない。

切妻型 HPシェル屋根 (図-3) において切妻型のと

図-4



ころにはシェル縁のセン断力 N_{xy} に対し抵抗するための縁バリがおかれる。従って縁バリの軸圧は棟で0で下端で最大となる。

$$\text{縁バリ AB の軸圧 } F_x = N_{xy} x / \cos \alpha = -\frac{ab}{2f} \frac{p}{\cos \alpha} x$$

$$\text{縁バリ CB の軸圧 } F_y = N_{xy} y / \cos \beta = -\frac{ab}{2f} \frac{p}{\cos \beta} y$$

縁バリの下端B点における縁バリの軸圧の鉛直成分は柱に、 x, y 方向の水平成分はつなぎバリによって支持されねばならない。

膜理論によると、棟の稜線にそってセン断力 N_{xy} が存在することになるが、この棟稜線の位置は屋根の対称軸にあたるからセン断力は0でなければならない。すなわち稜線付近では膜理論の解は誤りである。またシェルには荷重により曲げモーメントが生ずるはずである。正しい解をうるためには曲げ理論解を用いなければならない。しかしながらHPシェルの曲げ理論の微分方程式の一般解は永らく発見されなかったので微分方程式を微差方程式に直して数値解を求めるより方法がなかった。1960年、松岡博士³⁾により一般解が与えられたが、これを用いて境界条件を満たす解を求めることは容易でないように思える。筆者は模型実験によりHPシェルの応力の研究を行なった。

3. 切妻型 HP シェル屋根の模型実験

成城学園大学の体育館 (スパン 18.18 m x 32.72 m, 厚 5.5 cm の切妻型 HP シェル屋根を有す。1958 年

図-5 供試体の寸法および測定点

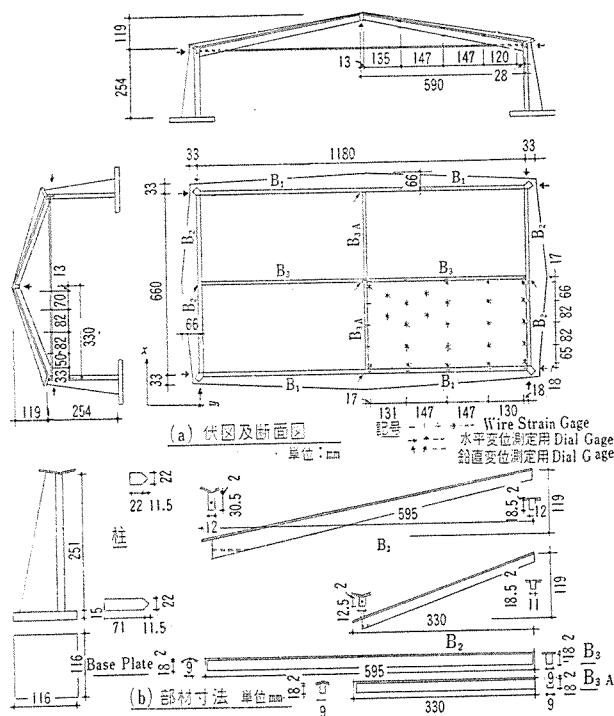


写真-1 屋根配筋詳細

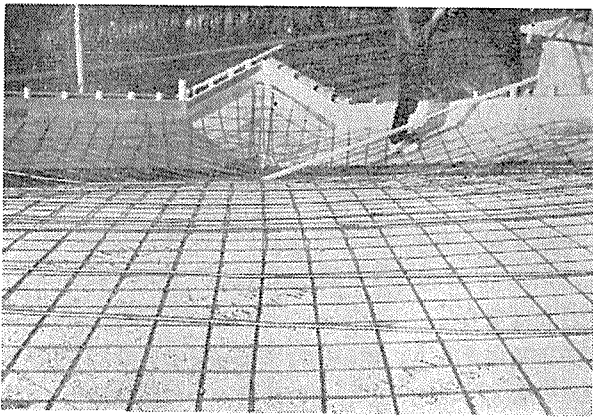
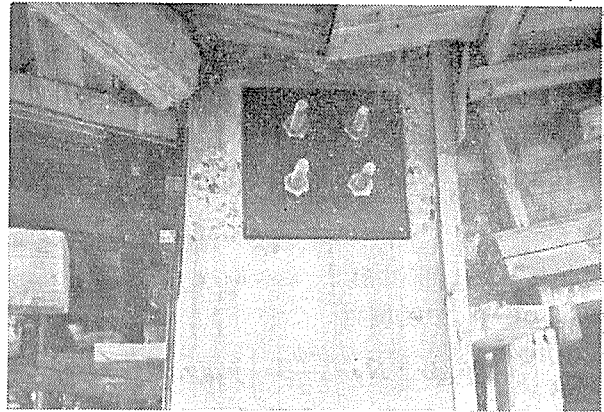


写真-2 つなぎバリ定着部詳細



4月竣工)⁷⁾の設計にあたり、アクリライト製 およびモルタル製の模型を用いて鉛直荷重による応力の分布および破壊の性状を研究するため実験を行なった⁶⁾。

(1) アクリライト製模型による実験

供試体は実物建物の1/27.5大のアクリライト製で 図-5 にその寸法が示される。シェルのねじり率は

$$1/c = f/ab = 11.9/33 \times 59 = 1/16.3$$

屋根の四周は山形ラーメンで支持され 柱頭は径 3mm 鋼線の Tie-Bar で結ばれ柱脚のベース プレートは 4 本のボルトで支台に固定される。

材料のアクリライト(三菱レーヨン製)の機械的性質は 表-2 のとおりである。

図-5 に示される屋根の 1/4 面上および縁バリ, Tie-Bar に抵抗線ヒズミ計を貼布してヒズミを測定する。屋根面の半分の大きさの布に長さ 3cm の 9mm 鉄筋片を等間隔にノリづけしたものを荷重として用い、屋根面の全面, 1/2 および 1/4 面に等分布荷重を載荷したが、ここでは全面等分布荷重時の結果を 図-6, 7 に、Tie-Bar のみに引張りを与えた場合の結果を 図-8 に示す。

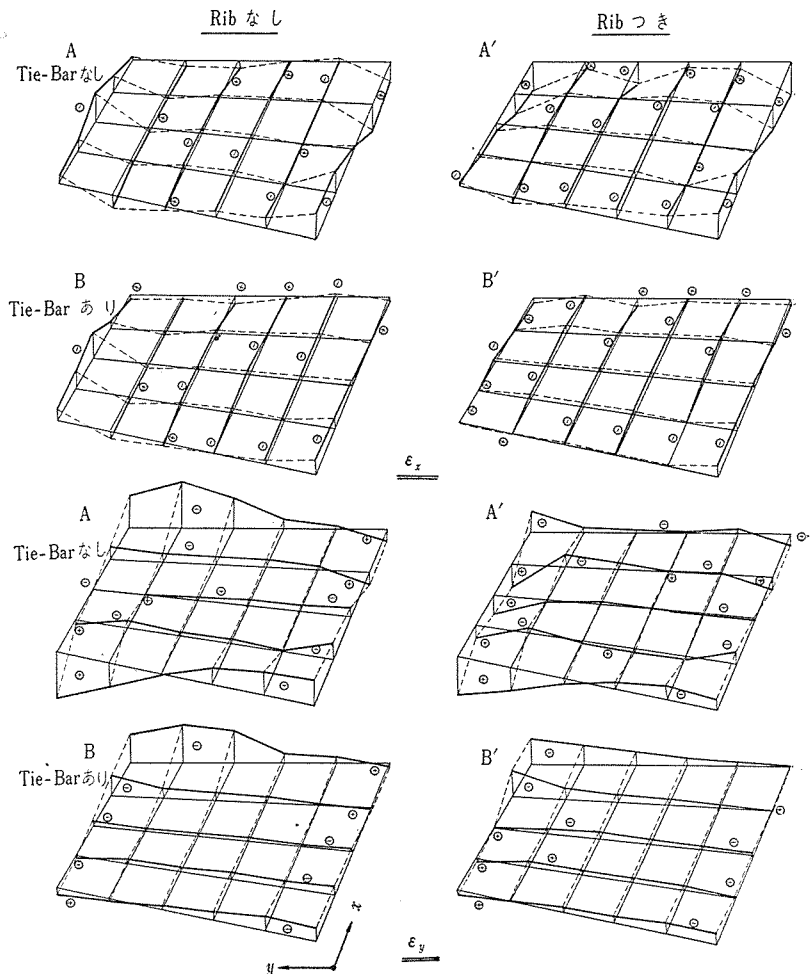
屋根の棟の稜線に沿ってリブ(図-5 の B₃ および B_{3A})をつけた場合とつけない場合、また Tie-Bar を用いた場合と用いない場合の4つの状態について、そのヒズミ度が比較されている。これらから次のことが推測できる。

a) 棟リブ(図-5 の B₃ および B_{3A})のある場合は棟リブのない場合にくらべて屋根面の中央部分における直ヒズミ度、曲げヒズミ度、ともに小となる。これはリブがその付近のシェルのその方向

表-2 アクリライトの機械的性質

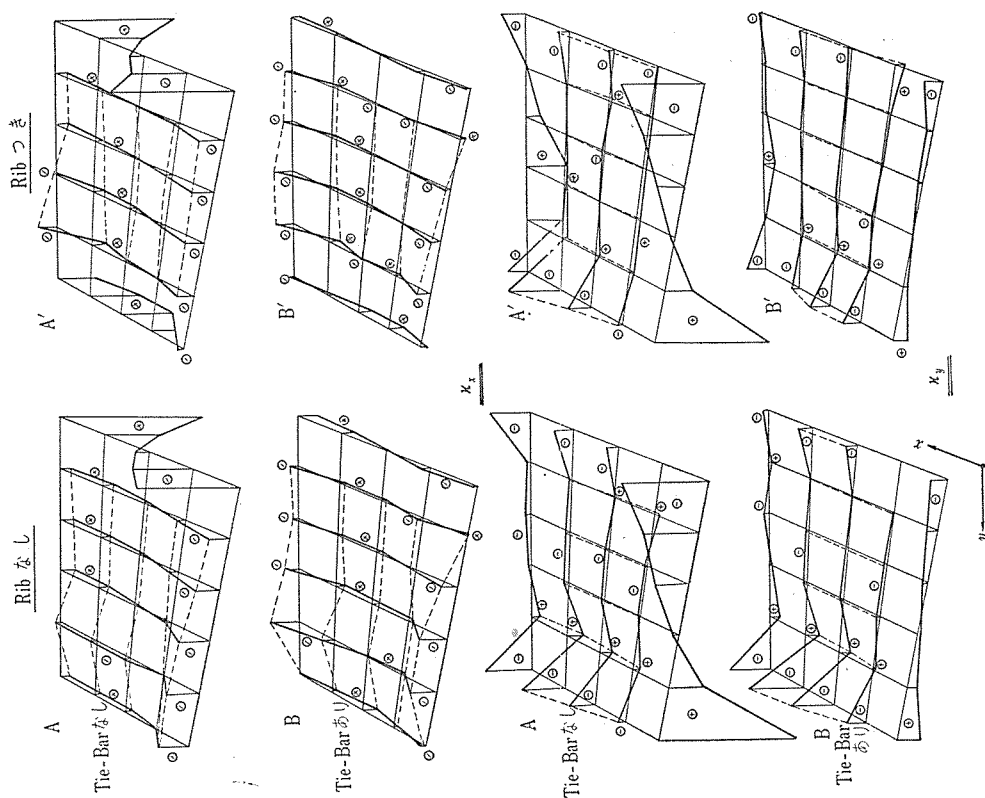
	比例限度	破壊強度	降伏点	弾性係数(20°C)	
				E	G
引張り	478	630	—	2.5 × 10 ⁴	4~8 × 10 ⁵
曲げ		976	—	2.48 × 10 ⁴	
圧縮	1 000	—	1 270	2.5 × 10 ⁴	
せん断		443			

図-6 全面等分布荷重を与えたときのシャーレの直ヒズミ度



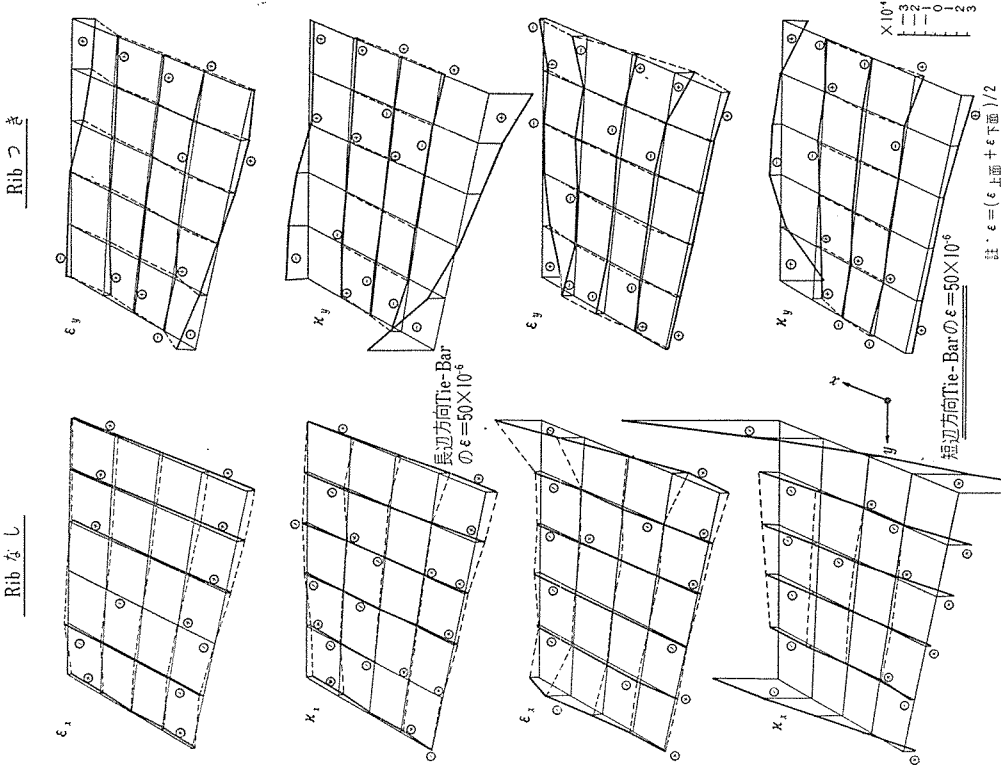
註(1) 荷重; 全面等分布 Total Load 40kg
 A: リブなし, Tie-Barなし A': リブ付, Tie-Barなし
 B: リブなし, Tie-Barあり B': リブ付, Tie-Barあり
 註(2) $\epsilon = (\epsilon_{上面} + \epsilon_{下面})/2$ 但し, ϵ の符号は伸びを⊕とす

図一7 全面等分布荷重を与えたときのシャーレの曲げヒズミ度



註(1) 荷重, 全面等分布, Total Load 40 kg
 A: リブなし, Tie-Bar なし, A': リブ付, Tie-Bar なし
 B: リブなし, Tie-Bar あり, B': リブ付, Tie-Bar あり
 註(2) $x = \epsilon$ 下側 $-\epsilon$ 上側, 但し, ϵ の符号は伸びを \oplus とす。

図一8 Tie-Bar にヒズミを与えたときのシャーレのヒズミ度



註: $\epsilon = (\epsilon_{\text{上側}} + \epsilon_{\text{下側}}) / 2$
 $x = (\epsilon_{\text{下側}} - \epsilon_{\text{上側}}) / 2$
 但し, ϵ の符号は伸びを \oplus 縮みを \ominus とす

の直応力を吸収してシェル内の直応力を減少させ、その結果、変形を抑制し曲げをも減少させているものと考えられる。このリブの丈はそのスパンの約 1/60 にすぎないが、シェル応力度およびタワミの減少に対し非常に効果がある。

b) Tie-Bar の使用によりシェル周辺の山形ラーメンの変形を抑制するので縁バリおよびリブの曲げモーメントを、いちじるしく減少させるのみならず、シェル周辺から発生するシェルの断面力とくに曲げの大きさを減少させている。

図-9 主応力の方向

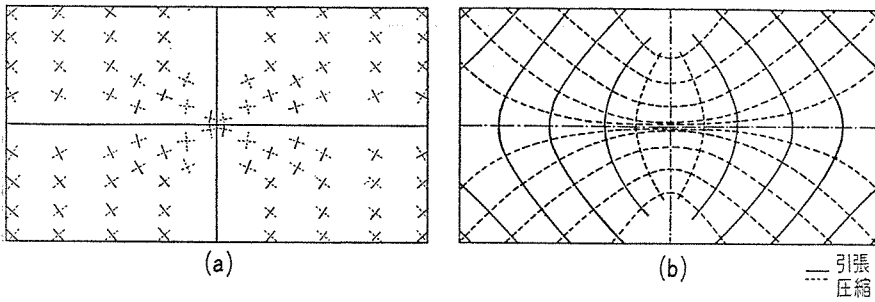
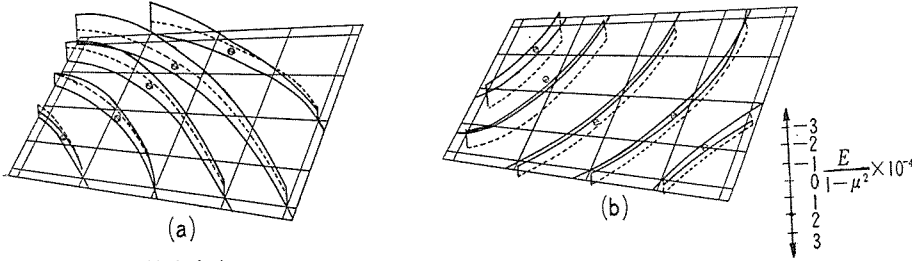
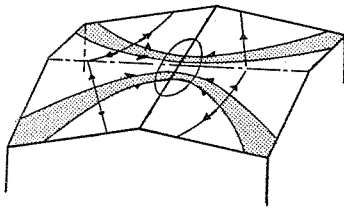


図-10 主応力の大きさ



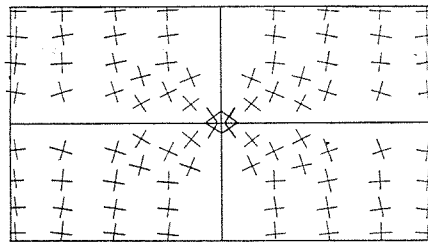
圧縮応力度

図-11 力の流れ



引張応力度

図-12 最大せん断力の方向

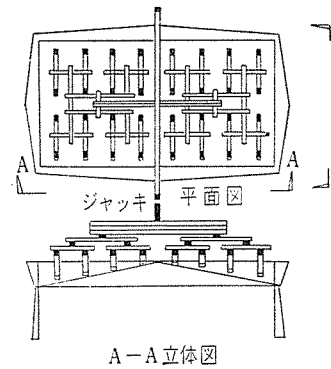


する。これに反し引張応力は、膜理論によるそれより小さい。

図-12 に最大せん断力の方向を、図-13 に最大せん断力の大きさを示す。図中の点線は膜理論によるせん断力の大きさである。せん断力の方向は屋根の周辺部では膜理論に一致するが、中央部では全くずれている。しかしせん断力の大きさは膜応力のそれとほとんど等しい。

(2) モルタル製模型による H P シェル屋根の実験

図-14

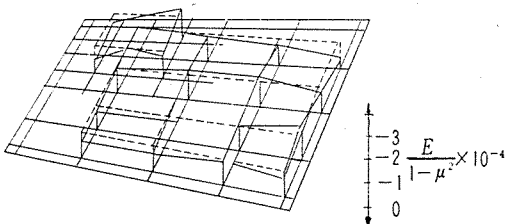


c) リブつきシェルに Tie-Bar のみを締めつけた場合のシェルの曲げヒズミ度 (図-8) は全面等分布荷重のリブつきシェル (Tie-Bar あり) の曲げヒズミ度と全く逆の応力度を示している。すなわち Tie-Bar をあらかじめ締めつけることにより縁バリおよびシェルにプレストレスを与えることになり、シェル面上の鉛直荷重による曲げを減少させる。

屋根面等分布荷重 (総荷重 60 kg) のときの主応力度線は図-9 のようになる。力の流れを概念的に示すと図-11 のごとく、長辺スパンを張間とする二つのアーチがその頂でお互いに押し合っている状態に等しい。主応力の値を主応力線上に図示すると図-10(a) (圧縮応力度) および(b) (引張応力度) となる。圧縮応力は屋根中央付近で大きく、膜理論解による主応力値の2~3倍に達

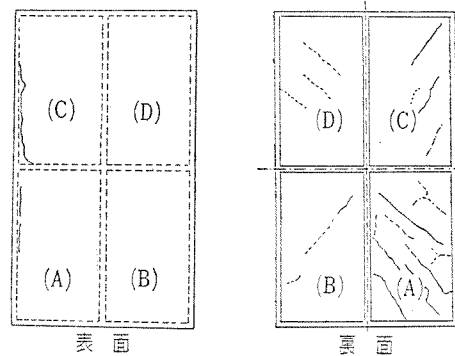
実験 1. と同じ形で実物の 1/5 大のモルタル製供試体を作り、図-14 のごとき荷重装置により、屋根面の 36 点集中荷重によって等分布荷重にかえた。ヒズミおよび変形の測定を行なったが、ここでは省略する。全荷重 4.0 t のときのシェル面のキレットを図-15 に示す。キレットは縁バリに対し 45° の方向にシェル下面に発生している。

図-13 最大せん断力の分布



点線は膜理論解を示す (3.15 kg/cm²), ただし荷重 60 kg の場合

図-15 モルタル製模型屋根のキレット



3. 本建物の H P シェル屋根の設計

この建物の設計にあたり前節でのべた成城学園大学体

育館の実験結果を参考とした。すなわち

a) 棟の稜線にはリブをつける。

b) 柱頭を Tie-Beam でつなぎ、なお Tie-Beam をあらかじめ緊張することにより縁バリに生ずる引張力および曲げ、シェル周縁に生ずる曲げおよび引張りを打消すようにする。

c) シェル裾部で引張力の生ずる方向に対してはコンクリートの乾燥収縮およびクリープを考慮して、φ6 mm 鋼棒を配置してプレストレス力を与えた。

ヒサシも屋根と同じ形の HP シェルで、その荷重は

DL	防 水	10 kg/m ²	計 152 kg/m ²
	コンクリート 厚 5.5 cm	132	
	プラトン	10	

水平投影面につき 155 kg/m²

LL " 60

計 215 kg/m²

膜理論によるせん断力および主断面力の大きさは

$$N_{xy} = -\frac{cP}{2} = -3\,230 \text{ kg/m}, \quad N_1 = -N_2 = -N_{xy}$$

$$\therefore \sigma_1 = -\sigma_2 = -\tau = \frac{3\,230}{100 \times 5.5} = 5.88 \text{ kg/cm}^2$$

シェル縁におけるせん断力は前節の実験により膜理論値を採用してよい

が棟中央部における長手方向の軸圧力 N_y は膜理論の値の数倍に達する。これを推定するため棟における N_y の分布を図一

16 のように三角形分布に仮定する。y 方向の釣合より

$$N_{y0} = \frac{2b}{a \cos \beta} N_{xy} = 2 \times \frac{8.25}{6 \times 0.9806} N_{xy} = 2.8 N_{xy}$$

すなわち膜理論による値の3倍程度の圧縮を生ずる。

屋根を支持する山形ラーメンの設計は、HP シェル縁のせん断力が縁バリに与える軸力、縁バリ自重による山形ラーメンの曲げ応力および地震力によるラーメンの曲げモーメントに対して行なえばよい。HP シェル縁のせん断力による水平推力および山形ラーメンの自重による水平推力の和に対して柱頭を水平移動させないように、この推力に等しい力を Tie-Bar に与え、山形ラーメン部材の曲げモーメントおよびシェル面内の曲げモーメントを打消すようにする。この結果、シェルの曲げモーメントはきわめて小さくなっていると思われる。Tie-Bar

には次のプレストレス力を与えた。

表-3

Tie-Bar	プレストレス力			使用PC鋼棒
	シェルの推力	ラーメンの推力	合計	
TB ₁	28.2 t	12.6 t	40.8 t	4-P φⅢ 24
TB ₂	41.2	5.5	46.7	4-P φⅢ 24
TB ₂ A	20.6	10.8	31.4	4-P φⅢ 20

HP シェルの裾部の引張主応力の方向（縁バリに対し 45° 方向）には収縮およびクリープによるキレツが起りやすいので、付図 2 に見るように PC 鋼棒 φ6 mm を 60 cm 間隔に配置しキレツを防止するようにした。Tie-Bar および真東 P（図-1 参照）のコンクリートを打たないで置き Tie-Bar の PC 鋼棒に所定の緊張力を与え、次にシェル内の 6 mm PC 鋼棒にプレストレス力を導入する。次に仮ワク支柱を除去したのち、Tie-Bar および真東の鋼棒をコンクリートで被覆した。

配筋の詳細については付図 1, 2, 3 を参照していただきたい。

5. 結 言

切妻型 HP シェル屋根の模型に鉛直荷重をのせた場合、および Tie-Bar を緊張した場合の応力について述べ、この結果にもとづき実際の鉄筋コンクリート HP シェルの Tie-Bar を緊張することによりプレストレスを導入した。建築工事費および資材は次のとおりである。

建築工事費	10 177 200 円
コンクリート	148 m ³
鉄 筋	14.1 t
仮 ワ ク	1 055 m ²

参 考 文 献

- 1) F. Aimond : Etude statique des voiles minces en paraboloïde hyperbolique travaillant sans flexion, Int. Assoc. Bridge Struct. Eng., Publ. 4 1936
- 2) K. Tester : Beitrag zur Berechnung der hyperbolischen Paraboloidschale, Ing.-Arch. 1947
- 3) Felix Candela : Structural Applications of Hyperbolic paraboloid shells. Jour. A.C.I. Jan. 1955
- 4) 坂 静雄 : ハイパボリック・パラボロイド曲板屋根の変形, 建築学会研究報告 No.18, 昭 27.5 および建築学会論文集 No.45, 昭 27.12
- 5) 松岡 理 : HP シェルについての研究 (1) shallow HP シェルの曲げ理論, 建築学会論文報告集第 66 号, 昭和 35 年 10 月
- 6) 岡本 剛 : 四枚組合せ HP シェル屋根の模型実験, 日本建築学会関東支部第 27 回研究発表会概要集, 1960 年 1 月
- 7) 新建築 1959, Vol.34, 9 月号, 成城学園第 2 体育館 (筆者: 工博 岡本建築設計事務所長)