

# コンクリートの硬化温度と打継により生じる温度応力

内 田 聰 吉\*

## 1. ま え が き

わが国にPCの技術が輸入されてから年月がたつにつれて、施工されるPC橋のスパンは漸次大きくなり、今後ますます長大スパンのPC橋が施工される傾向にある。設計の上からはPC橋が長大スパンでその経済性をいちじるしく発揮することは明らかであるが、それを実現するには施工の面でも種々な問題を解決してゆく必要がある。

ここにとりあげたコンクリートの打継により生じる元応力も、つぎのような理由から長大スパンPC橋施工にともなって解決してゆくべき問題の一つであると思う。

(1) スパンが大きくなるにつれて必然的に断面寸法も大きくなり、コンクリート打設のさいに部材に生じる硬化熱による温度上昇も高くなる。

(2) 長スパンPC橋の施工に当っては、短スパンに比してどうしても、打継目を要する場合が多く、その数も多くなる。

(3) PC橋はRC橋に比して鉄筋量が少ないので、普通設計に考えていない原因によって引張応力が生じた場合にひびわれを生じやすい。

本研究は、本誌5巻3号で報告した東海道新幹線矢作川橋の施工にさいして製作した橋梁と同断面の試験けたのコンクリート打設時の温度上昇測定結果を、理論解析結果と比較し、それをもとにして打継により生じる応力について検討し、さらに乾燥収縮の影響もしらべたものである。未解決な点も多く、不備なものではあるが、今後この方面の研究に少しでも役にたてばと思ひここに報告することにする。

## 2. 試験けたと測定の方法

試験けたの構造は図-1に示すように本橋梁と同断面で長さ6mのもので、左側の3mは本橋梁の支間中央断面(以下支間中央とよぶ)と同じであり、右側の3mは支点付近断面(以下支承上とよぶ)と同じである。左右の中間に厚さ25cmの隔壁が設けられている。試験けたは矢作川の堤防上に製作して、本橋梁に近い条件で試験測定ができるようにした。

型わくは木製型わくを用い、幕板の厚さは2.4cmである。コンクリートの配合を表-1に示す。試験けたの

\* 国鉄 名古屋幹線工事局

図-1 試験けた構造図

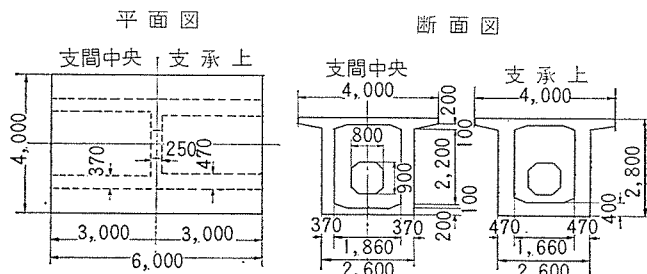


表-1 コンクリートの配合

骨材最大寸法 (mm)	スランプ (cm)	水セメント比 (%)	S/A (%)	空気量 (%)	コンクリート 1m <sup>3</sup> に対する重量				
					セメント (kg)	水 (kg)	砂 (kg)	砂利 (kg)	ポゾリス No. 5 (kg)
40	3~5	36.4	30	2±1	390	142	557	1324	1.95

注：使用セメントは宇部普通ポルトランドセメントである。

左側の半分は下床版腹部と上床版と2回に分けて、下床版腹部を37年11月3日、上床版を11月5日に打設した。右側は11月8日に全断面を続けて打設した。

試験けたにはあらかじめ定められた位置に、熱電対とカールソン型ひずみ計を埋めこんでおき、打込んだコンクリートの温度変化、ひずみ度の測定をおこなった。

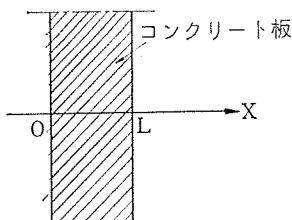
## 3. けた断面各点の温度変化と元応力

### 1) 温度変化をあらわす理論式

この章では図-1の箱型断面コンクリート部材各点のコンクリート打設以後における温度変化の理論計算値と測定結果とを比較し、断面内の不均一な温度変化に起因する温度応力を検討する。まず温度変化をあらわす理論式を求め、本節で述べる事柄のうち数式の誘導、方程式の解の求め方などの理論的な部分は熱伝導論の書<sup>1)</sup>にくわしく示されているので結果のみを示し、理論式にあらわれるコンクリート特有の物理定数や境界条件についてその性質と用いた数値についてくわしく説明する。

図-1の箱形断面を上床版、腹部、下床版などこれを組立てる平板にわけて、さらにこの平板を無限の広さを持ち、広さ方向に一樣な温度変化をする(このように仮定しても組立平板の交差点付近以外では実状に十分あうことは4.の打継付近の温度変化を参照してわかる)と考える。平板の面と直角に図-2のように座標軸をとると、コンクリート部材内の温度変化は一次元の熱伝導の

図-2



問題として、

$$\text{基礎微分方程式} : \frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{a}{\lambda} w \dots \dots \dots (1)$$

の

$$\text{表面条件} : \left[ \frac{\partial \theta}{\partial x} + h(\theta - \theta) \right]_{x=0} = 0 \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{初期条件} : [\theta]_{t=0} = \psi_0 \dots \dots \dots (3)$$

による解として表わされる。式中、 $\theta = \theta(x, t)$  は温度(°C)、 $t$  はコンクリートを打込んでからの経過時間(h)、 $a$  はコンクリートの温度伝導率(m<sup>2</sup>/h)、 $\lambda$  はコンクリートの熱伝導率(kcal/mh°C)、 $w = w(x, t)$  はコンクリートの発熱量(kcal/m<sup>3</sup>h)、 $h$  はコンクリート表面の相対熱伝達率(1/m)、 $\theta$  は外気温(°C)、 $\psi_0 = \psi_0(x)$  は  $t=0$  におけるコンクリート内の温度(°C)である。

さて式(1),(2),(3)から解を求めるにあたって、式中の記号で示されるもののうち  $w, a, h, \psi_0, \theta$  などを知らなければならない。

$w$ について コンクリート打込み以後の発熱量は断熱時間温度変化をあらわす式<sup>5)</sup>

$$A = A_0(1 - e^{-bt}) \quad \text{から}$$

$$w = C_r \frac{dA}{dt} = C_r A_0 b e^{-bt} \dots \dots \dots (4)$$

として得られる。この場合  $w$  は  $x$  に関係しない。 $C_r$  は熱量の単位をもつものであるが  $C_r = \lambda/a$  の関係から式(1)から消去でき、 $A_0 b$  は実験によって求めることができる。本研究で著者はこの試験をしてないのでPC施工研究会<sup>5)</sup>が示している測定値(アサノポルトランドセメントを使用)から判断して  $A_0$  は使用セメント量に比例して増減し、 $A_0 b$  は普通セメントならばメーカーによって(アサノと宇部)変らないと仮定し、 $A_0 = 50^\circ\text{C}$ 、 $b = 0.040 \text{ 1/H}$ (コンクリートの打込温度が  $10^\circ \sim 20^\circ\text{C}$ )、 $b = 0.050 \text{ 1/H}$ (コンクリートの打込温度が  $20^\circ \sim 30^\circ\text{C}$ )として計算した。これによって

$$w = C_r \cdot 2.0 e^{-0.040t} : \text{打込温度 } 10^\circ \sim 20^\circ\text{C}$$

$$C_r \cdot 2.5 e^{-0.050t} : \text{打込温度 } 20^\circ \sim 30^\circ\text{C}$$

.....(5)

と与えられる。

$a$ について  $a$ (m<sup>2</sup>/h) はコンクリートの温度伝導率で、コンクリートの内部を熱が伝わる速さを示すものである。通常のコンクリートの配合で、温度が  $0^\circ\text{C} \sim 50^\circ\text{C}$

の範囲で、 $a$  は一定で  $0.0023 \text{ m}^2/\text{h}$  であることが知られている<sup>3)</sup>。

$h$ について  $h$  は表面から熱が発散する速さを示す係数であり、吉田博士の室内実験によれば  $h = 4.6 \text{ 1/m}$  であり、室外ではそのときの天候によって複雑に変化する。本研究の計算値は一応室内の2倍の  $h = 9.2 \text{ 1/m}$  を用いた。

$\theta$ について  $\theta$  は外気温で、日変化をしさらに毎日平均気温が変わるので複雑に変化するのであるが、これを時間的に変化させると解が複雑な形になるので、ここでは変化しないものとしコンクリートうちみ後数日間の平均気温を用いた。

$\psi_0$ について  $\psi_0$  はコンクリートを打込んだときの温度で、コンクリート部材内で一定であると考え、 $\psi_0 = \theta_i^\circ\text{C}$  とする。 $L$  はコンクリート版の厚さである。

以上で式(1),(2),(3)の各記号で示されるものの具体的な値を知ることができた。なおこれらの数値には条件の異なる場所での測定結果がふくまれているので、正確な温度変化の計算をするためにはさらに精度のよい測定値を得る必要がある。

式(1),(2),(3)の解は

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta \dots \dots \dots (6)$$

の形式であらわすことができ、 $\theta_1, \theta_2$  はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta_1}{\partial t} &= a \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} + \frac{a}{\lambda} w \\ \left[ \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + h\theta_1 \right]_{x=0} &= 0, \quad \left[ \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + h\theta_1 \right]_{x=L} = 0 \\ [\theta_1]_{t=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta_2}{\partial t} &= a \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} \\ \left[ \frac{\partial \theta_2}{\partial x} + h\theta_2 \right]_{x=0} &= 0, \quad \left[ \frac{\partial \theta_2}{\partial x} + h\theta_2 \right]_{x=L} = 0 \\ [\theta_2]_{t=0} &= \theta_i - \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

の解となる。式(7)の解は Green 関数

$$G(x, x', t) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-a P_n^2 t} \frac{(h \sin P_n x + P_n \cos P_n x)}{(h^2 + P_n^2)L + 2h} \cdot (h \sin P_n x' + P_n \cos P_n x')$$

$$P_n : \tan PL = 2Ph/(P^2 - h^2) \text{ の正根} \dots \dots \dots (9)$$

を用いて

$$\theta_1 = \frac{1}{C_r} \int_0^t \int_0^L G(x, x', t-\tau) \cdot w(x', \tau) dx' d\tau \dots \dots \dots (10)$$

で与えられ、これに式(4)、式(9)を代入して整理すると

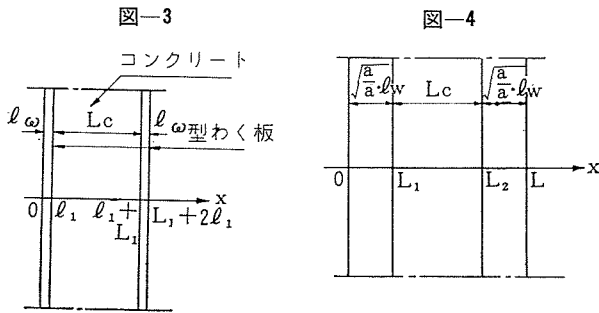
$$\theta_1 = 4 A_0 b h \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{a P_{2j-1}^2 - b} (e^{-bt} - e^{-a P_{2j-1}^2 t}) \times \frac{(h \sin P_{2j-1} x + P_{2j-1} \cos P_{2j-1} x)}{[(h^2 + P_{2j-1}^2)L + 2h] \cdot P_{2j-1}} \dots (11)$$

となる。式 (8) の解は

$$\theta_2 = 4h(\theta_i - \theta) \sum_{j=1}^{\infty} e^{-a P_{2j-1}^2 t} \times \frac{(h \sin P_{2j-1} x + P_{2j-1} \cos P_{2j-1} x)}{P_{2j-1} [(h^2 + P_{2j-1}^2)L + 2h]} \dots (12)$$

となる。式 (11), (12) を式 (6) に代入してコンクリート打込み後の時間温度変化をあらわす理論式が得られる。

式 (6) は型わくがないと考えた場合の解であるが、実際にはコンクリートの表面のうち上面以外は必ず型わくがあるので型わくの理論的取扱いについて検討する。木材の熱伝導率が小さいので、木製型わくはコンクリートの保温に効果があることがよく知られており、吉田博士によればこれは幕板の厚さの5倍程度のコンクリートがあるのと同程度の効果であるとされている<sup>3)</sup>。このことをいま考えているコンクリート版について検討する。図-3のように厚さ  $L_c$  のコンクリート版の両側に厚さ  $l_1$  の幕板がある場合である。結論だけを示せばこの場合の



温度変化は変数  $x$  を適当にとることによって、やはり式 (1), (2), (3) の解として与えられる。すなわち幕板の厚さを  $\sqrt{a/a'} l_1^{(*)}$  にひきのぼして 図-4 のように  $x$  座標をえらべば型わく表面の相対熱伝導率  $h_w$  を  $h' = h_w \sqrt{a'/a}$  に変えて

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x'^2} + \frac{a}{\lambda} w \dots (13)$$

$$\left[ \frac{\partial \theta}{\partial x'} + h'(\theta - \theta) \right]_{x=0} = 0, \quad \left[ \frac{\partial \theta}{\partial x'} + h'(\theta - \theta) \right]_{x=L} = 0 \dots (14)$$

$$[\theta]_{t=0} = \theta_0' \dots (15)$$

が成立し、型わくのない場合と全く同一の方法で解を求めることができる。ただし型わくは発熱しないので解の形に少し相異があり

$$\theta = 2A_0 b \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-bt} - e^{-a P_n^2 t}}{a P_n^2 - b} \cdot \frac{(h \sin P_n x' + P_n \cos P_n x')}{(h^2 + P_n^2)L + 2h} \times \left[ \frac{h}{P_n} (\cos P_n L_1 - \cos P_n L_2) + \sin P_n L_2 - \sin P_n L_1 \right] + 2(\theta_i + \theta) \sum_{n=1}^{\infty} e^{-a P_n^2 t}$$

(\*) : ( $a'$  は型わく材料の温度伝導率である。数値計算では  $\sqrt{a'/a} = 5$  とした)

$$\times \frac{(h \sin P_n x' + P_n \cos P_n x')}{(h^2 + P_n^2)L + 2h} \cdot \left[ \frac{h}{P_n} (\cos P_n L_1 - \cos P_n L_2) + \sin P_n L_2 - \sin P_n L_1 \right] + \theta \dots (16)$$

となる。なお式 (6), 式 (16) で示される温度変化のうち、第1項はコンクリートの硬化熱のみによって生ずる温度変化、すなわちコンクリート打込み時のコンクリートの温度と外気温とが等しくその後外気温が一定であるとしたときの時間温度変化関係をあらわす。第2項はコンクリートの打込み時のコンクリート温度が外気温より  $(\theta_i - \theta)$  だけ高いためにこれが冷却して外気温と等しくなる間の過程を示す。第3項は外気温である。また式中の無限級数は非常に収れんがよいので  $n=1$  をとればほぼ十分である。計算値は  $n=1$  をとった。

### 2) コンクリート打込み以後の時間-温度変化関係

試験けた各部のコンクリート打込後約100時間までの温度変化を 図-5 に示す。図-6 (a) は支間中央の腹部中点 図-6 (d) は支承上の腹部中点の温度変化であり最高温度が高く、冷却するまでの時間も長い。両者とも気温日変化の影響を受けていない。図-6 (b) は下床版中央の温度変化で腹部より最高温度が低く、冷却時間も短かく、気温日変化の影響を多少受けている。図-6 (c) は上床版の温度変化である。C<sub>1</sub> は版上をシートで覆っているために、覆っていない C<sub>2</sub> 点より高い温度上昇を示している。両方とも気温日変化の影響がみとめられる。図-6 の各 Case について 1) で示した方法で計算した値を書き入れてある。図-6 (a) と 図-6 (d) の腹部中央の温度変化では測定値の方が最高温度が 5°~8°C 高くなっているが、これは箱型断面内部は温度が外気温より高い(温度測定結果によればコンクリート打込後 50h にわたって 4°~10°C 高くなっている) ことを計算で無視しているためであると考えられる。b 点では底床版上表面が箱型断面内にあるため放熱が少なく、測定値の方が高い温度を示している。C<sub>1</sub> 点の場合は、上面をシートで覆ってあるため温度が高くなっていることは C<sub>2</sub> 点と比較してわかる。これらのことや計算上の諸仮定を考えれば、測定値と計算値は近い値を示しているものといえる。

図-5 各点の時間温度変化関係測定点位置

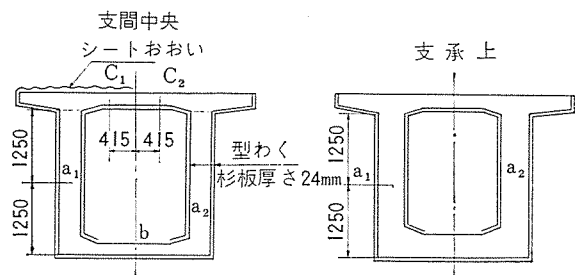


図-6(a) 測定点  $a_1, a_2$

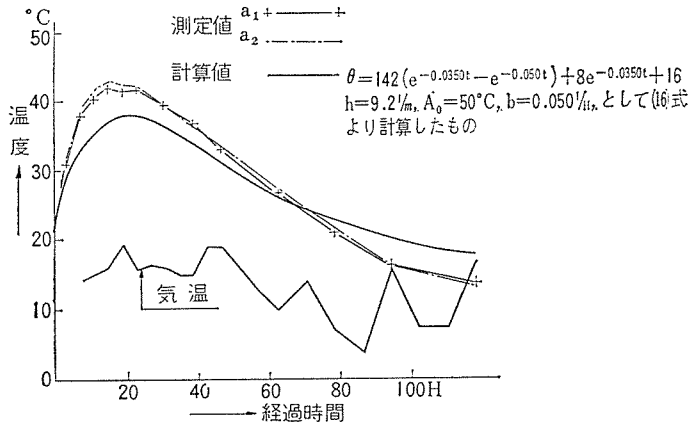


図-6(b) 測定点  $b$

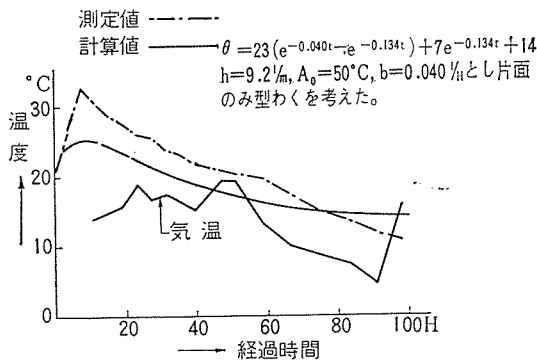


図-6(c) 測定点  $c_1, c_2$

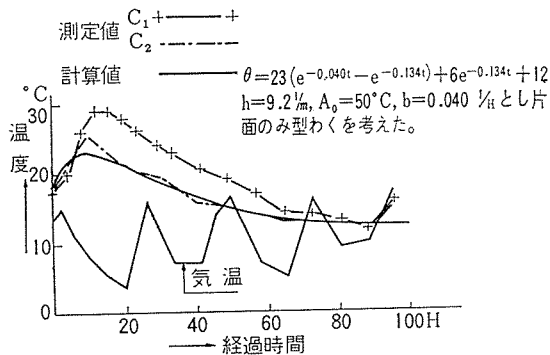
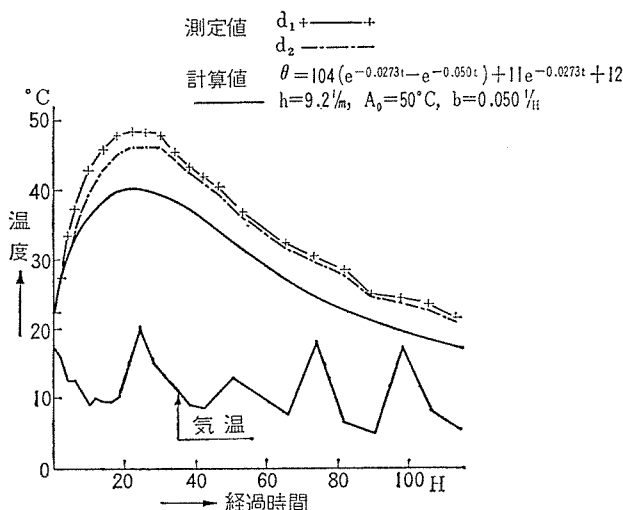


図-6(d) 測定点  $d_1, d_2$



3) けた断面内に生じる温度応力

断面内で温度が複雑に変化すると、それにとともに体積変化をしようとするが、これが自由にできず拘束されているために内部応力が発生する。前節に示したけた各部の温度変化から、内部応力発生機構としてつぎの2つの場合が考えられる。まず図-5からわかるように同時に打設した下床版と腹部とで、硬化中に温度差が生じ(48時間後で  $\Delta\theta = 12^\circ\text{C}$ )、硬化後 100 時間ほどで一樣になるのであるが、このため下床版と腹部とで温度降下量の差ができ内部応力を発生する。つぎに下床版、腹部がすでに硬化を終わって、その温度も外気温と同一になってから打設される上床版コンクリートが硬化中に温度上昇して前者との間に温度差を生じ(48時間後で  $\Delta\theta = 5^\circ\text{C}$ )、硬化後 80 時間ほどで一樣になるため、このときの温度降下量の差によって内部応力が発生する。温度変化をする間にコンクリートは硬化が進み、強度弾性係数を増してゆき、また以前に生じた内部応力の一部はクリープによってなくなっていくため、温度変化による内部応力を正しく求めることは不可能である。材令 2~4 日のコンクリートの弾性係数を一定と考え、この間にクリープがなく、また温度変化も上記の各部材内で一樣であると仮定して、内部応力を計算すると図-7のようになる。図で実線で示したものはけたが単純に支承され曲げ変形が自由にできる場合であり、点線で示したものは剛体上にあつて曲げ変形が全くできない場合である。実際にはけたはある程度弾性沈下をする型わく支保工で支えられているのでこの中間にあるのであろう。図-7によれば、けたに生じる引張応力度は、第一の場合で  $6.5 \sim 15 \text{ kg/cm}^2$ 、第二の場合で  $4.6 \sim 8.5 \text{ kg/cm}^2$  である。実際には計算仮定を考えるとこれよりいくぶん下まわるものと思われる。この応力度は内部応力であるためコンクリートのクリープによって次第に減少して、例えば材令 4 日で  $\sigma_{t=4}$  なる内部応力は、最終的には  $\sigma_{t=\infty} = \sigma_{t=4} \times e^{-\rho} = 0.100 \sigma_{t=4}$  (表-2 参照) となりほとんど残らないものである。プレストレス導入時にはまだクリープによる応力低下がないので、外力による応力と内部応力がかさなって作用するから注意を要する。いづ

表-2 コンクリートの諸数値

材令 (日)	$E$ $\times 10^5$ $\text{kg/cm}^2$	$k$	$\varphi$	$e^{-\rho}$	圧縮強さ $\sigma_c$ $\text{kg/cm}^2$	引張強さ $\sigma_t/10$ $\text{kg/cm}^2$
4	2.30	1.50	2.3	0.100	296	29.6
7	3.10	1.40	2.1	0.122	339	33.9
28	3.30	1.00	1.5	0.223	406	40.6

注:  $k, \varphi$  は Din から採用。材令 4 日における  $E$  は推定値。他は現場養生の供試体による測定値。

(a)  $\Delta\theta = 12^\circ\text{C} \rightarrow 0$  で生ずる温度応力  
( $E = 2.3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$  でクリープを考えない場合)

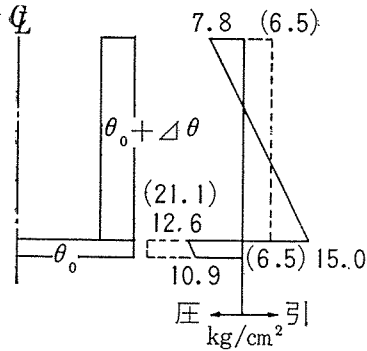
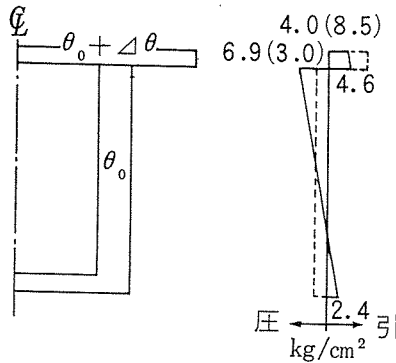


図-7

(b)  $\Delta\theta = 5^\circ\text{C} \rightarrow 0$  で生ずる温度応力  
( $E = 2.3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$  でクリープを考えない場合)



の解として与えられる。式 (17) を解くにあたって式中の  $a, h, \theta$  については 3.1) と同じ値を用いることができる。

$w$  について  $w$  はコンクリートの発熱量であり、新しく打設されたコンクリートのみが発熱があるので、打込温度  $20 \sim 30^\circ\text{C}$  では式 (5) から

$$w = C_r \cdot 2.5 e^{-0.050t} \quad \left. \begin{array}{l} 0 \leq x \leq L \\ 0 \leq y \\ y < 0 \end{array} \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

れにしても本橋梁の場合には、これによってけたにひびわれのほどのできるほどの大きい引張応力度は生じない。

4. 垂直打継目付近の温度変化と元応力

1) 温度変化をあらわす理論式

この章では 1. の試験げた 図-1 の左側が硬化し外気温と等しくなってから右側を打設したために生じた境界付近の不均一な温度変化について、その測定値を示し、またその理論式を導きこれと比較する。またこのような温度変化により生じる元応力のおよその値を求める。

図-8

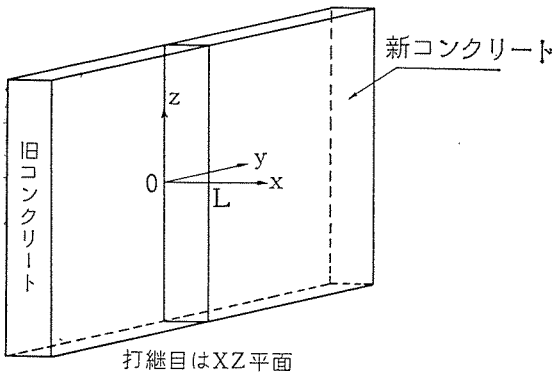


図-8 のようなコンクリート版について考える。座標系を図のようにとる。コンクリート板の高さが厚さに比して大きいから、 $Z$  方向には無限に広がっているものとする。旧コンクリートが外気温に一致し常温になった後に新コンクリートを打設した場合、それ以後の点  $(x, y)$  の温度  $\theta$  は二次の熱伝導の理論から

$$\left. \begin{array}{l} \text{基礎微分方程式: } -\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) + \frac{a}{\lambda} w \\ \text{表面条件: } \left[ \frac{\partial \theta}{\partial x} + h(\theta_i - \theta) \right]_{x=0} = 0 \\ \text{初期条件: } [\theta(x, y)]_{t=0} = \Psi_0(x, y) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

と表わすことができる。すなわち、 $w$  は  $y \geq 0$  に存在し、 $y < 0$  に存在しない。これが打継目付近の温度分布が不均一となる原因の一つである。

$\Psi_0(x, y)$  について  $\Psi_0(x, y)$  はコンクリート打設時の各点の温度分布をあらわし、旧コンクリートはすでに外気温  $\theta$  と一致しており、新コンクリートの打込温度は一律に  $\theta_i$  と考えられるから、 $\theta$  を温度の 0 点にとれば

$$\Psi_0(x, y) = \left. \begin{array}{l} \theta_i - \theta \quad 0 \leq x \leq L; y \geq 0 \\ = 0 \quad 0 \leq x \leq L; y < 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

新コンクリートと旧コンクリートとの打込み時における温度差が、打継目付近で温度分布が不均一となる第二の原因となっている。これで式 (17) の係数の具体的な値を知ることができた。

式 (17) の解は  $w=0$  のときの解と  $\theta_i - \theta = 0$  のときの解と  $\theta$  との和としてあらわされる。 $w=0$  のとき基礎微分方程式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (20)$$

表面条件は

$$\left[ \frac{\partial \theta}{\partial x} + h(\theta_i - \theta) \right]_{x=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

初期条件は

$$[\theta]_{t=0} = \left. \begin{array}{l} \theta_i - \theta = \theta_0 \quad y \geq 0 \\ = 0 \quad y < 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

となる。式 (20), (21) を満足する Green 関数は各変数についての一次元の Green 関数の積として

$$G(x, y, x', y', t) = G_x(x, x', t) \cdot G_y(y, y', t) \dots\dots\dots (23)$$

によって求められる。 $G_x(x, x', t)$  は式 (9) で与えられ

$$G_y(y, y', t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi at}} e^{-\frac{(y-y')^2}{4at}} \dots\dots\dots (24)$$

である。 $w=0$  のときの解  $\theta_1$  は Green 関数の性質から

$$\begin{aligned} \theta_1(x, y, t) &= \int_0^L \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, x', y', t) \cdot [\theta]_{t=0} dy' dx' \\ &= 2h(\theta_i - \theta) \sum_{j=1}^{\infty} e^{-aP_n^2 t} \\ &\quad \times \frac{h \sin P_{2j-1}x + P_{2j-1} \cos P_{2j-1}x}{P_{2j-1}[(h^2 + P_{2j-1}^2)L + 2h]} \\ &\quad \times \left(1 + \operatorname{erf} \frac{y}{2\sqrt{at}}\right) \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

式中  $\operatorname{erf}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^Z e^{-\eta^2} d\eta$  でありこれは誤差関数から求めることができる。

つぎに  $\theta_i - \theta = 0$  の場合の解は式 (18) と式 (23) を用いて Green 関数の性質から

$$\begin{aligned} \theta_2(x, y, t) &= \frac{1}{C_r} \int_0^L \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^t G_x(x, x', t-\tau) \\ &\quad \times G_y(y, y', t-\tau) w(x', y', \tau) d\tau dy' dx' \\ &= 2A_0bh \sum_{n=1}^{\infty} \frac{h \sin P_n x + P_n \cos P_n x}{P_n [(h^2 + P_n^2)L + 2h]} \\ &\quad \times \int_0^t e^{-aP_n^2(t-\tau) - b\tau} \\ &\quad \times \left(1 + \operatorname{erf} \frac{y}{2\sqrt{a(t-\tau)}}\right) d\tau \dots\dots\dots(26) \end{aligned}$$

と求られる。結局式 (17) の解は式 (25), (26) から

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta \dots\dots\dots(27)$$

となる。解のうち  $\theta_2$  は積分の形で与えられるが、具体的な数値は数値積分によって求めることができる。

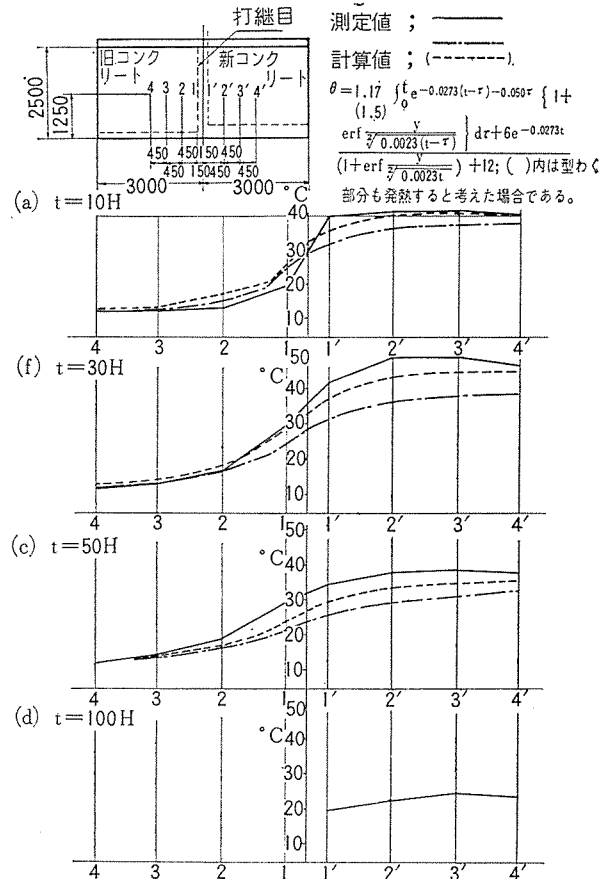
表面に木型わくがある場合には  $x$  方向には 3., 2) と同じ考えを用い、 $y$  方向には型わくがコンクリートと同一の温度伝導率をもつものとするれば解は

$$\begin{aligned} \theta &= (\theta_i - \theta) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(h^2 \sin P_n x + P_n \cos P_n x)}{(h^2 + P_n^2)L + 2h} \\ &\quad \times \left[ \frac{h}{P_n} (\cos P_n L_1 - \cos P_n L_2) + \sin P_n L_2 - \sin P_n L_1 \right] \\ &\quad \times \left(1 + \operatorname{erf} \frac{y}{2\sqrt{at}}\right) e^{-aP_n^2 t} + A_0 b \sum_{n=1}^{\infty} \\ &\quad \times \frac{(h^2 \sin P_n x + P_n \cos P_n x)}{(h^2 + P_n^2)L + 2h} \\ &\quad \times \left[ \frac{h}{P_n} (\cos P_n L_1 - \cos P_n L_2) + \sin P_n L_2 - \sin P_n L_1 \right] \\ &\quad \times \int_0^t e^{-aP_n^2(t-\tau) - b\tau} \left(1 + \operatorname{erf} \frac{y}{2\sqrt{a(t-\tau)}}\right) d\tau + \theta \end{aligned} \dots\dots\dots(28)$$

2) 垂直打継目付近の温度変化

試験けたの温度測定値から、あとで打設した支承上コンクリート打設後 10 h, 30 h, 50 h, 100 h 経過時の打継目付近腹部中点の温度変化を整理して図-8 に示す。図からわかるように打継目付近の温度変化は急激で、打継目から約 60 cm 以上離れた点では一様な温度となっている。そして打継目付近以外では、旧コンクリートは外気温近く一定であり、新コンクリートでは図-5(a) のような温度変化をする。時間的には打設後 30 h で新旧の

図-9 打継目付近の温度分布

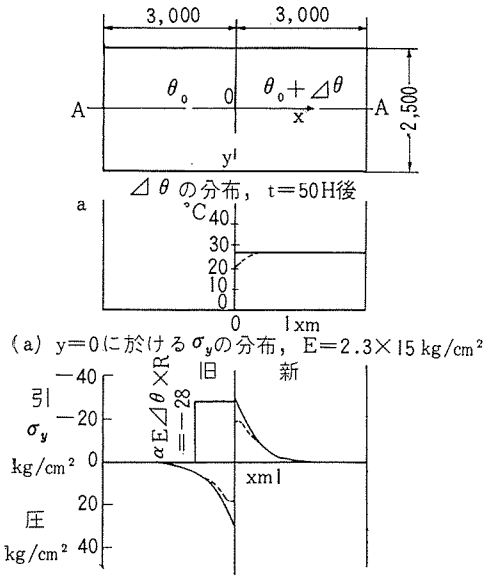


差が最も大きく 36°C であり、100 h では全体がほぼ一定温度になる。図-8 で点線で示したものは式 (28) による計算値である。ただしこれは腹部厚 47 cm 型わく厚 2.4 cm で計算しているのて試験けたが新旧コンクリートで腹部の厚さが変化しているのと異なっている。新コンクリートの最高温度の測定値が計算値より高いのは 3., 2) でのべたように箱型内部の温度が高いためと考えられる。また計算の際用いた諸数値が推定値であることもこの差の原因となっている。これらのことを考慮して計算値は測定値とよく一致しているものといえる。

3) 垂直打継目付近に生ずる元応力

打継目付近においてコンクリートの温度は 4., 2) に述べたように変化し、分布するが、これにともなう体積変化が自由にできないことから、内部応力が生じる。図-9 から考えられる内部応力の発生機構としてつぎの二つの場合がある。第一は、新コンクリート打設後 10~30 h に旧コンクリートの境界付近のみが温度上昇するため、旧コンクリートに生じる応力である。この場合は境界面で自由面であるために大きい引張応力は生じない。第二は新コンクリートの硬化中に温度上昇し旧コンクリートとの間に温度差(図-9 から  $t=50 h$  で  $\Delta\theta \approx 26^\circ C$ )を生じ、その後冷却して  $t=100 h$  までに  $\Delta\theta \rightarrow 0$  となるために生じる内部応力である。この場合は、新旧コンクリ

図-10  $\Delta\theta \rightarrow 0$  による温度応力



トは打継目で接し伸縮が拘束されているために大きい応力が発生するものと考えられるので、この場合のみ検討する。まえにも述べたようにコンクリートは時間の経過とともに温度変化、強度増大および弾性係数増大をする。また内部応力が生じて、その一部はクリープによって失なわれる。これらを考慮して内部応力の正しい値を求めることは困難であるので、ここでは  $t=50 \text{ h} \rightarrow 100 \text{ h}$  の間に  $E=2.3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$  一定、クリープがない状態で  $\Delta\theta \rightarrow 0$  (図-10 (a)) となったときの応力として求めてみる。この場合に壁体 (腹部) に発生する応力についてはすでに光弾性実験による実験研究、弾性論による研究があり、この結果をあてはめてみると、新旧コンクリートに発生する応力は 図-10 (b) のようになる。図-10 (b) は京大森助教授が示した、剛体で一辺を拘束された半無限帯状壁の温度応力分布図<sup>9)</sup> ( $\Delta\theta = \text{一定の場合}$ ) に拘束物が同形の弾性壁体であるために適用される拘束度  $R$ <sup>7)</sup> ( $=1/(1+K)^{0.7} = 1/2$ ;  $K = E_{\text{新}}/E_{\text{旧}} = 1$ ) を乗じたものである。 $\Delta\theta$  は実際には一定でなくて 図-10 (a) に点線で示したように分布するので、これによっては  $\sigma_y$  は減ずる。これを全体の応力状態には影響をおよぼさない局部的な温度応力と考えると、 $\Delta\theta = \text{一定の場合}$  から減ずると 図-10 (b) の点線のようになる。図-10 (b) からわかるように  $x=0$  上で新コンクリートに生じる引張応力度  $\sigma_y$  は打継目付近で最も大きく  $\sigma_y = 20 \text{ kg/cm}^2$  であり、打継目から腹部高さの  $1/2$  はなれた点では  $\sigma_y = 0$  である。

垂直打継目付近に生じる元応力としては、温度応力の他に、温度降下と同じ作用をする乾燥収縮による応力が考えられる。乾燥収縮の時間的な進み方については、現在までに多くの研究があるが、ここでは試験げた内部に埋込んだカールソンひずみ計による測定値から平均値と

図-11 試験けた時間-硬化収縮量曲線

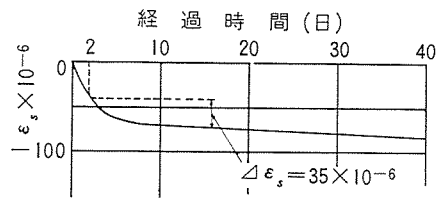
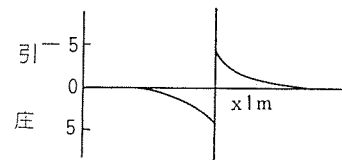


図-12 新コンクリート硬化収縮によって生ずる応力  $y=0$  における  $\sigma_y$  の分布

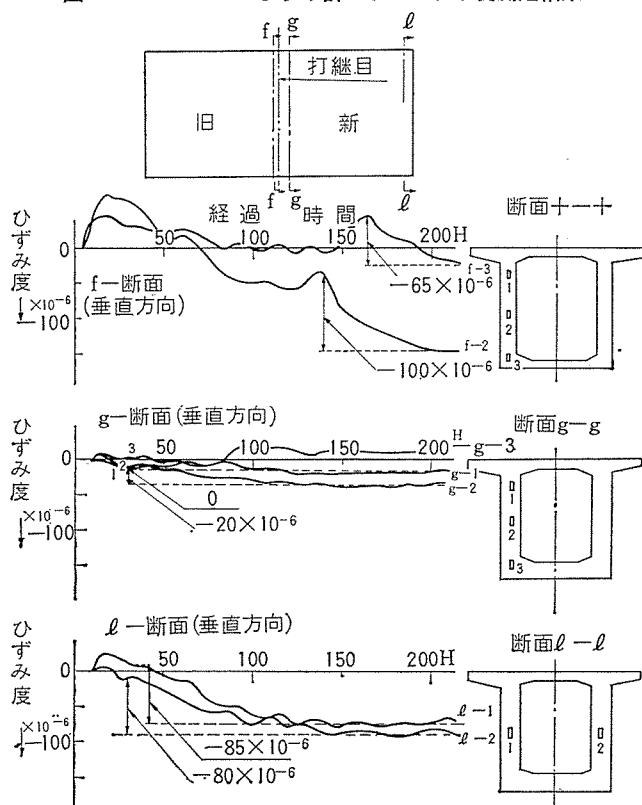


して 図-11 に示すような時間乾燥収縮量曲線を得たので、これを用いて上記元応力を簡単に解析してみる。図-11 において材令 5 日以後はほとんど収縮が進まないことから、新コンクリート打設後の旧コンクリートの乾燥収縮を無視する。新コンクリートは打設後 2 日で硬化し、その後の乾燥収縮によって内部応力が発生するものとする。この内部応力は新コンクリートが  $\Delta\epsilon_s = 35 \times 10^{-6}$  収縮しようとし、これが旧コンクリートによって拘束されるために生じる応力として温度応力の場合と同様にして 図-11 のようになる。この場合最大引張応力度  $E \cdot \Delta\epsilon_s \times R = -4 \text{ kg/cm}^2$  であり、温度によるものより小さい。

以上の解析は諸仮定のもとに行なったので、実際に生じる  $\sigma_y$  はこれといくらか異なった値となるものと考えられる。温度応力はコンクリートのクリープのために上記の値よりいくらか下まわり、乾燥収縮によるものは材令 2 日以前の収縮を無視しているために上記の値をいくらか上まわると考えられる。また引張応力度の大きさは最大  $-24 \text{ kg/cm}^2$  であってコンクリートの引張強度よりいく分小さい。試験げたにはひびわれはみられなかったが、コンクリート部材断面がさらに大きくなったり、早強セメントを使用した場合、 $\Delta\theta$  が大きくなるから、打継目付近の引張応力度が大きくなり、ひびわれのぞれがある。

図-13 にコンクリート打設後数日間における腹部垂直方向のひずみ度測定結果を示してある。これから新コンクリート打設後  $30 \sim 100 \text{ h}$  の間に打継目付近に  $\sigma_y$  が発生している状況がわかる。すなわち  $f$  断面は旧コンクリート境界付近であるが、旧コンクリート打設後漸増した収縮ひずみ度が新コンクリート打設後  $30 \text{ h}$  からみかけの収縮ひずみ度の割合が大きくなっている。これはこの点で温度上昇にともなう伸びが抑制され、圧縮応力が生じていることを示すものと考えられる。また新コンク

図-13 カールソンひずみ計によるひずみ度測定結果



リート打継目付近の  $g$  断面の測定点とこれから離れた  $l$  断面の測定点との収縮ひずみの変化を比較すると  $l$  断面の方が収縮ひずみが大きく、 $g$  断面では小さい。これは  $g$  断面では引張応力が生じて収縮ひずみがさまたげられていることを示しているものと考えられる。これらの圧縮応力、引張応力をひずみ度測定値から求めてみると、図-13 の各数値から  $f$  断面の圧縮応力は  $E=2.3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$  として  $\sigma_y=18 \text{ kg/cm}^2$ 、 $g$  断面の引張応力は  $\sigma_y=-16 \text{ kg/cm}^2$  となり、図-10 (b) および 図-12 の計算値とおおよその大きさとしては近い値となる。

## 5. 結 び

以上、箱型断面コンクリート部材および垂直打継目をもつコンクリート部材の温度変化と元応力について、理論と実験をもとに検討したが、これをまとめてみると、

(1) コンクリート部材の打設以後の時間-温度変化関係は、コンクリートの温度伝導率、断熱温度上昇曲線、

型わくの形状、コンクリートおよび型わくの相対熱伝達率、外気温、打設時コンクリート温度、などを知れば解析的に求めることができる。

(2) 箱型断面では一般に上床版コンクリートを腹部および下床版コンクリート硬化後に打設するため温度差を生じ、上床版コンクリート硬化後温度差がなくなるために内部応力を生じる。また腹部と下床版の温度上昇高が異なることによっても同様に内部応力を生じる。温度下降時に生じる応力をクリープ、 $E$  の変化を無視して計算すると矢作川橋梁の場合、最大引張応力度  $\sigma \approx -15 \text{ kg/cm}^2$  であり必ずしも鉄筋などで補強の必要はないが、条件によってはこれがさらに大きくなることから注意を要する。

(3) けたの垂直打継目付近では旧コンクリートと新コンクリートで温度差が生じるが、この温度分布は (1) に示した諸数値を知れば解析的に求めることができる。

(4) 垂直打継目付近に生じる温度応力は矢作川橋梁の場合、最大引張応力度  $\sigma_y=-20 \text{ kg/cm}^2$  となり、乾燥収縮によるものは  $\sigma_y'=-4 \text{ kg/cm}^2$ 、計  $\sigma_y=-24 \text{ kg/cm}^2$  となる。打継目付近を鉄筋などで補強しておくことよ。

なお、本報告は国鉄小寺技師のご指導のもとに取りまとめたものであり末筆ながら深く謝意を表するものである。

## 参 考 文 献

- 1) 甲藤好郎：熱伝導論、1956、共立、応用力学講座、1-C.
- 2) Timoshenko and Goodier：Theory of Elasticity、1951、McGraw-Hill Book Company、U.S.A.
- 3) 吉田徳次郎：Studies on Cooling of Fresh Concrete in Freezing Weather、1961、吉田徳次郎博士論文集、土木学会
- 4) 小寺重郎：吉井川橋梁の設計と施工について、1961、最近におけるプレストレスト コンクリート、土木学会
- 5) PC 施工研究会：コンクリートの温度上昇などの性質を考慮した場合のプレストレスト コンクリート構造物の施工、セメントコンクリート、昭和 38 年 2、3 月号、日本セメント技術協会
- 6) Chuji Mori：Analysis of Thermal Stresses in Rectangular Plates Restrained at an Edge、Proc. 9th Japan Nat. Congr. for Appl. Mech. (1959)、p. 61、1960.
- 7) 森 忠次：一辺が拘束された三角形ならびに 四角形板の熱応力と拘束度について、土木学会論文集、昭和 38 年 1 月 1964.2.10・受付

## 転勤 (または転居) 御通知の御願い

会誌発送その他の場合、勤務箇所の連絡先が変更になっていて、お知らせがないため郵便物の差戻しを受けることがたびたびあります。不着の場合お互に迷惑になるばかりでなく、当協会としても二重の手数料と送料とを要することになりますので、御変更の場合はハガキで結構ですからただちに御一報下さるようお願いいたします。