報　告

鋼線端のすべり込みによる緊張力の減退

坂　静　雄*

1．緒　言

表記の問題はプレストレス導入の実務に当る者は，日常手掛けていることであり，従来実用上の解法も明かにされている[1),2)]。定着に移る直前の緊張力 P とすべり込み量 Δl が与えられていて，定着直後の緊張力と，すべりのおよぶ範囲を求めるのが主目的である。この古い問題をあえてここにのせるのは著者の方法——同一図表を利用して，曲線緊張材，直線緊張材，さらに曲線と直線を連接した緊張材の場合を解く——を提案するにある。

2．基礎および近似事項

（1）摩擦の取扱い

緊張材の方向変化 α_g，長さ x に対する摩擦を考慮して，緊張端から x のところの緊張力 P_x は

$$P_x=P\cdot e^{-(\mu\alpha_g+\lambda x)} \quad\cdots\cdots(1)$$

で計算する。本論では緊張材の幾何学的図形から決る方向変化と長さを α_g, x（α_g も x の関数）とし，

$$\mu\alpha_g+\lambda x=\mu\left(\alpha_g+\frac{\lambda}{\mu}x\right)=\mu\alpha$$

$$\alpha=\alpha_g+\frac{\lambda}{\mu}x \quad\cdots\cdots(2)$$

で規定される等価または計算上採用する方向変化 α を採用する。これにともなって幾何学上の曲率半径 ρ_g と計算に用いる曲率半径 ρ とは，s を曲線に添う長さとし，

$$s=\rho_g\cdot\alpha_g=\rho\cdot\alpha$$

したがって，

$$\rho=\frac{\alpha_g}{\alpha}\rho_g \quad\cdots\cdots(3)$$

で結ばれている。結局

曲線緊張材	直線緊張材
$\alpha=\alpha_g+\frac{\lambda}{\mu}x\cdots(2)$	$\alpha=\frac{\lambda}{\mu}x\ \cdots\cdots(2')$
$\rho=\frac{\alpha_g}{\alpha}\rho_g\cdots\cdots(3)$	$\rho=\frac{\mu}{\lambda}\ \cdots\cdots(3')$

を用い，式（1）は

$$P_x=P\cdot e^{-\mu\alpha} \quad\cdots\cdots(4)$$

の形に表現する。

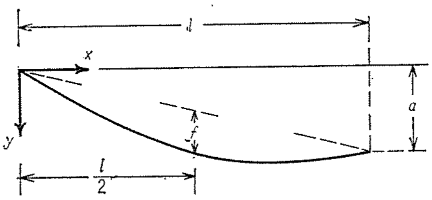
（2）近似事項

曲線の代表としてフラットパラボラ（図—1 参照）

$$y=\frac{a}{l}x+\frac{4f}{l}\left(x-\frac{x^2}{l}\right)$$

をとる。

図—1



$$\alpha_g=\frac{8f}{l^2}x$$

$$\rho_g\doteqdot\frac{l^2}{8f}$$

ρ_g は $\rho_g\doteqdot-1\Big/\frac{d^2y}{dx^2}$ とした近似式で求め，x に無関係な一定値となっている。曲率半径にこの近似式を用いる限り，$ds=\rho_g\cdot d\alpha_g=dx$ となり，曲線に添う長さの代りに材軸に添う長さをとってよいことになる。

緊張端と，そこから x の距離の間における緊張材の伸びの計算は両限界点における緊張力の算術平均を基礎とする。もちろんこの場合両限界の間で曲率半径の変化がない場合である。式で書けば

$$\delta=(P+P_x)x/2EA \quad\cdots\cdots(5)$$

とすることである。これに対し，厳正値は

$$\delta=\frac{1}{EA}\int_0^\alpha P_x\,\rho\,d\alpha=\frac{P}{EA}\rho\frac{1}{\mu}(1-e^{-\mu\alpha}) \quad\cdots(6)$$

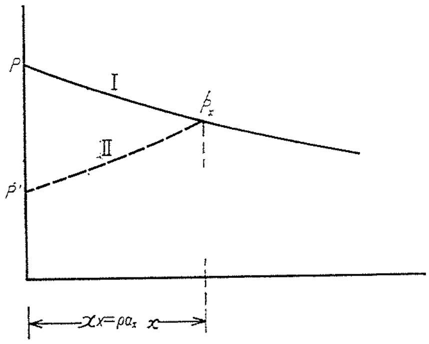
であるが，普通起る $\mu\alpha$ の値の範囲では実用上（計算尺使用による数値）両者の差はない。

3．材端すべり込みの影響

（1）ρ 一定なる場合

図—2 においてⅠ曲線は緊張時の緊張力分布を表わし既知曲線 $P_x=Pe^{-\mu\alpha}$ である。またⅡ曲線は緊張材の端がすべり込んだ後の緊張力の分布を表わし，方向は決っ

図—2



* 会長　京都大学名誉教授

ているが，位置は未知である。すなわち P_x, P', x(または $\mu\alpha_x$) は未知である。この3未知数のうち実際の未知数は2で，他の1つは自然に決る。例えば P_x と x がわかれば，II曲線の方向が決っているから，P' は自然に決る。2未知量を決めるにはI曲線の経過と鋼線の材端におけるすべり込み Δl を用いる。Δl は緊張時の x 間における伸び（両端緊張力は P, P_x）とすべり込みの起った後の伸び（両端緊張力 P', P_x）の差であるから式 (5) の近似を用い

$$\Delta l=\left(\frac{P+P_x}{2EA}-\frac{P'+P_x}{2EA}\right)x=\frac{P-P'}{2EA}x \quad \cdots(7)$$

となる。P_x はすべり込みの影響の消えるところの緊張力で

I曲線からは　　$P_x=P\cdot e^{-\mu\alpha_x}$

II曲線からは　　$P_x=P'\cdot e^{+\mu\alpha_x}$

が成立し，この両式から

$$P'=P\cdot e^{-2\mu\alpha_x} \quad \cdots\cdots(8)$$

を得る。式 (7), (8) が未知量 P' と x を決める条件式である。式 (8) を式 (7) に代入し，かつ，

$$x=\rho\alpha_x \quad \cdots\cdots(9)$$

を用いると，

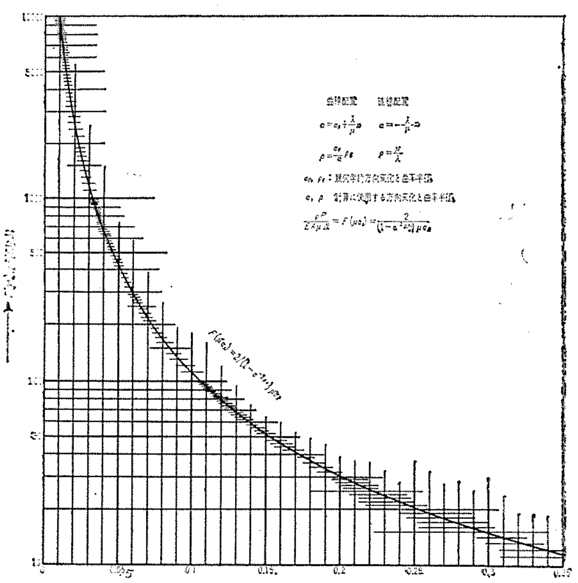
$$\Delta l=\frac{P\rho}{2EA}(1-e^{-2\mu\alpha_x})\alpha_x$$

となり，これを書き改めて次式を得る。

$$\frac{\rho P}{EA\mu\Delta l}=\frac{2}{(1-e^{-2\mu\alpha_x})\cdot\mu\alpha_x}=F(\mu\alpha_x) \quad \cdots(10)$$

左辺は既知数だけから計算して求められる。右辺は $\mu\alpha_x$ だけの関数であるから，これを $F(\mu\alpha_x)$ とおき，$\mu\alpha_x$ と $F(\mu\alpha_x)$ の関係を図表に作っておく。図—3は式 (10) にもとづいて上記図表を作成したもので，計算値 $\rho P/EA\mu\Delta l$ を y 軸上にとって，対応する $\mu\alpha_x$ を読めば式 (10) の根である $\mu\alpha_x$ の値がすぐわかる。これがわかれば

図—3



$$\left.\begin{aligned}P_x&=P\cdot e^{-\mu\alpha_x}\\P'&=P\cdot e^{-2\mu\alpha_x}\\x&=\rho\cdot\alpha_x\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(11)$$

によってすべり込み発生後の緊張力およびすべり込みの影響範囲がすべてわかる。

Karl Kordina および Josef Eibl 両博士は緊張材伸びを式（6）で求め，式 (10) の代りに次式をえた[3]。

$$\frac{\rho P}{EA\mu\Delta l}=\frac{1}{1-2e^{-\mu\alpha_x}+e^{-2\mu\alpha_x}} \quad \cdots\cdots(12)$$

式 (10) 右辺と式 (12) 右辺はほとんど同じ値であることは表—1を見ればわかる。またすべり込みの影響のおよぶ範囲では $\mu\alpha_x$ の値は通常きわめて小さい。$\mu\alpha_x$ の微少な値（例えば $\mu\alpha_x<0.03$）に対しては式 (10) も式 (12) も

$$\frac{\rho P}{EA\mu\Delta l}=\frac{1}{(\mu\alpha_x)^2} \quad \cdots\cdots(13)$$

となる。式 (13) の範囲ではあえて図表化する必要はない。

（2）　曲率半径が途中で変る場合

代表的には図—4 (a) に示すように端部 AB の範囲が曲線，BC 部分が直線で，端部すべり込みの影響が直線部分にもおよぶときである。この場合でも解法の原理は前と同様であるが式 (10) のように左辺は既知，右辺は未知数 $\mu\alpha_x$ だけの関数というように都合よく分離できない。それで解が困難になる。しかし図—4の曲線部の終点Bをとおる断面をあたかも定着面のように考え，ここのすべり込み量 Δl_b がわかれば，P_b は既知であるから BC の範囲は前の場合と同様に解決できる。それでまず Δl_b に仮定値を用い，これによって x を求め，Δl_b の更改値を計算して，これを考えて第2仮定値を決める。これをくり返して正しい x と Δl_b を求めるのがよい。

表—1

$\mu\alpha_x$	式(10)右辺	式(12)右辺
0.01	10 000	10 000
0.05	420	420
0.10	110.7	110.5
0.15	51.5	51.55
0.20	30.33	30.42
0.25	20.33	20.42
0.30	14.76	14.87
0.40	9.08	9.20
0.50	6.33	6.46
0.60	4.77	4.92
0.70	3.79	3.94

Δl_b の第1近似値を決めるには，かりに曲線部の曲率半径が図—4のB以外にもおよぶものとして，**3.(1)** の方法によって，すべり込みの影響の消える点の $\mu\alpha_{x1}$ を決める。B点に対応する $\mu\alpha$ を $\mu\alpha_b$ とし，$\mu\alpha_{x1}>\mu\alpha_b$ なるときは，すべり込の影響が B 点を越える。このとき

$\varDelta l_b$ の第1近似値として

$$\varDelta l_b=\varDelta l\frac{\mu\alpha_{x1}-\mu\alpha_b}{\mu\alpha_{x1}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

とする。$\varDelta l$ は定着面Aにおけるすべり込み量である。P_b（既知）と仮定値 $\varDelta l_b$ から 図―**4** の x, P_x, P_b', P' を求め，

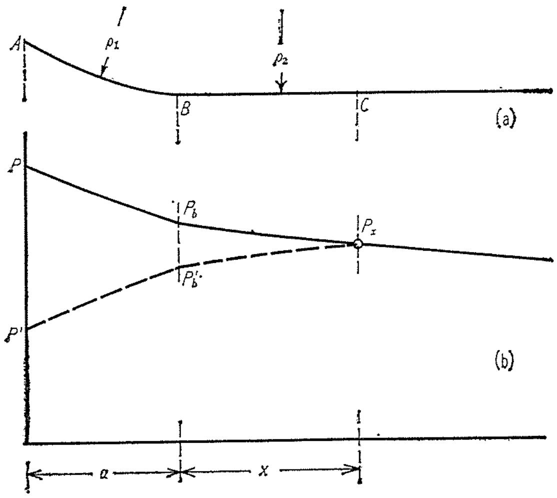
$$\varDelta l_b=\varDelta l-\frac{a}{2EA}(P+P_b-P_b'-P')\cdots\cdots\cdots(15)$$

を求める。この更改値をそのまま第2近似値として使用すると収れんが悪い。それは正しい値を飛び越えて，振動的にだんだん正しい値に近づくためである。それで第2近似値としては

第2近似値＝1/2（初の仮定値＋その更改値）

とすると前後の $\varDelta l_b$ が 2～3 回の計算反覆で一致するようになる。

図―4



a：曲線部分のはり長

α_b：AからBまでの α の価

α_x：BからCまでの α の価

ρ_1：AからBまでの ρ の価

ρ_2：直線部分の計算上の ρ の価

正しい $\mu\alpha_x$ が求まったら

P

$P_b=P\cdot e^{-\mu\alpha_b}$

$P_x=P_b\cdot e^{-\mu\alpha_x}=Pe^{-\mu(\alpha_b+\alpha_x)}$

$P_b'=P_xe^{-\mu\alpha_x}=Pe^{-\mu(\alpha_b+2\alpha_x)}$

$P'=P_b'e^{-\mu\alpha_b}=Pe^{-\mu(2\alpha_b+2\alpha_x)}$

$x=\rho_2\alpha_x$

$a+x=a+\rho_2\alpha_x$

で緊張力の分布が決定する。

4．計　算　例

（1）曲率半径が一定の場合

緊張材は ϕ10.8 mm ストランド6本のケーブル5本が使用されていて，

$E=1.95\cdot10^6$ kg/cm^2, $A=5\times6\times0.703=21.1$ cm^2,

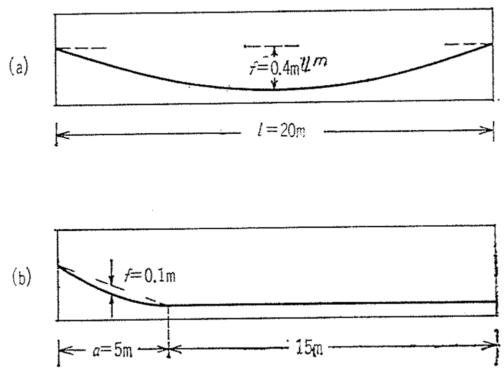
$EA=1.95\times21.1\times10^6=41.1\cdot10^6$ kg

である。ケーブル1本当り定着前の緊張力は 48 t，したがって，

$P=5\times48=240$ t

ケーブル重心を連ねた曲線は 図―**5**（a）に示すように全長 $l=20$ m に対し $f=0.4$ m のフラットパラボラとする。

図―5



この曲線から，

$\rho_g=l^2/8f=400\div3.2=125$ m

$\alpha_g=x/\rho_g=0.008x$　全開角 $\alpha_l=0.16$

摩擦に対しては $\mu=0.3$, $\lambda=0.005$ m^{-1} が与えられている。

$$\alpha=\alpha_g+\frac{\lambda}{\mu}x=0.008x+\frac{0.005}{0.3}x=0.02466x$$

$$\rho=\frac{\alpha_g}{\alpha}\rho_g=\frac{0.008x}{0.02466x}125=40.55\text{ m}$$

定着時のすべり込み量は $\varDelta l=0.5$ cm が与えられている。

$$\frac{\rho P}{EA\mu\varDelta l}=\frac{4055\times240000}{41.1\times10^6\times0.3\times0.5}=157.7=F(\mu\alpha_x)$$

図―**3** の図表から $\mu\alpha_x=0.083$ が求められる。

$P_x=Pe^{-0.083}=240\times0.920=221$ t

$P'=Pe^{-2\times0.083}\qquad=203$ t

すべり込みのおよぶ範囲　$x=\rho\alpha_x=40.55\times0.083\div0.3=11.2$ m$=0.56\,l$

（2）直線状緊張材配置のとき

緊張材の構成，定着前緊張力 P, および μ, λ, $\varDelta l$ の数値は計算例と同じとする。ただ緊張材重心を連ねた形は直線とする。

$\rho=\mu/\lambda=0.3\div0.005=60$ m

$$\frac{\rho P}{EA\mu\varDelta l}=233.3$$

図―**3** の図表から $\mu\alpha_x=0.07$

$\alpha_x=0.07/\mu=0.233=x/\rho$

$$x=0.233\,\rho=0.233\times60=14\,\mathrm{m}$$

$$P_x=240\times e^{-0.07}=240\times0.932\,39=223.6\,\mathrm{t}$$

$$P'=223.6\times0.932\,39=208.5\,\mathrm{t}$$

（3） 曲線と直線を連接した緊張材配置のとき

P, $\varDelta l$, μ, λ, EA は前例どおりとする。緊張材重心を連 らねた形は **図—5** (b) に示すように，端部 5 m の間は $f=0.1$ m のフラットパラボラとし，その他は切線方向の直線とする。

曲線部分

$$\rho_g=l^2/8f=25\div0.8=31.25\,\mathrm{m}$$

$$\alpha_g=x/\rho_g=0.032\,x$$

$$\alpha=\alpha_g+(\lambda/\mu)x=0.032\,x+0.016\,66\,x=0.048\,66\,x,$$

$$\alpha_b=0.2433$$

$$\rho_1=(\alpha_g/\alpha)\rho_g=0.032\div0.048\,66\times31.25=20.55\,\mathrm{m}$$

直線部分　$\rho_2=\mu/\lambda=0.3\div0.005=60\,\mathrm{m}$

かりに曲線部分が全部にわたるとして試算する

$$\frac{\rho_1\cdot P}{EA\,\mu\varDelta l}=\frac{2\,055\times240\,000}{41.1\times10^6\times0.3\times0.5}=80$$

図—3 により　$\mu\alpha_x=0.12>\mu\alpha_b=0.073$

上記のとおり，すべり込みの影響は直線部分まで入る。

$$P=240\,\mathrm{t}$$

$$P_b=Pe^{-\mu\alpha_b}=240\times e^{-0.073}=240\times0.929=223\,\mathrm{t}$$

図—4 のB断面におけるすべり込み量の第1近似値は

$$\varDelta l_b=\varDelta l\frac{\mu\alpha_x-\mu\alpha_b}{\mu\alpha_x}=0.5\times\frac{0.12-0.073}{0.12}=0.196\,\mathrm{cm}$$

P_b と仮定値 $\varDelta l_b$ から

$$F(\mu\alpha_x)=\frac{\rho_2 P_b}{EA\,\mu\varDelta l_b}=\frac{6\,000\times223\,000}{41.1\times10^6\times0.3\times0.196}$$

$$=\frac{108.6}{\varDelta l_b}=554$$

図—3 から　$\mu\alpha_x=0.043\,5$

$$P_x=P_b e^{-\mu\alpha_x}=223\times e^{-0.0435}=223\times0.957=213.3\,\mathrm{t}$$

$$P_b'=P_x e^{-0.0435}=204.0\,\mathrm{t}\qquad P'=P_b'e^{-0.073}=189.5\,\mathrm{t}$$

$\varDelta l_b$ の更改値は式 (15) から求める。

$$\varDelta l_b=0.5-\frac{500}{2\times41.1\times10^6}(240+223-204-189.5)\times10^3$$

$$=0.5-6.08(240+223-204-189.5)10^{-3}$$

$$=0.5-0.423=0.077$$

$\varDelta l_b$ の第2近似値としては

$$\varDelta l_b=1/2(0.196+0.077)=0.136$$

とする。以上の計算および第2近似値を用いる以下の計算を計算書の形で示すと **表—2** のようになる。

表—2　計　算　書

	第1次	第2次	第3次
$\varDelta l_b$ (仮定値)　(cm)	0.196	0.136*	0.123*
$F(\mu\alpha_x)=108.6\div\varDelta l_b$	554	800	882
$\mu\alpha_x$ (図表から)	0.043 5	0.036	0.034
$e^{-\mu\alpha}$	0.957	0.964	0.966
$P_x=223\cdot e^{-\mu\alpha}$　(t)	213.3	215	215
$P_b'=P_x e^{-\mu\alpha x}$　(t)	204.0	207	208
$P'=P_b'\times0.929$　(t)	189.5	192	193
$463-P_b'-P'=\Sigma P$　(t)	69.5	64	62
$\Sigma P\times6.08\cdot10^{-3}=\varDelta a$ (cm)	0.423	0.390	0.377
$\varDelta l_b$(更改値)$=0.5-\varDelta a$ (cm)	0.077	0.110	0.123

* $\varDelta l_b$ の次回近似値=1/2 (前回近似値+その更改値)

表—2 のように第3次までの計算で前後の $\varDelta l_b$ 値が一致した。P_x, P_b', P' 等は表中に t 単位で記入してある。またすべり込みの影響のある長さ x とその材端からの距離は

$$x=\alpha\rho=(\mu\alpha/\mu)\rho=0.034\times60\div0.3=6.4\,\mathrm{m}$$

$$a+x=5.0+6.4=11.4\,\mathrm{m}$$

である。

参　考　文　献

1) 猪股俊司：プレストレスト コンクリートの設計と施工，技報堂

2) プレストレッシングのノモグラム，プレストレスト コンクリート Vol. 6, No. 1, 1964.

3) Karl Kordia, Josef Eibl. B. u. St. Ht. 11, 1963.

1964.5.6・受付

(Continued from the Contents)

NEW WORK METHOD APPLIED TO HOLLOW SLAB BRIDGE

By *K. HHATA, S. HASHIMOTO* (*Page 56*)

The so-called PC hollow-slab bridge construction employing precast pre-tensioned box beams which we have previously proposed, is popularly accepted all over the country as having various advantages, such as reduced construction height, reduced dead weight and low cost of construction.

But some times we have had some difficulties about the transportation of the long beams. Now we have solved this difficulty by dividing one box beam into 3 segments, sacrificing those merits mentioned above

A central segment of about 12.5 m in length was manufactured on a Pre-tensioning bed and had PC bars, inserted during casting and vibrated into position, on the faces which were to be jointed *with the two end segments in sitsu.* These PC bars in the central segment are projected beyond the edges to be jointed.

Box end segments were provided for one central segment to joint these 3 segments to form one beam and post-tensioned with P C bars.