

プレストレスト コンクリート不静定架構の クリープ応力解析 (1)

六 車 熙*

コンクリートの乾燥収縮およびクリープによって、プレストレスト コンクリート（以下 PC と略記）部材に導入されたプレストレス力は、時の経過とともに減少する。

今日の材料を用い、現行の設計規準または指針によって設計する限り、その大きさはせいぜい 15~20% 程度である。不静定架構においては、架構各部の設計荷重による応力を通常は弾性計算によって求め、プレストレス力有効率を 0.85~0.8 程度に仮定して部材設計を行なっているが、架構を構成する各部材の乾燥収縮およびクリープによって、設計荷重による架構の応力分布がいちじるしく変化するのが普通である。このような架構の応力分布の変化によって、部材各断面の応力分布はきわめて大きくかわり、プレストレス力の減退による断面応力分布の変化はほとんど問題にならなくなることはある。すなわち、不静定架構においては、各部材のプレストレス力減退の影響よりも、設計荷重による架構応力分布のクリープによる変化の影響こそ部材設計にあたって重視する必要があるのである。クリープによる架構応力分布の変化量のことを一般にクリープ応力とよび、弾性応力分布から変化してゆく現象をクリープによる架構応力再分布とよんでいる。

本講座は、PC 不静定架構のクリープ応力の組織的解析法について講述するもので、PC 静定部材のクリープ変形、クリープ応力に関するたわみ角法基本式、架構のクリープ応力の特性などにつき、数回に分けて述べるものである。従来の弾性力学では応力と変形とが正比例の関係にあり、応力が増加すれば変形もそれに比例して増加するが、不静定架構におけるクリープ問題では、応力が増しても変形は逆に減少することもあるので、従来の弾性力学における応力と変形に関する概念で物を考えると、理解に苦しむであろうことがしばしばおこる。この点をよく注意していただきたいと考える。

第 1 章 PC 静定部材のクリープ変形

1. 概 説

弾性力学で教える不静定架構の応力解析法にはいろいろあるが、これらの最も基本的なものは静定基本構の利用である。不静定架構の各部に適当なピン節点を仮想的にそう入して、これを静定架構にかえれば、あたえられた設計荷重による架構応力は、変形を考慮することなく応力の釣合条件だけで求められる。このような静定基本構の変形は、もとの不静定架構のそれといちじるしく異なり、そう入された仮想のピン節点の左右においては、その変形が不連続となる。不静定架構の変形と一致させるためには、仮想ピン節点における変形の連続性が保たれるよう、いわゆる不静定応力を作用させる必要がある。すなわち、不静定架構の応力解析とは、上述の不静定応力を仮想ピン節点における変形の連続条件のもとにとくことである。

PC 不静定架構のクリープ応力解析でも上記弾性応力

計算方法をそのまま適用できる。すなわち、静定基本構に設計荷重による弾性応力が持続载荷して架構各部のクリープ変形が進行するが、これによって仮想ピン節点の左右における部材の変形の不連続性はますます大きくなる。したがって、仮想ピン節点に不静定持続応力を作用させて変形の連続性が保たれるようにする。この際、弾性計算と相異なる点は、不静定持続応力がクリープの進行とともに変化する応力であること、およびこれにクリープ変形を同時に考慮しなければならないことである。いずれにしても不静定応力の解析には変形の連続条件式が必要であるから、架構を構成する各部材の種々な荷重条件に対するクリープ変形を知らなければならない。本章ではこれの計算式を求めることが目的である。

2. コンクリートのクリープと乾燥収縮

PC 静定部材のクリープ変形計算式を求める前に、コンクリートのクリープおよび乾燥収縮の数式表示について簡単に述べよう。

* 工博 京都大学教授 工学部

(1) コンクリートのクリープ

コンクリートのクリープの基本的性質は、Davis-Glanvilleの法則¹⁾およびWhitneyの法則²⁾によって数式的に表示される。前者は、クリープひずみ ϵ_{ct} は持続応力 σ の荷重の瞬間における弾性ひずみに正比例し、圧縮に対しても引張りに対しても比例常数は同じであるとすると任意時間 t におけるクリープひずみは

$$\epsilon_{ct} = \frac{\sigma}{E_c} \varphi_t \dots\dots\dots(1.1)$$

で表わされる。ここに、

E_c : 応力 σ 荷重の瞬間でのコンクリートの弾性係数

φ_t : 任意時間 t における比例常数

比例常数 φ_t は、応力 σ 荷重直後からの経過時間 t の関数であり、これをクリープ係数という。

後者の法則は、一般に重ね合わせの法則とよばれるもので、同一コンクリートに同じ大きさの持続応力 σ を荷重した場合、荷重開始の時期が異なっても、任意材令におけるクリープの進行速度は同じであるとするものである。すなわち、荷重開始の時期が異なっている、同一コンクリートであれば、任意時間 t におけるクリープの進行速度は式(1.1)を t で一回微分した値

$$\frac{d\epsilon_{ct}}{dt} = \frac{\sigma}{E_c} \cdot \frac{d\varphi_t}{dt} \dots\dots\dots(1.2)$$

で表わされる。したがって、式(1.2)を積分して、

$$\epsilon_{ct} = \frac{\sigma}{E_c} \varphi_t + C \dots\dots\dots(1.3)$$

がクリープひずみの一般的表示となる。 C は積分常数であって初期条件によってきまる。たとえば、材令 t_1 から応力 σ を荷重した場合には、 $t=t_1$ で $\epsilon_{ct}=0$ であるから、式(1.3)はつぎのようになる。

$$\epsilon_{ct} = \frac{\sigma}{E_c} (\varphi_t - \varphi_{t1}) \dots\dots\dots(1.4)$$

σ_{t1} : $t=t_1$ におけるクリープ係数の値

(2) コンクリートの乾燥収縮

コンクリートは無荷重の状態におかれていても、乾燥によってもなって収縮をおこす。収縮ひずみは一般にクリープひずみと相似に進行するとして取扱われる。すなわち、任意時間 t における収縮ひずみ S_t は次式で表わされる。

$$S_t = \frac{S_n}{\varphi_n} \varphi_t \dots\dots\dots(1.5)$$

S_n : 収縮ひずみ最終値, φ_n : クリープ係数最終値

したがって、任意時間 t_1 以後の収縮ひずみは式(1.4)にならって、

$$S_t = \frac{S_n}{\varphi_n} (\varphi_t - \varphi_{t1}) \dots\dots\dots(1.6)$$

で計算される。

(3) 変化応力を受けるコンクリートのクリープ

実際のPCまたはPC部材のクリープ計算では、コン

クリート断面に作用する応力は一定不変ではなく、ときとともに変化するものである。したがって、変化応力を受ける場合のクリープひずみ計算式を求めておく必要がある。いま、時間 $t=t_1$ において一定持続応力 σ_0 が作用し、かつ、ときの経過とともに付加する応力 $\Delta\sigma_t$ (ただし、 $t=t_1$ で $\Delta\sigma_t=0$)が作用する場合を考える。応力 σ_0 および $\Delta\sigma_t$ は圧縮を正、ひずみはすべて圧縮ひずみを正とすれば、任意時間 t における全ひずみ(弾性ひずみ+クリープひずみ+収縮ひずみ) $\bar{\epsilon}_{ct}$ はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_{ct} = & \underbrace{\frac{\sigma_0}{E_c} + \frac{\sigma_0}{E_c} (\varphi_t - \varphi_{t1})}_{(\sigma_0 \text{ による弾性および } \text{クリープひずみ})} + \underbrace{\frac{\Delta\sigma_t}{E_c} + \frac{1}{E_c} \int_{t_1}^t \Delta\sigma_t \frac{d\varphi_t}{dt} dt}_{(\Delta\sigma_t \text{ による弾性および } \text{クリープひずみ})} \\ & + \frac{S_n}{\varphi_n} (\varphi_t - \varphi_{t1}) \dots\dots\dots(1.7) \\ & \text{(収縮ひずみ)} \end{aligned}$$

ただし、コンクリートの弾性係数の材令にともなう変化は無視した。なお、式(1.7)の誘導については末尾の付録に記載してある。

実際のクリープ応力計算には、時間 $t=t_1$ で応力 σ_0 を荷重した瞬間における弾性ひずみを除外したひずみ、すなわち、時間とともに増減するひずみ変化量が必要である。これを ϵ_{ct} とすれば、式(1.7)から

$$\begin{aligned} \epsilon_{ct} = & \frac{\sigma_0}{E_c} (\varphi_t - \varphi_{t1}) + \frac{\Delta\sigma_t}{E_c} + \int_{t_1}^t \Delta\sigma_t \frac{d\varphi_t}{dt} dt \\ & + \frac{S_n}{\varphi_n} (\varphi_t - \varphi_{t1}) \dots\dots\dots(1.8) \end{aligned}$$

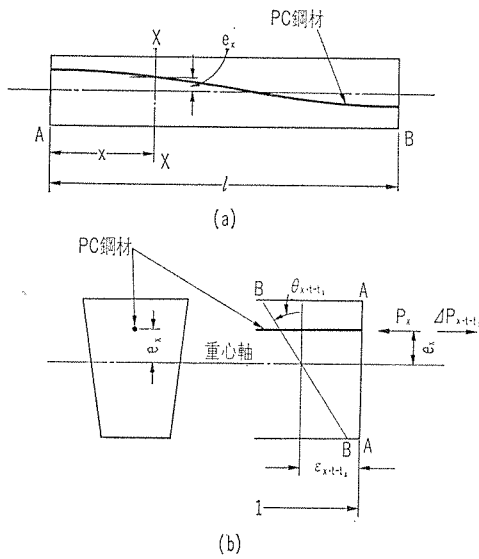
である。ここではひずみ変化量 ϵ_{ct} のことを変化応力を受ける場合のクリープひずみと呼ぶことにする。本講で述べるクリープ応力解析には式(1.8)がしばしば応用されるから、これを十分理解し記憶しておいて載きたい。

3. 単位材長あたりのクリープ変形

(1) プレストレスだけ作用する部材

PC部材のクリープ変形の精算には単位材長に対するクリープ変形を求めておかなければならない。図-1(a)のPC静定部材において、材端Aからの距離 x の位置の断面X-Xを考え、図-1(b)のようにプレストレス力 P_x (コンクリート断面に対し圧縮力を正)が偏心距離 e_x (断面重心軸から上側に正)で導入されている場合を考える。説明を簡単にするため、ここでは他の設計荷重による応力は作用しない無荷重部材を取扱い、かつ、断面に配置されているPC鋼材はすべてその図心位置に集まっているものと仮定する。プレストレス導入時を $t=t_1$ とし、導入直後から任意時間 t までの間におこるX-X断面での単位材長あたりの変形を、図-1(b)右図の

図-1



A-A および B-B で囲まれる部分で表わすことにし、断面重心軸における軸方向ひずみ $\epsilon_{x \cdot t-t_1}$ (圧縮ひずみを正)、回転ひずみ $\theta_{x \cdot t-t_1}$ (断面下縁ひずみが圧縮となる回転を正) は式 (1.8) からつぎのようになる。

$$\epsilon_{x \cdot t-t_1} = \frac{P_x}{D_c} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) - \frac{\Delta P_{x \cdot t-t_1}}{D_c} - \frac{1}{D_c} \int_{t_1}^t \Delta P_{x \cdot t-t_1} \frac{d\varphi_t}{dt} dt + \frac{S_n}{\varphi_n} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \quad \dots\dots\dots(1.9)$$

$$\theta_{x \cdot t-t_1} = \frac{M_x}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) - \frac{\Delta M_{x \cdot t-t_1}}{K_c} - \frac{1}{K_c} \int_{t_1}^t \Delta M_{x \cdot t-t_1} \frac{d\varphi_t}{dt} dt \quad \dots\dots\dots(1.10)$$

$$D_c = E_c A_c, \quad K_c = E_c I_c \quad \dots\dots\dots(1.11)$$

ここに、

P_x : 導入プレストレス力 (圧縮を正)

$M_x = P_x e_x$: 導入プレストレス モーメント (断面下縁応力が引張りとなるときを正)

$\Delta P_{x \cdot t-t_1}$: 減退プレストレス力 (引張りを正)

$\Delta M_{x \cdot t-t_1} = \Delta P_{x \cdot t-t_1} e_x$: 減退プレストレス モーメント (断面下縁応力が圧縮となるときを正)

e_x : 偏心距離 (図-1 で重心軸から上に正)

A_c : コンクリート断面積 (部材全長にわたり一様)

I_c : 断面重心軸に対するコンクリート断面 2 次モーメント (部材全長にわたり一様)

S_n : 断面重心軸における収縮ひずみ最終値

式 (1.10) には断面上下縁における収縮差による回転ひずみは無視してある。

一方、平面保持の仮定から次式を得る。

$$\Delta P_{x \cdot t-t_1} = D_{spx} \epsilon_{x \cdot t-t_1} + D_{spx} e_x \theta_{x \cdot t-t_1} \quad \dots\dots\dots(1.12)$$

$$\Delta M_{x \cdot t-t_1} = \Delta P_{x \cdot t-t_1} e_x = D_{spx} e_x \epsilon_{x \cdot t-t_1} + K_{spx} \theta_{x \cdot t-t_1} \quad \dots\dots\dots(1.13)$$

$$D_{spx} = E_{sp} A_{spx}, \quad K_{spx} = E_{sp} I_{spx} \quad \dots\dots\dots(1.14)$$

ここに、

E_{sp} : PC鋼材の弾性係数

A_{spx} : PC鋼材の断面積

I_{spx} : 断面重心軸に対するPC鋼材断面 2 次モーメント (仮定にしたがって $I_{spx} = A_{spx} e_x^2$)

式 (1.9), (1.10), (1.12), (1.13) から、 $\Delta P_{x \cdot t-t_1}$, $\Delta M_{x \cdot t-t_1}$, $\epsilon_{x \cdot t-t_1}$, $\theta_{x \cdot t-t_1}$ が求められる。結果は筆者論文に示してあるが、複雑であるのでここでは近似解を求めておくことにする。すなわち、式 (1.9) および式 (1.10) において、 $\Delta P_{x \cdot t-t_1}$ および $\Delta M_{x \cdot t-t_1}$ はそれぞれ P_x および M_x に比較してそれほど大きくなく、かつ、ときの経過とともに増大していくものであるから、 P_x および M_x によるクリープひずみにくらべ、 $\Delta P_{x \cdot t-t_1}$, $\Delta M_{x \cdot t-t_1}$ によるクリープひずみはそれほど大きくはない。したがってここでは計算の複雑さをさけるために、

$$\int_{t_1}^t \Delta P_{x \cdot t-t_1} \frac{d\varphi_t}{dt} dt \approx 0, \quad \int_{t_1}^t \Delta M_{x \cdot t-t_1} \frac{d\varphi_t}{dt} dt \approx 0 \quad \dots\dots\dots(1.15)$$

とおく³⁾。したがって、式 (1.9) および式 (1.10) は近似的につぎのようになる。

$$\epsilon_{x \cdot t-t_1} \approx \frac{P_x}{D_c} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) - \frac{\Delta P_{x \cdot t-t_1}}{D_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \quad \dots\dots\dots(1.16)$$

$$\theta_{x \cdot t-t_1} \approx \frac{M_x}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) - \frac{\Delta M_{x \cdot t-t_1}}{K_c} \quad \dots\dots\dots(1.17)$$

式 (1.12), (1.13), (1.16) および式 (1.17) を連立方程式として解けば、つぎの各式が得られる。

$$\Delta P_{x \cdot t-t_1} = \frac{\alpha x (1 - \beta_x)}{1 - \alpha_x \beta_x} \left(P_x + D_c \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_t - \varphi_{t_1}) + \frac{\beta_x (1 - \alpha_x)}{1 - \alpha_x \beta_x} \cdot \frac{M_x}{e_x} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \quad \dots\dots\dots(1.18)$$

$$\Delta M_{x \cdot t-t_1} = \Delta P_{x \cdot t-t_1} e_x = \frac{\alpha_x (1 - \beta_x)}{1 - \alpha_x \beta_x} \left(P_x + D_c \frac{S_n}{\varphi_n} \right) e_x (\varphi_t - \varphi_{t_1}) + \frac{\beta_x (1 - \alpha_x)}{1 - \alpha_x \beta_x} M_x (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \quad \dots\dots\dots(1.19)$$

$$\epsilon_{x \cdot t-t_1} = \frac{1 - \alpha_x}{1 - \alpha_x \beta_x} \left(\frac{P_x}{D_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_t - \varphi_{t_1}) - \frac{\beta_x (1 - \alpha_x)}{1 - \alpha_x \beta_x} \cdot \frac{M_x}{D_c e_x} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \quad \dots\dots\dots(1.20)$$

$$\theta_{x \cdot t-t_1} = \frac{1 - \beta_x}{1 - \alpha_x \beta_x} \cdot \frac{M_x}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) - \frac{\alpha_x (1 - \beta_x)}{1 - \alpha_x \beta_x} \cdot \frac{D_c}{K_c} e_x \left(\frac{P_x}{D_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \quad \dots\dots\dots(1.21)$$

ここに、

$$\alpha_x = \frac{D_{spx}}{D_c + D_{spx}}, \quad \beta_x = \frac{K_{spx}}{K_c + K_{spx}} \quad \dots\dots\dots(1.22)$$

式 (1.18) および式 (1.19) 右辺第 1 項は導入プレストレス力によるクリープおよび乾燥収縮によるプレストレス減退を、第 2 項は導入プレストレス モーメントによるクリープに起因する減退を表わす項である。導入プレストレス力と導入プレストレス モーメントの間には、 $M_x = P_x e_x$ なる関係があるから数式表示を P_x または M_x

のどちらかに統一して表わすことができるのであるが、ここではとくに軸圧力と曲げモーメントとの影響を明らかに表示する意味で、あえて P_x と M_x との両方をを用いて数式が示してある。

式 (1.18) および式 (1.19) において、 $\alpha_x \beta_x$ は 1 にくらべて微少であるから、

$$1 - \alpha_x \beta_x \doteq 1$$

なる近似を行なえば、

$$\Delta P_{x,t-t_1} = \left[\alpha_x (1 - \beta_x) \left(P_x + D_c \frac{S_n}{\varphi_n} \right) + \beta_x (1 - \alpha_x) \frac{M_x}{e_x} \right] (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots (1.23)$$

$$\Delta M_{x,t-t_1} = \left[\alpha_x (1 - \beta_x) \left(P_x + D_c \frac{S_n}{\varphi_n} \right) e_x + \beta_x (1 - \alpha_x) M_x \right] (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots (1.24)$$

となる。同様に式 (1.20) および式 (1.21) においても上記の近似を行ない、かつ、右辺第 1 項にくらべて第 2 項は微少であるからこれを無視すれば、

$$\varepsilon_{c,t-t_1} = (1 - \alpha_x) \left(\frac{P_x}{D_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots (1.25)$$

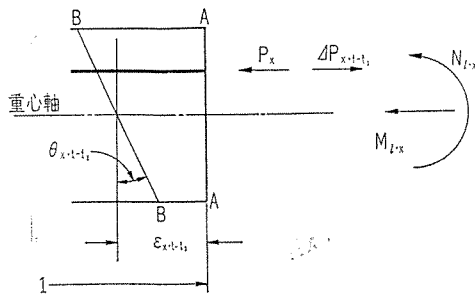
$$\theta_{c,t-t_1} = (1 - \beta_x) \frac{M_x}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \dots\dots\dots (1.26)$$

となる。

(2) 設計荷重も同時に作用する部材

実際の PC 部材にはプレストレスの他に自重その他の設計荷重による応力が作用する。図-2 はその状態を示したもので、 $t=t_1$ から作用するプレストレス以外に $t=t_2$ (ただし、 $t_2 \geq t_1$) から作用する軸方向力 N_{Ix} (圧縮

図-2



力を正) および曲げモーメント M_{Ix} (上縁応力圧縮のときを正) を考える。 N_{Ix} および M_{Ix} は設計荷重による応力であって、PC 鋼材とコンクリートをあわせ考えた、いわゆる鉄筋コンクリート断面に作用するものであるから、このうちのコンクリート断面に負担される量は、

$$(1 - \alpha_x) N_{Ix}, (1 - \beta_x) M_{Ix}$$

である。したがって、 N_{Ix} および M_{Ix} によるクリープひずみは、

$$N_{Ix} \text{ によるクリープひずみ} = \frac{(1 - \alpha_x) N_{Ix}}{D_c} (\varphi_t - \varphi_{t_2})$$

$$M_{Ix} \text{ によるクリープひずみ} = \frac{(1 - \beta_x) M_{Ix}}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_2})$$

これらを式 (1.16) および式 (1.17) にそれぞれその方向を考慮して加算すれば、任意時間 $t (\geq t_2)$ までにおこる断面重心軸における軸方向クリープひずみおよび回転クリープひずみがえられる。

$$\delta_{c,t-t_1} = \frac{P_x}{D_c} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) - \frac{\Delta P_{x,t-t_1}}{K_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) + \frac{(1 - \alpha_x) N_{Ix}}{D_c} (\varphi_t - \varphi_{t_2}) \dots\dots\dots (1.27)$$

$$\theta_{c,t-t_1} = \frac{M_x}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) - \frac{\Delta M_{x,t-t_1}}{K_c} + \frac{(1 - \beta_x) M_x}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_2}) \dots\dots\dots (1.28)$$

ただし、上式では N_{Ix} および M_{Ix} による弾性ひずみは無視してある。式 (1.12) および式 (1.13) の関係はこの場合でも同じであるから、式 (1.12), (1.13), (1.27) および式 (1.28) から 3.(1) 項の場合と同様にしてつぎの実用解が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta P_{x,t-t_1} &= \left[\alpha_x (1 - \beta_x) \left(P_x + D_c \frac{S_n}{\varphi_n} \right) + \beta_x (1 - \alpha_x) \frac{M_x}{e_x} \right] (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \\ &\quad + \underbrace{\alpha_x (1 - \beta_x) (1 - \alpha_x) N_{Ix} (\varphi_t - \varphi_{t_2})}_{\textcircled{2}} \\ &\quad + \underbrace{\beta_x (1 - \alpha_x) (1 - \beta_x) \frac{M_{Ix}}{e_x} (\varphi_t - \varphi_{t_2})}_{\textcircled{3}} \dots\dots\dots (1.29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta M_{x,t-t_1} &= \Delta P_{x,t-t_1} e_x \\ &= \left[\alpha_x (1 - \beta_x) \left(P_x + D_c \frac{S_n}{\varphi_n} \right) e_x + \beta_x (1 - \alpha_x) M_x \right] (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \\ &\quad + \underbrace{\alpha_x (1 - \beta_x) (1 - \alpha_x) N_{Ix} e_x (\varphi_t - \varphi_{t_2})}_{\textcircled{2}} \\ &\quad + \underbrace{\beta_x (1 - \alpha_x) (1 - \beta_x) M_{Ix} (\varphi_t - \varphi_{t_2})}_{\textcircled{3}} \dots\dots\dots (1.30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c,t-t_1} &= (1 - \alpha_x) \left(\frac{P_x}{D_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \\ &\quad + \underbrace{(1 - \alpha_x)^2 \frac{N_{Ix}}{D_c} (\varphi_t - \varphi_{t_2})}_{\textcircled{2}} \dots\dots\dots (1.31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_{c,t-t_1} &= (1 - \beta_x) \frac{M_x}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \\ &\quad + \underbrace{(1 - \beta_x)^2 \frac{M_{Ix}}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_2})}_{\textcircled{3}} \dots\dots\dots (1.32) \end{aligned}$$

上記各式で①項はプレストレスだけによるプレストレス減退またはクリープひずみ、②項は設計荷重による軸圧力 N_{Ix} によるもの、③項は設計荷重による曲げモーメント M_{Ix} によるものである。すなわち、プレストレス以外の設計荷重によるプレストレス力減退量増分および

プレストレス モーメント減退量増分は、

$$\begin{aligned} & \text{プレストレス力減退量増分} \\ & = \alpha_x(1-\beta_x)(1-\alpha_x)N_{lx}(\varphi_t-\varphi_{t2}) \\ & \quad + \beta_x(1-\alpha_x)(1-\beta_x)\frac{M_{lx}}{e_x}(\varphi_t-\varphi_{t2})\dots\dots\dots(1.33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{プレストレス モーメント減退量増分} \\ & = \alpha_x(1-\beta_x)(1-\alpha_x)N_{lx}e_x(\varphi_t-\varphi_{t2}) \\ & \quad + \beta_x(1-\alpha_x)(1-\beta_x)M_{lx}(\varphi_t-\varphi_{t2})\dots\dots\dots(1.34) \end{aligned}$$

同様に、プレストレス以外の設計荷重による断面重心軸のクリープひずみ増分は、

$$\begin{aligned} & \text{軸方向クリープひずみ増分} \\ & = (1-\alpha_x)^2\frac{N_{lx}}{D_c}(\varphi_t-\varphi_{t2})\dots\dots\dots(1.35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{回転クリープひずみ増分} \\ & = (1-\beta_x)^2\frac{M_{lx}}{K_c}(\varphi_t-\varphi_{t2})\dots\dots\dots(1.36) \end{aligned}$$

すなわち、式(1.33)~式(1.36)を覚えていれば、いかなる材令からいかなる設計荷重が作用しても、それらの設計荷重によるプレストレス減退量変化量およびクリープひずみ変化量をただちに求めることができ、プレストレスだけの作用する断面における解、式(1.23)~式(1.26)にこれらを加算することによって、ただちにすべての作用応力に対するプレストレス減退量またはクリープひずみを求めることができる。

4. 全材長に対するクリープ変形計算式

不静定架構のクリープ応力解析には部材全長に対するクリープ変形(軸方向クリープ変形および材端回転クリープ変形)を知らなければならない。厳密解を求めることもできるが⁵⁾、きわめて複雑となり、かつ、これを用いて不静定架構のクリープ応力を解析すると、数値計算を行なうことすら困難となる。そこで本講ではそれにかわる実用近似式を求めよう。

(1) プレストレスだけ作用する部材

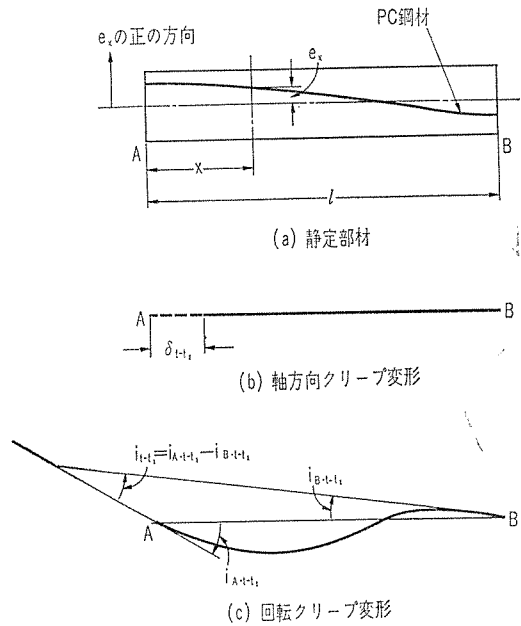
説明を簡単にするために再びプレストレスだけ作用する静定部材を考えよう。単位材長あたりのクリープ変形についてはすでに3.(1)項において詳述した。図-3(a)において材端Aからの距離 x の位置での単位材長あたりの軸方向クリープ変形を $\varepsilon_{x,t-t_1}$ 、回転クリープ変形を $\theta_{x,t-t_1}$ 、とすれば、全材長 l に対する軸方向クリープ変形 δ_{t-t_1} および材端Aに対する材端Bの回転クリープ変形 i_{t-t_1} は、それぞれつぎのようになる。

$$\delta_{t-t_1} = \int_0^l \varepsilon_{x,t-t_1} dx, \quad i_{t-t_1} = \int_0^l \theta_{x,t-t_1} dx \dots\dots\dots(1.37)$$

したがって、式(1.16)および式(1.17)を上式に代入して

$$\delta_{t-t_1} = \int_0^l \left[\left(\frac{P_x}{D_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_t - \varphi_{t1}) - \frac{\Delta P_{x,t-t_1}}{D_c} \right] dx \dots\dots\dots(1.38)$$

図-3



$$i_{t-t_1} = \int_0^l \left[\frac{M_x}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t1}) - \frac{\Delta M_{x,t-t_1}}{K_c} \right] dx \dots\dots\dots(1.39)$$

一方、式(1.12)および式(1.13)より

$$\begin{aligned} \int_0^l \Delta P_{x,t-t_1} dx &= \int_0^l D_{spx} \varepsilon_{x,t-t_1} dx + \int_0^l D_{spx} e_x \theta_{x,t-t_1} dx \dots\dots\dots(1.40) \\ \int_0^l \Delta M_{x,t-t_1} dx &= \int_0^l \Delta P_{x,t-t_1} e_x dx \\ &= \int_0^l D_{spx} e_x \varepsilon_{x,t-t_1} dx + \int_0^l K_{spx} \theta_{x,t-t_1} dx \dots\dots(1.41) \end{aligned}$$

をうる。最初に仮定したようにコンクリート断面は部材全長にわり一様であるから、 $D_c = E_c A_c$ および $K_c = E_c I_c$ は、それぞれ部材全長のどの断面に対しても一定値である。これに対し $D_{spx} = E_{sp} A_{spx}$ は、曲げ上げPC鋼材のある部材では、 A_{spx} が断面により異なるから、一般には材端Aからの距離 x の関数である。同様に $K_{spx} = E_{sp} I_{spx}$ も一般には x の関数である。偏心距離 e_x もまた x の関数であることはいうまでもない。したがって、 $P_x, M_x, \Delta P_{x,t-t_1}, \Delta M_{x,t-t_1}$ もまた x の関数となる。そこで、

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{l} \int_0^l D_{spx} dx &= \frac{E_{sp}}{l} \int_0^l A_{spx} dx = E_{sp} A_{sps} = D_{sps} \\ \frac{1}{l} \int_0^l K_{spx} dx &= \frac{E_{sp}}{l} \int_0^l I_{spx} dx = E_{sp} I_{sps} = K_{sps} \\ \frac{1}{l} \int_0^l e_x dx &= e_a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.42)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{l} \int_0^l P_x dx &= P_a, \quad \frac{1}{l} \int_0^l M_x dx = M_a \\ \frac{1}{l} \int_0^l \Delta P_{x,t-t_1} dx &= \Delta P_{a,t-t_1}, \\ \frac{1}{l} \int_0^l \Delta M_{x,t-t_1} dx &= \Delta M_a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.43)$$

- $A_{s,pa}$: 部材全長に対する P C 鋼材の平均断面積
- $D_{s,pa}$: 部材全長に対する P C 鋼材の平均圧縮剛度
- $I_{s,pa}$: 部材全長に対する P C 鋼材の平均断面 2 次モーメント
- $K_{s,pa}$: 部材全長に対する P C 鋼材の平均曲げ剛度
- e_a : 部材全長に対する平均偏心距離 (重心軸より上側に正)
- P_a : 部材全長に対する平均導入プレストレス力(圧縮を正)
- M_a : 部材全長に対する平均導入プレストレス モーメント (上縁圧縮となるモーメントを正)
- $\Delta P_{a,t-t_1}$: 部材全長に対する平均減退プレストレス力 (引張力を正)
- $\Delta M_{a,t-t_1}$: 部材全長に対する平均減退プレストレス モーメント (下縁圧縮となるモーメントを正)

とおき、さらに式 (1.40), 式 (1.41) において,

$$\left. \begin{aligned} \int_0^l D_{s,px} \varepsilon_{x,t-t_1} dx &\doteq D_{s,pa} \int_0^l \varepsilon_{x,t-t_1} dx = D_{s,pa} \delta_{t-t_1} \\ \int_0^l D_{s,px} e_x \theta_{x,t-t_1} dx &\doteq D_{s,pa} e_a \int_0^l \theta_{x,t-t_1} dx = D_{s,pa} e_a i_{t-t_1} \\ \int_0^l K_{s,px} \theta_{x,t-t_1} dx &\doteq K_{s,pa} \int_0^l \theta_{x,t-t_1} dx = K_{s,pa} i_{t-t_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.44)$$

なる近似を適用すれば、式 (1.38)~式 (1.41) はつぎのようになる。

$$\delta_{t-t_1} = \left[\left(\frac{P_a}{D_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_t - \varphi_{t_1}) - \frac{\Delta P_{a,t-t_1}}{D_c} \right] l \dots\dots\dots(1.45)$$

$$i_{t-t_1} = \left[\frac{M_a}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) - \frac{\Delta M_{a,t-t_1}}{K_c} \right] l \dots\dots\dots(1.46)$$

$$l \cdot \Delta P_{a,t-t_1} = D_{s,pa} \delta_{t-t_1} + D_{s,pa} e_a i_{t-t_1} \dots\dots\dots(1.47)$$

$$l \cdot \Delta M_{a,t-t_1} = D_{s,pa} e_a \delta_{t-t_1} + K_{s,pa} i_{t-t_1} \dots\dots\dots(1.48)$$

これら各式は、式 (1.16), 式 (1.17) および式 (1.12), 式 (1.13) と全く同形である。ただし、

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_{a,t-t_1} &\doteq \Delta P_{a,t-t_1} e_a \\ K_{s,pa} &\doteq D_{s,pa} e_a^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.49)$$

であることがこれらと異なる点である。式 (1.45)~式 (1.48) から $\Delta P_{a,t-t_1}$, $\Delta M_{a,t-t_1}$, δ_{t-t_1} , i_{t-t_1} を求めるのであるが、3.(1) 項の場合と同様な近似を行なえば

$$\delta_{t-t_1} = (1 - \alpha_a) \left(\frac{P_a}{D_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_t - \varphi_{t_1}) l \dots\dots\dots(1.50)$$

$$i_{t-t_1} = (1 - \beta_a) \frac{M_a}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) l \dots\dots\dots(1.51)$$

をうる。ここに、

$$\alpha_a = \frac{D_{s,pa}}{D_c + D_{s,pa}}, \beta_a = \frac{K_{s,pa}}{K_c + K_{s,pa}} \dots\dots\dots(1.52)$$

である。 $\Delta P_{a,t-t_1}$, $\Delta M_{a,t-t_1}$ については意味がないのでここではその記述を省略する。単位材長あたりのクリープ変形式 (1.25), 式 (1.26) と式 (1.50), 式 (1.51) をそれぞれ比較すると、数式の形は全く同形であり、かつ、式 (1.25), 式 (1.26) における $\alpha_x, \beta_x, P_x, M_x$ のかわりに、これらに対応する平均値 (または平均値に相当する値) $\alpha_a, \beta_a, P_a, M_a$ を代入して全材長 l にわたって積分したものとなる。すなわち、単位材長あたりのクリ

ープ変形も全材長に対するクリープ変形も近似的に相似であることがわかる。

なお、部材全長に対する回転クリープ変形 i_{t-t_1} は、材端 A に対する材端 B の回転変形である。いま、図-3 (c) に示すように、材端 A および B における回転クリープ変形を $i_{A,t-t_1}$ および $i_{B,t-t_1}$ (時計まわりの回転を正) とすれば、

$$i_{t-t_1} = i_{A,t-t_1} - i_{B,t-t_1} \dots\dots\dots(1.53)$$

で表わされる。ところが、クリープ変形は作用応力による部材弾性変形に正比例する。このことは式 (1.25), 式 (1.26), 式 (1.31), 式 (1.32) からも、式 (1.50), 式 (1.51) からも明らかである。よって、この場合には回転変形に関係するのはプレストレス モーメントだけであるから、導入プレストレス モーメント M_x による材端弾性回転変形を i_{pA}, i_{pB} (時計まわりを正) とすれば、 i_{t-t_1} を i_{pA} および i_{pB} の比に分割して $i_{A,t-t_1}$ および $i_{B,t-t_1}$ を得る。すなわち、

$$i_{A,t-t_1} = \frac{i_{t-t_1}}{i_{pA} - i_{pB}} i_{pA}, i_{B,t-t_1} = \frac{i_{t-t_1}}{i_{pA} - i_{pB}} i_{pB} \dots\dots\dots(1.54)$$

である。しかしながら、上記の方法は

$$i_{t-t_1} = 0 \text{ (すなわち, } i_{pA} - i_{pB} = 0) \dots\dots\dots(1.55)$$

の場合には全く適用できない。したがって、さらに一般的な方法について考えなければならない。式 (1.51) において

$$\frac{M_a}{K_c} l = \int_0^l \frac{M_x}{K_c} dx \dots\dots\dots(1.56)$$

なる項を考えてみよう。式 (1.56) 右辺は部材 AB に作用する導入プレストレス モーメント分布 M_x を曲げ剛性 K_c で割った値 M_x/K_c を載荷荷重と考えた場合の部材全長に対する全荷重である。したがって、変形に対するモールの定理から

$$\frac{M_a}{K_c} l = \int_0^l \frac{M_x}{K_c} dx = i_{pA} - i_{pB} \dots\dots\dots(1.57)$$

となるから、式 (1.51) は

$$i_{t-t_1} = \underbrace{(1 - \beta_a) i_{pA} (\varphi_t - \varphi_{t_1})}_{\text{①}} - \underbrace{(1 - \beta_a) i_{pB} (\varphi_t - \varphi_{t_1})}_{\text{②}} \dots\dots\dots(1.58)$$

と書ける。式 (1.58) 右辺①項は材端 A における回転クリープ変形、②項は材端 B におけるそれである。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} i_{A,t-t_1} &= (1 - \beta_a) i_{pA} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \\ i_{B,t-t_1} &= (1 - \beta_a) i_{pB} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.59)$$

である。 i_{pA} および i_{pB} の計算にはモールの定理を用いれば簡単にできる。多くの構造力学の書籍には必ず典型的なモーメント分布に対する i_{pA}, i_{pB} の値が記載されているから、実際計算には便利である。

(2) 設計荷重も同時に作用する部材

前項の計算理論が理解できれば、プレストレスの他に設計荷重による軸圧力 N_{lx} および M_{lx} が作用する場合の軸方向クリープ変形および材端回転クリープ変形も、3.(2)項の場合と同様にして求めることができる。すなわち、部材全長に対するこれら応力の平均値を

$$N_{la} = \frac{1}{l} \int_0^l N_{lx} dx, \quad M_{la} = \frac{1}{l} \int_0^l M_{lx} dx \quad \dots\dots(1.60)$$

とすれば、これら応力が $t=t_2(\geq t_1)$ から作用すること、および、これら応力はPC鋼材とコンクリートとをあわせ考えた鉄筋コンクリート断面に作用することを考慮して、

$$\delta_{t-t_1} = (1-\alpha_a) \left(\frac{P_a}{D_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_t - \varphi_{t_1}) l + (1-\alpha_a)^2 \frac{N_{la}}{D_c} (\varphi_t - \varphi_{t_2}) l \quad \dots\dots(1.61)$$

$$i_{t-t_1} = (1-\beta_a) \frac{M_a}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) l + (1-\beta_a)^2 \frac{M_{la}}{K_c} (\varphi_t - \varphi_{t_2}) l \quad \dots\dots(1.62)$$

となる。また、 M_{lx} による材端AおよびBの弾性回転変形を i_{lA} および i_{lB} とすれば、式(1.62)の i_{t-t_1} はつぎのように分割される。

$$\left. \begin{aligned} i_{A-t-t_1} &= (1-\beta_a) i_{pA} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) + (1-\beta_a) i_{lA} (\varphi_t - \varphi_{t_2}) \\ i_{B-t-t_1} &= (1-\beta_a) i_{pB} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) + (1-\beta_a) i_{lB} (\varphi_t - \varphi_{t_2}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(1.63)$$

5. PC 部材のクリープ係数

(1) 軸方向クリープ係数

部材全長に対する軸方向クリープ変形は、プレストレス力だけが働く部材に対しては式(1.50)、設計荷重による軸方向力も同時に働く部材に対しては、式(1.61)で表わされるが、これら各式において、

$$\varphi_{pt} = (1-\alpha_a) \varphi_t \quad \dots\dots(1.64)$$

とおけば、

$$\delta_{t-t_1} = \left(\frac{P_a}{D_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_{pt} - \varphi_{p t_1}) l \quad \dots\dots(1.65)$$

$$\delta_{t-t_1} = \left(\frac{P_a}{D_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_{pt} - \varphi_{p t_1}) l + \frac{(1-\alpha_a) N_{la}}{D_c} (\varphi_{pt} - \varphi_{p t_2}) l \quad \dots\dots(1.66)$$

となる。これはあたかもクリープ係数が φ_{pt} なる純コンクリートに、持続軸圧力 P_a または P_a と $(1-\alpha_a)N_{la}$ とが載荷された場合の軸方向クリープ変形そのものに他ならない。すなわち、式(1.64)で定義されるクリープ係数 φ_{pt} は、PC部材を1つの純コンクリート部材とみなした場合の見かけ上のクリープ係数であって、これをPC部材全長に対する平均軸方向クリープ係数または単にPC部材のクリープ係数とよぶ。 φ_{pt} をクリープ係数とする純コンクリート部材としてPC部材の軸方向クリープ変形を求めることができるので、複雑な応力状態に対しては取扱いがきわめて簡単となる。

(2) 回転クリープ係数

上記と同様にして材端回転クリープに対してもPC部材全長に対する回転クリープ係数を定義できる。すなわち、式(1.59)または式(1.63)において、

$$\varphi_{mt} = (1-\beta_a) \varphi_t \quad \dots\dots(1.67)$$

とおけば、

$$i_{A-t-t_1} = i_{pA} (\varphi_{mt} - \varphi_{m t_1}), \quad i_{B-t-t_1} = i_{pB} (\varphi_{mt} - \varphi_{m t_1}) \quad \dots\dots(1.68)$$

$$\left. \begin{aligned} i_{A-t-t_1} &= i_{pA} (\varphi_{mt} - \varphi_{m t_1}) + i_{lA} (\varphi_{mt} - \varphi_{m t_2}) \\ i_{B-t-t_1} &= i_{pB} (\varphi_{mt} - \varphi_{m t_1}) + i_{lB} (\varphi_{mt} - \varphi_{m t_2}) \end{aligned} \right\} \quad \dots(1.69)$$

となって、式(1.67)の φ_{mt} が回転クリープ係数となる。なお、式(1.64)で定義される軸方向クリープ係数 φ_{pt} と、式(1.67)で定義される回転クリープ係数 φ_{mt} とは等しくはないので注意されたい。

6. 鉄筋コンクリート部材のクリープ

PC架構においてはしばしば鉄筋コンクリート部材(以下RC部材と略記)と混用される。通常は、はりやPC柱をRCとすることが多い。このような場合はRC部材のクリープ変形計算式を知っておかないと、架構のクリープ応力解析ができない。RC部材は設計荷重に対して断面引張側のコンクリートは引張応力に全く抵抗しないとして設計されるが、実際には引張応力に対してコンクリートは抵抗できるので、これを考慮して断面応力を計算すると、常時荷重(長期応力)のもとでは通常の場合断面にひびわれが発生するという結果になることはまれである。したがって、RC部材のクリープ応力解析には全断面が有効であると考えてもよい。

すでにのべたように、PC部材でもプレストレス以外の通常的设计応力に対しては、PC鋼材を鉄筋とするRC部材として挙動するわけであるから、プレストレス以外の設計応力によるクリープ変形はPCでもRCでも全く同じである。したがって、RC部材のクリープ変形は4.(2)項でのべたPC部材のクリープ変形計算式において、プレストレスを0とした場合と一致する。すなわち、軸方向クリープ変形は式(1.61)から、

$$\delta_{t-t_1} = (1-\alpha_a)^2 \frac{N_{la}}{D_c} (\varphi_t - \varphi_{t_2}) l \quad \dots\dots(1.70)$$

回転クリープ変形は式(1.62)から

$$i_{t-t_1} = (1-\beta_a)^2 \frac{M_{la}}{K_d} (\varphi_t - \varphi_{t_2}) l \quad \dots\dots(1.71)$$

これを材端AおよびBの回転クリープ変形にわけて、

$$\left. \begin{aligned} i_{A-t-t_1} &= (1-\beta_a) i_{lA} (\varphi_t - \varphi_{t_2}) \\ i_{B-t-t_1} &= (1-\beta_a) i_{lB} (\varphi_t - \varphi_{t_2}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(1.72)$$

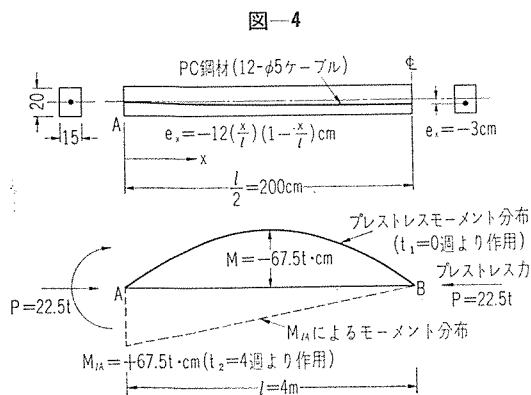
となる。ただし、 α_a, β_a の計算には、鉄筋をPC鋼材とみなして式(1.52)から計算する。

なお、クリープ係数についても、PCの場合と全く同様に式(1.64)および式(1.67)でそれぞれあらわされる。

以上のべたように、RC部材であっても全断面が有効である場合にはPC部材と全く同形のクリープ計算式となるのであって、PC部材においてプレストレスも他の設計荷重による応力と同じく持続作用する一種の設計荷重と考えれば、PC部材といえどもクリープ計算に関しては全断面有効なRC部材と同じである。この場合、プレストレス減退量はRC部材における鉄筋のクリープによる応力変化量であることを付記しておく。

7. 計算例

図-4に示す12-φ5mmケーブル(断面積 $A_{sp}=2.35\text{ cm}^2$) 1本を放物線配置とした全長 $l=4\text{ m}$ のPC静定ばりのプレストレスだけによるクリープ変形を求める。ただし、



導入プレストレス力: $P_x = P = 22.5\text{ t}$ (一定)
 弾性係数: コンクリート $E_c = 350\,000\text{ kg/cm}^2$
 PC鋼材 $E_{sp} = 2\,000\,000\text{ kg/cm}^2$
 偏心距離: $e_x = -12\left(\frac{x}{l}\right)\left(1 - \frac{x}{l}\right)\text{ cm}$ (上側に正)
 コンクリートのクリープ係数:

$$\varphi_t = \frac{0.5t}{1.5 + 0.25t} \quad (t \text{ は週}), \varphi_n = 2$$

収縮ひずみ最終値: $S_n = 2 \times 10^{-4}$

とする。計算に必要な数値を求めると、

$$\begin{aligned} A_c &= 15 \times 20 = 300\text{ cm}^2, I_c = 15 \times (20)^3 / 12 = 10\,000\text{ cm}^4 \\ A_{spa} &= A_{sp} = 2.35\text{ cm}^2 \\ I_{spa} &= \frac{1}{l} \int_0^l I_{sp} dx = \frac{1}{l} \int_0^l A_{sp} e_x^2 dx \\ &= \frac{2.35}{400} \int_0^{400} \left[-12\left(\frac{x}{400}\right)\left(1 - \frac{x}{400}\right) \right]^2 dx = 11.28\text{ cm}^4 \\ \therefore D_c &= E_c A_c = 350\,000 \times 300 = 105 \times 10^6\text{ kg} \\ K_c &= E_c I_c = 350\,000 \times 10\,000 = 35 \times 10^8\text{ kg}\cdot\text{cm}^2 \\ D_{spa} &= E_{sp} A_{spa} = 2\,000\,000 \times 2.35 = 4.7 \times 10^6\text{ kg} \\ K_{spa} &= E_{sp} I_{spa} = 2\,000\,000 \times 11.28 = 0.2256 \times 10^8\text{ kg}\cdot\text{cm}^2 \\ \therefore \alpha_a &= \frac{D_{spa}}{D_c + D_{spa}} = \frac{4.7 \times 10^6}{105 \times 10^6 + 4.7 \times 10^6} = 0.04285 \\ \beta_a &= \frac{K_{spa}}{K_c + K_{spa}} = \frac{0.2256 \times 10^8}{35 \times 10^8 + 0.2256 \times 10^8} = 0.00634 \\ P_a &= P_x = 22\,500\text{ kg} \\ M_a &= \frac{1}{l} \int_0^l M_x dx = \frac{1}{l} \int_0^l P_x e_x dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{22\,500}{400} \int_0^{400} \left[-12\left(\frac{x}{400}\right)\left(1 - \frac{x}{400}\right) \right] dx \\ &= -45\,000\text{ kg}\cdot\text{cm} \end{aligned}$$

したがって、軸方向クリープ変形は式(1.50)より

$$\begin{aligned} \delta_{t-t_1} &= (1 - 0.04285) \left(\frac{22\,500}{105 \times 10^6} + \frac{2 \times 10^{-4}}{2} \right) (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \times 400 \\ &= 12\,032 \times 10^{-2} (\varphi_t - \varphi_{t_1})\text{ cm} \dots\dots\dots(1.73) \end{aligned}$$

また、プレストレスモーメント M_x による材端弾性回転変形、はモールの定理を用いて、

$$\begin{aligned} i_{pA} &= -i_{pB} = \int_0^l \frac{M_x}{2K_c} dx = \frac{M_a}{2K_c} l \\ &= \frac{-45\,000 \times 400}{2 \times 35 \times 10^8} = -2.5714 \times 10^{-3}\text{ rad} \dots\dots\dots(1.74) \end{aligned}$$

であるから、式(1.59)より

$$\begin{aligned} i_{A,t-t_1} &= -i_{B,t-t_1} = (1 - 0.00634) (-2.5714 \times 10^{-3}) (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \\ &= -2.555 \times 10^{-3} (\varphi_t - \varphi_{t_1})\text{ rad} \dots\dots\dots(1.75) \end{aligned}$$

となる。

さらに $t = t_2 (\geq t_1)$ で材端Aに図-3に示す曲げモーメント $M_{At} = 67\,500\text{ kg}\cdot\text{cm}$ が持続荷重される場合を計算する。この場合 M_{At} は軸方向クリープには無関係であるから、材端回転クリープ変形だけについて求める。モールの定理によって M_{At} による材端弾性回転変形を求めると、

$$\begin{aligned} i_{tA} &= (1 - \beta_a) \frac{M_{At}}{3K_c} l = (1 - 0.00634) \frac{67\,500 \times 400}{3 \times 35 \times 10^8} \\ &= 2.555 \times 10^{-3}\text{ rad} \\ i_{tB} &= -(1 - \beta_a) \frac{M_{At}}{6K_c} l = -1.2775 \times 10^{-3}\text{ rad} \end{aligned}$$

したがって、式(1.63)より

$$\begin{aligned} i_{A,t-t_1} &= -2.555 \times 10^{-3} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \\ &\quad + (1 - 0.00634) \times 2.555 \times 10^{-3} (\varphi_t - \varphi_{t_2}) \\ &= -2.555 \times 10^{-3} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \\ &\quad + 2.5388 \times 10^{-3} (\varphi_t - \varphi_{t_2})\text{ rad} \\ i_{B,t-t_1} &= 2.555 \times 10^{-3} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \\ &\quad - (1 - 0.00634) \times 1.2775 \times 10^{-3} (\varphi_t - \varphi_{t_2}) \\ &= 2.555 \times 10^{-3} (\varphi_t - \varphi_{t_1}) \\ &\quad - 1.2694 \times 10^{-3} (\varphi_t - \varphi_{t_2})\text{ rad} \end{aligned} \dots\dots\dots(1.77)$$

となる。

なお、プレストレス導入時期を $t_1 = 0 (\varphi_{t_1} = 0)$, M_{At} 載荷時期を $t_2 = 4$ 週 ($\varphi_{t_2} = 0.8$) として、上記計算結果から $t \rightarrow \infty$ におけるクリープ変形 ($\varphi_t \rightarrow \varphi_n = 2$) を計算するとつぎのようになる。

軸方向クリープ変形 [式(1.73)より]

$$\delta_n = 12.032 \times 10^{-2} \times 2 = 24.064 \times 10^{-2}\text{ cm} \dots\dots\dots(1.78)$$

回転クリープ変形 [式(1.75)より]

$$i_{A,n} = -i_{B,n} = -2.555 \times 10^{-3} \times 2 = -5.110 \times 10^{-3}\text{ rad} \dots\dots\dots(1.79)$$

回転クリープ変形 [式(1.77)より]

$$\begin{aligned} i_{A,n} &= -5.110 \times 10^{-3} + 2.5388 \times 10^{-3} (2 - 0.8) \\ &= -2.063 \times 10^{-3}\text{ rad} \\ i_{B,n} &= 5.110 \times 10^{-3} - 1.2694 \times 10^{-3} (2 - 0.8) \\ &= 1.032 \times 10^{-3}\text{ rad} \end{aligned} \dots\dots\dots(1.80)$$

すなわち、プレストレス モーメント と逆方向に働く曲げモーメントを作用させると、クリープ変形もかなり小さくなることがわかる。

参 考 文 献

- 1) O. Graf : "Über einige Aufgaben der Eisenbetonforschung aus älterer und neuerer Zeit," Beton u. Eisen, 33 Jg. Ht. 11, Juni (1934).
- 2) C.S. Whitney : "Plain and Reinforced Concrete Arches," Proc. of the ACI, Vol.28, (1932).
- 3) この仮定の成立については、六車：PC 部材のクリープ変形の近似解法，日本建築学会論文報告集，第 69 号，10 (昭 36) を参照されたい。
- 4) 坂・六車：プレストレス コンクリート材の緊張力減退に関する研究，日本建築学会論文報告集，第 62 号，6，(昭 34)，第 64 号，5，(昭 35)。
- 5) 坂：ラーメン構造におけるプレストレスの導入とその減退，日本建築学会論文報告集，第 60 号，10，(昭 33)。

(付録) 変化応力を受けるコンクリートのクリープ式 (1.7) の誘導方法についてのべる。

式 (1.7) σ_0 による弾性およびクリープひずみ， $\Delta\sigma_t$ による弾性ひずみおよび収縮ひずみについては説明するまでもない。そこで，ここでは $\Delta\sigma_t$ によるクリープひずみが

$$\frac{1}{E_c} \int_{t_1}^t \Delta\sigma_t \frac{d\varphi_t}{dt} dt$$

なることを示すことにする。任意時間 τ における微小時間 $\Delta\tau$ 間における応力変化量は

$$\frac{d\Delta\sigma_\tau}{d\tau} \Delta\tau$$

であるから，これによる時間 t までのクリープひずみは

$$\frac{d\Delta\sigma_\tau}{d\tau} \Delta\tau (\varphi_t - \varphi_\tau)$$

である。したがって， $\Delta\sigma_t$ によるクリープひずみは上記を τ につき $t_1 \sim t$ で積分すれば得られる。すなわち，

$$\Delta\sigma_t \text{ によるクリープひずみ} = \Delta\delta_{t-t_1} = \int_{t_1}^t \frac{d\Delta\sigma_\tau}{d\tau} (\varphi_t - \varphi_\tau) d\tau$$

$t=t_1$ で $\Delta\sigma_t=0$ であることを考慮してこれを部分積分すれば，

$$\Delta\delta_{t-t_1} = \int_{t_1}^t \frac{d\Delta\sigma_\tau}{d\tau} \varphi_t d\tau - \int_{t_1}^t \frac{d\Delta\sigma_\tau}{d\tau} \varphi_\tau d\tau$$

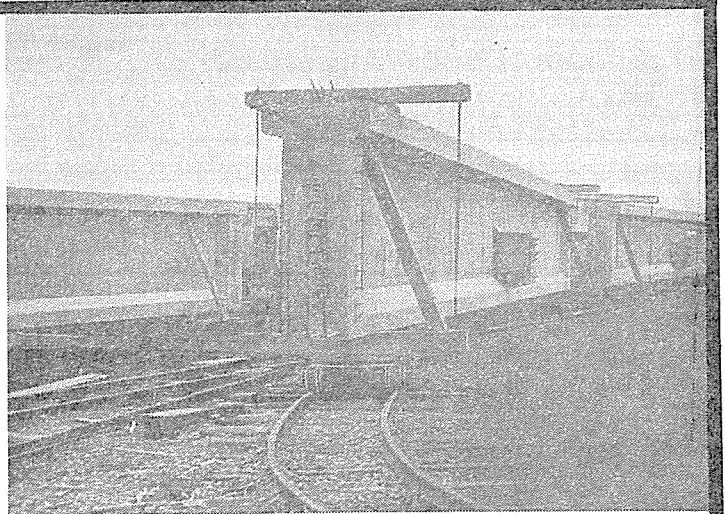
$$= [\Delta\sigma_\tau]_{t_1}^t \varphi_t - \left[\Delta\sigma_\tau \frac{d\varphi_\tau}{d\tau} d\tau \right]_{t_1}^t$$

$$= \Delta\sigma_t \varphi_t - \Delta\sigma_{t_1} \varphi_{t_1} + \int_{t_1}^t \Delta\sigma_\tau \frac{d\varphi_\tau}{d\tau} d\tau = \int_{t_1}^t \Delta\sigma_t \frac{d\varphi_t}{dt} dt$$

となる。したがって，変化応力を受けるコンクリートのクリープひずみは式 (1.7) になる。

1965. 9. 28・受付

PC 架設機 の 設計・製作



PC桁運搬用ターンテーブル付台車

多年の経験を誇る

三信工業株式会社

東京都千代田区神田司町 2-5

TEL (294) 5131・5132・(293) 0787