

## プレストレスト コンクリート不静定架構の クリープ応力解析 (2)

六 車 熙\*

### 第 2 章 たわみ角法によるクリープ応力解析法

#### 1. 概 説

第 1 章では、PC 静定部材の軸方向クリープ変形および材端回転クリープ変形実用計算式を導いた。本章では、不静定架構のクリープ応力解析の基本となるたわみ角法基本式を導き、クリープ応力の組織的解法について述べよう。

図-5 において架構を構成する一部材 AB についてクリープ変形を考えると、プレストレスおよび設計荷重による弾性変形以外に、これら応力によるクリープによって時間  $\tau$  から  $t$  までの間に材端 A は  $A'$  に、材端 B は  $B'$  にそれぞれ変位する。したがって、部材 AB のクリープ変形は、材端 A および B の水平および垂直方向変位と回転変位によって表わされる。これらのクリープによる変位を

	材端 A	材端 B
水平方向 (はり材軸方向) 変位	$\Delta \delta_{A,t-\tau}$	$\Delta \delta_{B,t-\tau}$
垂直方向 (柱材軸方向) 変位	$\Delta \bar{\delta}_{A,t-\tau}$	$\Delta \bar{\delta}_{B,t-\tau}$
材端回転変位	$\Delta i_{A,t-\tau}$	$\Delta i_{B,t-\tau}$

とすれば、これらの材端クリープ変位を強制的におこさせるのに必要な軸方向力、材端曲げモーメントおよびせん断力が、部材 AB におけるクリープ付加応力となる。すなわち、上記の材端クリープ変位とこれに対応するクリープ付加応力との関係を求めれば、これがいわゆるクリープ応力に対するたわみ角法基本式となる。このこと

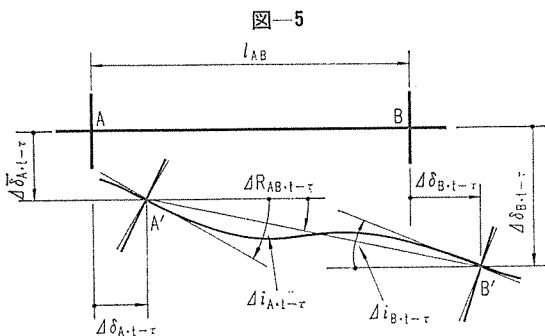
は不静定架構の弾性応力解析におけるたわみ角法基本式が、荷重による各節点弾性変位とこれを強制的におこさせるのに必要な部材端応力 (不静定応力) との関係を示すものであることと対比して考えれば、自明の理であることはいうまでもない。ただ、弾性的場合と相異なるのは、上記のクリープ変位またはクリープ付加応力 (不静定応力にあたる) が、それぞれ時の経過とともに変化するものであることである。さらにクリープ変形が弾性変形に正比例すること、重ね合わせの仮定が適用できることなどを考慮すれば、以下に述べる理論展開はまったく弾性力学の教えるところと同じであることが容易に理解できよう。すなわち、不静定架構の弾性応力解析法を理解しているものであれば、本章で述べるクリープ応力解析法はただちに理解し、使用できるものである。

なお、材端クリープ変位は本講では図-5 に示す方向を正として取扱う。

#### 2. 不静定軸方向クリープ応力

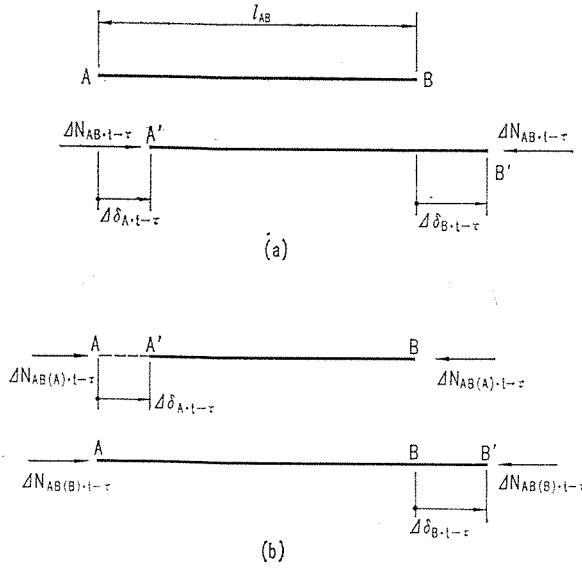
第 1 章で述べたように PC 部材のクリープ変形は、実用的には軸方向力の作用による軸方向クリープ変形と、曲げモーメントの作用による回転クリープ変形とを別々に分けて取扱うことができる。図-5 に示すクリープ変形に関しては、部材 AB の軸方向変形に関する材端変位  $\Delta \delta_{A,t-\tau}$  および  $\Delta \delta_{B,t-\tau}$  と、材端回転角  $\Delta i_{A,t-\tau}$ 、 $\Delta i_{B,t-\tau}$  および部材回転角に関する材端変位  $\Delta \bar{\delta}_{A,t-\tau}$ 、 $\Delta \bar{\delta}_{B,t-\tau}$  とを別に取扱うことができる。前者には軸方向力のみが、後者には曲げモーメントのみが関係する。本項では軸方向クリープ変形とこれを強制的におこすのに必要な軸方向クリープ応力との関係を求める。

図-5 の部材 AB について軸方向クリープ変形のみをとり出して図示すると図-6 (a) のようになる。これを図-6 (b) に示すように材端 A にのみ軸方向クリープ変位  $\Delta \delta_{A,t-\tau}$  を強制的にあたえる場合と、材端 B にのみ軸方向クリープ変位  $\Delta \delta_{B,t-\tau}$  を強制的にあたえる場合とに分けて考えることができる。前者の場合に必要な



\* 工博 京都大学教授, 工学部

図-6



軸方向力を  $\Delta N_{AB(A)} \cdot t-\tau$  (圧縮力を正) とすれば、 $\Delta N_{AB(A)} \cdot t-\tau$  は時間  $\tau$  で 0, 以後の時間の経過とともに変化する軸力であることを考慮すれば、前章式(1.66)を利用して

$$\Delta \delta_{A \cdot t-\tau} = \left[ \frac{\Delta N_{AB(A)} \cdot t-\tau}{D_{AB}} \right] \textcircled{1} + \frac{1}{D_{AB}} \int_{\tau}^t \Delta N_{AB(A)} \cdot t-\tau \frac{d\varphi_{pt}}{dt} dt \Big] l_{AB} \dots (2.1)$$

②

$$D_{AB} = [D_c + D_{spa}]_{AB} \dots (2.2)$$

式(2.1) 右辺①項は  $\Delta N_{AB(A)} \cdot t-\tau$  による軸方向弾性変形, ②項はクリープ変形である。式(2.2) 右辺のサフィックス  $AB$  は部材  $AB$  に対する値を意味する。式(2.1) から  $\Delta N_{AB(A)} \cdot t-\tau$  を  $\Delta \delta_{A \cdot t-\tau}$  の関数として表わすのであるが、このままでは  $\Delta N_{AB(A)} \cdot t-\tau$  をとくことができない。そこで、

$$\int_{\tau}^t \Delta N_{AB(A)} \cdot t-\tau \frac{d\varphi_{pt}}{dt} dt \doteq \Delta N_{AB(A)} \cdot t-\tau \frac{\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}}{2} \dots (2.3)$$

なる近似を適用すれば、近似式として

$$\Delta N_{AB(A)} \cdot t-\tau = \frac{D_{AB}}{l_{AB} \phi_{AB \cdot t-\tau}} \Delta \delta_{A \cdot t-\tau} \dots (2.4)$$

$$\phi_{AB \cdot t-\tau} = 1 + \frac{\varphi_{pt} - \varphi_{p\tau}}{2} \dots (2.5)$$

を得る。式(2.3)の近似は変化応力を受ける部材またはコンクリートのクリープ変形の近似計算式としてしばしば用いられるもので、実用式としてはかなり高い精度の計算値をあたえる。

同様に材端  $B$  へのみクリープ変形  $\Delta \delta_{B \cdot t-\tau}$  をあたえるのに必要な軸方向力  $\Delta N_{AB(B)} \cdot t-\tau$  (圧縮力を正)

は、

$$\Delta N_{AB(B)} \cdot t-\tau = \frac{D_{AB}}{l_{AB} \phi_{AB \cdot t-\tau}} (-\Delta \delta_{B \cdot t-\tau}) \dots (2.6)$$

となる。したがって、材端  $A$  および  $B$  にクリープ変位  $\Delta \delta_{A \cdot t-\tau}$  および  $\Delta \delta_{B \cdot t-\tau}$  を同時におこさせるのに必要な軸方向力  $\Delta N_{AB \cdot t-\tau}$  (圧縮力を正) は

$$\Delta N_{AB \cdot t-\tau} = \Delta N_{AB(A)} \cdot t-\tau + \Delta N_{AB(B)} \cdot t-\tau = \frac{D_{AB}}{l_{AB} \phi_{AB \cdot t-\tau}} (\Delta \delta_{A \cdot t-\tau} - \Delta \delta_{B \cdot t-\tau}) \dots (2.7)$$

となる。

式(2.7) は、単にクリープ変位  $\Delta \delta_{A \cdot t-\tau}$ ,  $\Delta \delta_{B \cdot t-\tau}$  を強制的におこすのに必要な軸方向力  $\Delta N_{AB \cdot t-\tau}$  を求めたものである。実際の場合にはプレストレス力, 設計荷重による持続軸力が作用しているから、これの影響を考慮しなければならない。すなわち、これら軸力の作用のもとに部材  $AB$  の軸方向変形がまったくおこらないようにするのに必要な軸力を、式(2.7) 右辺にさらに加算しておかなければならない。このような軸力はたわみ角法における荷重項にあたるもので、これを  $\Delta N_{AB(0)} \cdot t-\tau$  とすれば式(2.7) はつぎのようになる。

$$\Delta N_{AB \cdot t-\tau} = \frac{D_{AB}}{l_{AB} \phi_{AB \cdot t-\tau}} (\Delta \delta_{A \cdot t-\tau} - \Delta \delta_{B \cdot t-\tau}) + \Delta N_{AB(0)} \cdot t-\tau \dots (2.8)$$

荷重項  $\Delta N_{AB(0)} \cdot t-\tau$  はプレストレス力, 設計荷重による持続軸力などによる部材  $AB$  の自由クリープ変形を完全拘束するのに必要な軸力であるから、時間  $\tau \sim t$  間におこる自由クリープ変形を  $\delta_{AB \cdot t-\tau}$  とすれば、

$$\left[ \frac{\Delta N_{AB(0)} \cdot t-\tau}{D_{AB}} + \frac{1}{D_{AB}} \int_{\tau}^t \Delta N_{AB(0)} \cdot t-\tau \frac{d\varphi_{pt}}{dt} dt \right] l_{AB} + \delta_{AB \cdot t-\tau} = 0$$

式(2.3)の近似を適用して  $\Delta N_{AB(0)} \cdot t-\tau$  を求めれば、

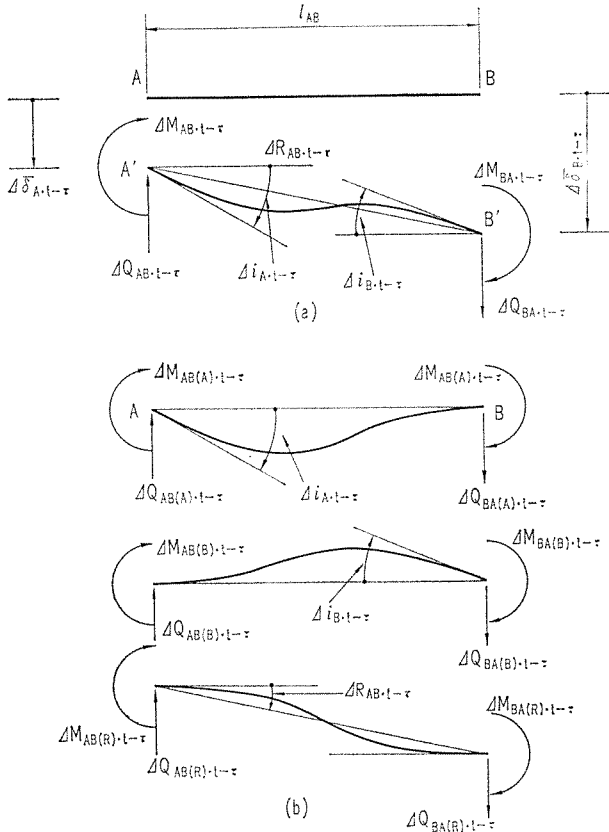
$$\Delta N_{AB(0)} \cdot t-\tau = -\frac{D_{AB}}{l_{AB} \phi_{AB \cdot t-\tau}} \delta_{AB \cdot t-\tau} \dots (2.9)$$

をうる。自由クリープ変形  $\delta_{AB \cdot t-\tau}$  は式(1.65)または式(1.66)によって計算できる。

### 3. 不静定回転クリープ応力

上記と同様にして 図-5 に示した回転クリープ変形を強制的におこさせるのに必要な不静定回転クリープ応力すなわち材端モーメントおよび材端せん断力を求めることができる。図-5 のクリープ変形の中で回転変形のみをとり出して図示すると 図-7 (a) のようになる。図-7 (b) はこれを 3 つの基本変形に分解したものであって、これら 3 つの基本変形をそれぞれ強制的におこすのに必要な不静定応力を加算すれば、図-7 (a) に対する回転クリープ変形に対応する不静定回転クリープ応力をうる。途中の計算は省略して結果だけを示すとつぎのよ

図-7



うになる。

材端不静定モーメント

$$\text{A端 } \Delta M_{AB \cdot t-\tau} = \frac{2 K_{AB}}{l_{AB} \psi_{AB \cdot t-\tau}} (2 \Delta i_{A \cdot t-\tau} + \Delta i_{B \cdot t-\tau} - 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) \dots (2.10)$$

$$\text{B端 } \Delta M_{BA \cdot t-\tau} = \frac{2 K_{AB}}{l_{AB} \psi_{AB \cdot t-\tau}} (2 \Delta i_{B \cdot t-\tau} + \Delta i_{A \cdot t-\tau} - 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) \dots (2.11)$$

材端不静定せん断力

$$\begin{aligned} \Delta Q_{AB \cdot t-\tau} &= \Delta Q_{BA \cdot t-\tau} \\ &= -(\Delta M_{AB \cdot t-\tau} + \Delta M_{BA \cdot t-\tau}) / l_{AB} \\ &= -\frac{6 K_{AB}}{l_{AB}^2 \psi_{AB \cdot t-\tau}} (\Delta i_{A \cdot t-\tau} + \Delta i_{B \cdot t-\tau} - 2 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) \dots (2.12) \end{aligned}$$

ここに,

$$\psi_{AB \cdot t-\tau} = 1 + \frac{\varphi_m t - \varphi_{m\tau}}{2} \dots (2.13)$$

$$K_{AB} = [K_c + K_{sp\alpha}]_{AB} \dots (2.14)$$

であり、かつ、曲げモーメントおよびせん断力は図-7 (a) に示す方向のものを正とする。なお、式 (2.10) ~ (2.12) では材端の垂直方向変位  $\Delta \delta_{A \cdot t-\tau}$ ,  $\Delta \delta_{B \cdot t-\tau}$  のかわりに、これらの関数として表わすことのできる部材角  $\Delta R_{AB \cdot t-\tau}$  を用いて数式表示をしてある。

式 (2.10) ~ (2.12) にはプレストレスモーメントおよび設計荷重による曲げモーメントの作用によるクリープ

変形は考慮されていない。これらの持続曲げモーメントによって部材 AB は自由クリープ変形をおこすが、これを完全に阻止するのに必要な材端モーメントと、これにともなっておこるせん断力とを、式 (2.10) ~ (2.12) にそれぞれ加算しておかなければならない。これらの材端モーメントは弾性応力計算における荷重項に相当するものであって、これを A 端で  $\Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau}$ , B 端で  $\Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau}$  とすれば、不静定回転クリープ応力の一般式はつぎようになる。

$$\Delta M_{AB \cdot t-\tau} = \frac{2 K_{AB}}{l_{AB} \psi_{AB \cdot t-\tau}} (2 \Delta i_{A \cdot t-\tau} + \Delta i_{B \cdot t-\tau} - 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) + \Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau} \dots (2.15)$$

$$\Delta M_{BA \cdot t-\tau} = \frac{2 K_{AB}}{l_{AB} \psi_{AB \cdot t-\tau}} (2 \Delta i_{B \cdot t-\tau} + \Delta i_{A \cdot t-\tau} - 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) + \Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau} \dots (2.16)$$

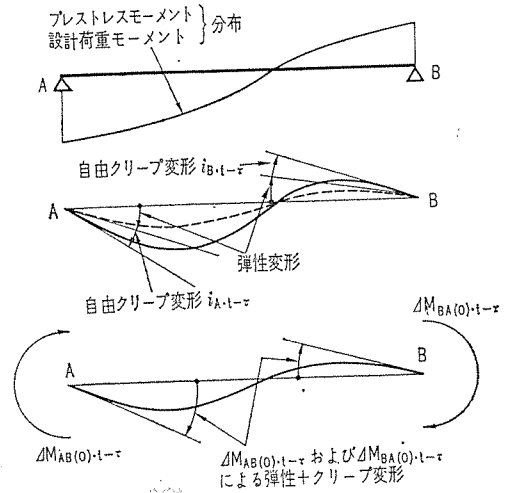
$$\begin{aligned} \Delta Q_{AB \cdot t-\tau} &= \Delta Q_{BA \cdot t-\tau} = -\frac{6 K_{AB}}{l_{AB}^2 \psi_{AB \cdot t-\tau}} (\Delta i_{A \cdot t-\tau} + \Delta i_{B \cdot t-\tau} - 2 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) \\ &\quad - \frac{\Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau} + \Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau}}{l_{AB}} \dots (2.17) \end{aligned}$$

これら各式は、弾性応力解析におけるたわみ角法基本式とまったく同形である。第 1 章でのべたように近似的にはクリープ変形が弾性変形に正比例しておこると考えてよいことから、このことは当然の結果である。

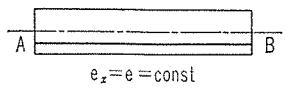
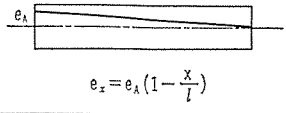
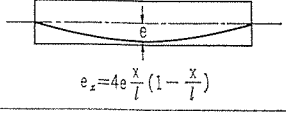
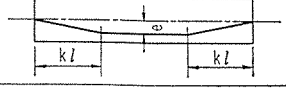
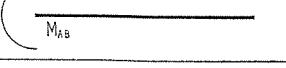

なお、荷重項  $\Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau}$ ,  $\Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau}$  についても、前項の軸方向クリープにおける荷重項  $\Delta N_{AB(0) \cdot t-\tau}$  の場合と同様な取扱いで求めることができる。すなわち、プレストレスモーメント、設計荷重による曲げモーメントの作用によっておこる部材 AB の材端における自由クリープ変形を、時間  $\tau \sim t$  間において  $i_{A \cdot t-\tau}$ ,  $i_{B \cdot t-\tau}$  とすれば、表-8 を参照してつぎの式をうる。

$$\frac{l_{AB}}{6 K_{AB}} \left[ 2 \Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau} - \Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau} \right] \quad \text{①}$$

図-8



表一 種々の緊張材配置形または荷重分布に対する材端弾性回転変形および荷重項

緊張材配置形 または 荷重分布	材端弾性回転変形		荷重項	
	$i_{A \cdot e}$	$i_{B \cdot e}$	$\Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau}$ [ $\times 2K_{AB}(\varphi_{mt} - \varphi_{m\tau})/l\dot{\phi}_{m \cdot t-\tau}$ ]	$\Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau}$ [ $\times 2K_{AB}(\varphi_{m\tau} - \varphi_{mt})/l\dot{\phi}_{m \cdot t-\tau}$ ]
 $e_z = e = \text{const}$	$\frac{Pe l_{AB}}{2K_C}$	$-\frac{Pe l_{AB}}{2K_C}$	$-\frac{Pe l_{AB}}{2K_C}$	$\frac{Pe l_{AB}}{2K_C}$
 $e_z = e_A(1 - \frac{x}{l})$	$\frac{Pe_A l_{AB}}{3K_C}$	$-\frac{Pe_A l_{AB}}{6K_C}$	$-\frac{Pe_A l_{AB}}{2K_C}$	0
 $e_z = 4e \frac{x}{l} (1 - \frac{x}{l})$	$\frac{Pe l_{AB}}{3K_C}$	$-\frac{Pe l_{AB}}{3K_C}$	$-\frac{Pe l_{AB}}{3K_C}$	$\frac{Pe l_{AB}}{3K_C}$
 $e_z = k(1 - \frac{x}{l})$ (0 < x < kl) $e_z = k(\frac{x}{l} - 1)$ (kl < x < l)	$\frac{Pe l_{AB}(1-k)}{2K_C}$	$-\frac{Pe l_{AB}(1-k)}{2K_C}$	$-\frac{Pe l_{AB}(1-k)}{2K_C}$	$\frac{Pe l_{AB}(1-k)}{2K_C}$
 $M_{AB}$	$\frac{M_{AB} l_{AB}}{3K_{AB}}$	$-\frac{M_{AB} l_{AB}}{6K}$	$-\frac{M_{AB} l_{AB}}{3K_{AB}}$	0
 $W$	$\frac{W l^3}{24K_{AB}}$	$-\frac{W l^3}{24K_{AB}}$	$-\frac{W l^3}{24K_{AB}}$	$\frac{W l^3}{24K_{AB}}$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{\tau}^t \underbrace{(2 \Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau} - \Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau}) \frac{d\varphi_{mt}}{dt} dt}_{\textcircled{2}} \\
 & + i_{A \cdot t-\tau} = 0 \\
 & \frac{l_{AB}}{6K_{AB}} \left[ 2 \Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau} - \Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau} \right] \quad \textcircled{1} \\
 & + \int_{\tau}^t \underbrace{(2 \Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau} - \Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau}) \frac{d\varphi_{m\tau}}{dt} dt}_{\textcircled{2}} \\
 & + i_{B \cdot t-\tau} = 0
 \end{aligned}$$

上式で①項は、 $\Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau}$  および  $\Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau}$  による材端弾性回転変形、②項はクリープ回転変形を表す。②項に関しては式(2.3)と同様な近似を適用して、上記各式を連立にとけば、

$$\Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau} = -\frac{2K_{AB}}{l_{AB} \psi_{AB \cdot t-\tau}} (2i_{A \cdot t-\tau} + i_{B \cdot t-\tau}) \quad \text{.....(2.18)}$$

$$\Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau} = -\frac{2K_{AB}}{l_{AB} \psi_{AB \cdot t-\tau}} (2i_{B \cdot t-\tau} + i_{A \cdot t-\tau}) \quad \text{.....(2.19)}$$

を得る。自由クリープ変形  $i_{A \cdot t-\tau}$ 、 $i_{B \cdot t-\tau}$  については式(1.68)または式(1.69)から計算される。

表一は二、三の基本的なプレストレスモーメント分布または設計荷重による曲げモーメント分布に対して、

材端AおよびBにおける自由弾性変形と、これに応ずる荷重項  $\Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau}$ 、 $\Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau}$  を求めたもので、架構のクリープ応力計算の際に利用すると便利である。

#### 4. つり合方程式

以上で求めたクリープ応力と変形との関係式(クリープ応力を求めるためのたわみ角法基本式)を用いて、不静定架構の応力解析を行なうのであるが、架構の各節点における応力のつり合を考えなければならない。弾性応力解析においては、通常、各節点および各部材の弾性変形を未知数と考え、各節点における応力のつり合式を連立方程式として解いてこれら未知数を知る。クリープ応力の場合もこれとまったく同じ方法で解析を行なうことができる。すなわち、図-9(a)において、架構の任意の節点  $i$  におけるクリープ変形は節点回転角  $\Delta i_{i \cdot t-\tau}$ 、節点の水平および垂直方向変位  $\Delta \delta_{i \cdot t-\tau}$ 、 $\Delta \bar{\delta}_{i \cdot t-\tau}$  の3つである。これに対し、 $i$  節点に集まる部材の材端不静定クリープ応力は図-9(b)に示すとおりであり、これら応力のつり合式としてつぎの3つが求められる。

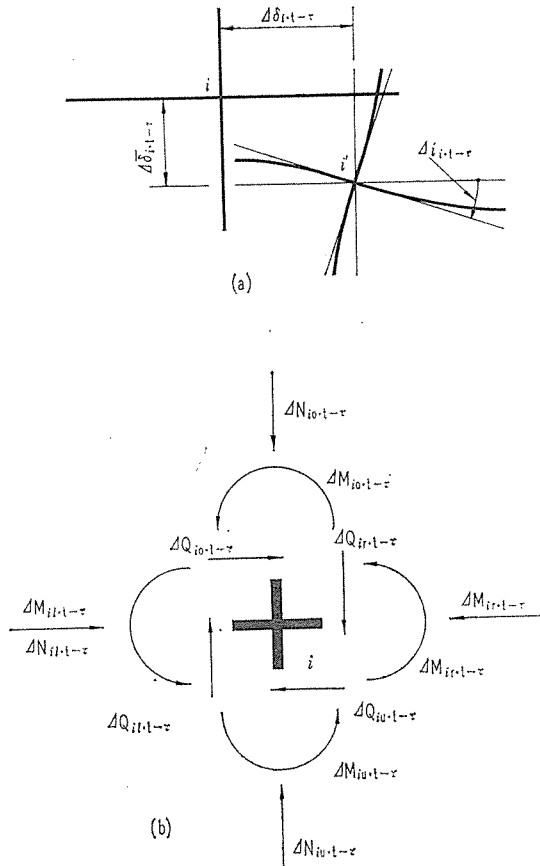
曲げモーメントつり合式

$$\Delta M_{i1 \cdot t-\tau} + \Delta M_{i2 \cdot t-\tau} + \Delta M_{i0 \cdot t-\tau} + \Delta M_{iu \cdot t-\tau} = 0 \quad \text{.....(2.20)}$$

水平方向力つり合式

$$\Delta N_{i1 \cdot t-\tau} - \Delta N_{i2 \cdot t-\tau} + \Delta Q_{i0 \cdot t-\tau} - \Delta Q_{iu \cdot t-\tau} = 0$$

図-9



$$\dots\dots\dots(2.21)$$

垂直方向力つり合式

$$\Delta N_{i-t-\tau} - \Delta N_{i-t-\tau} + \Delta Q_{i-t-\tau} - \Delta Q_{i-t-\tau} = 0 \dots\dots\dots(2.22)$$

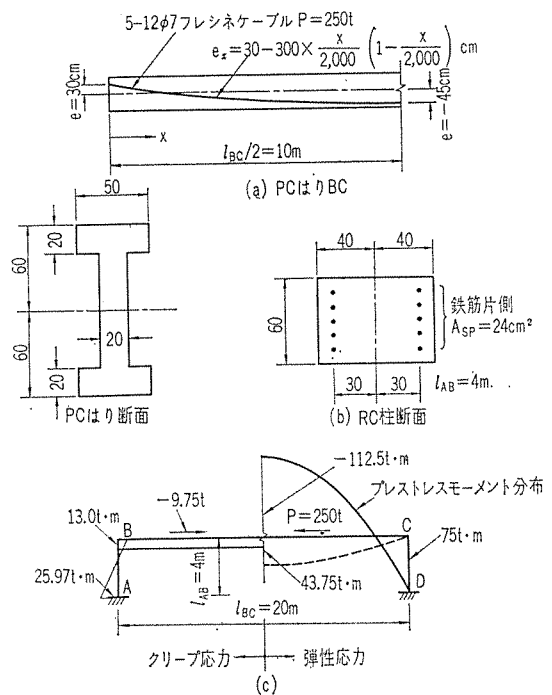
材端不静定クリープ応力は、各節点におけるクリープ変形の関数として 2. および 3. で示したように表示されるから、これらの関係式を式 (2.20)~(2.22) に代入すれば、クリープ変形に関する 3 つの関係式が得られる。すなわち 1 つの節点について未知量であるクリープ変形の数が 3 個に対し、応力のつり合式 (2.20)~(2.22) から得られるクリープ変形に関する関係式が 3 個あるから、未知量の数と方程式の数とが一致して解を求めることができる。

なお、式 (2.21) または式 (2.22) で表わされる水平方向力または垂直方向力のつり合式は、通常の整形ラーメン弾性計算における層方程式を求める基本式となるもので、いわばクリープ応力解析における層方程式にあたるものであることを付記する。くわしい証明は紙数の都合で省略する。

5. 単層単スパン組立ラーメンによる計算例

本章で述べたクリープ応力解析法の理解を深めるために、スパン高 20 m、高さ 4 m の単層単スパンラーメン

図-10



について数値計算を行なおう。はりは 図-10 (a) に示す断面のプレキャスト PC ばかりで、これを 図-10 (b) に示す断面の RC 現場打ち柱と剛接して一体とする組立ラーメンとする。各部材のコンクリートおよび PC 鋼材 (普通鉄筋) の力学的諸数値は以下のとおりとする。

a) PC ばかり

- コンクリートの弾性係数  $E_c = 400\,000$  kg/cm<sup>2</sup>
- PC 鋼材の弾性係数  $E_{sp} = 2\,000\,000$  kg/cm<sup>2</sup>
- クリープ係数  $\varphi_t = \frac{0.5t}{1.5 + 0.25t}$  (t の単位は週)

- クリープ係数最終値  $\varphi_n = 2$
- 収縮ひずみ最終値  $S_n = 2 \times 10^{-4}$

b) RC 柱

- コンクリートの弾性係数  $E_c = 200\,000$  kg/cm<sup>2</sup>
- 普通鉄筋の弾性係数  $E_{sp} = 2\,000\,000$  kg/cm<sup>2</sup>
- クリープ係数  $\varphi_t = \frac{0.75t}{1.5 + 0.25t}$  (t の単位は週)

- クリープ係数最終値  $\varphi_n = 3$

RC 柱に対しては、通常、常時設計応力 (長期応力) のもとでは断面にひびわれが発生することはまずおこり得ない場合が多いので、全断面が有効に応力に対して抵抗する。一方、RC 部材はプレストレス力が 0 なる特殊な PC 部材であるとみなせば、全断面が有効である限りにおいては、本章および前章でのべた PC 部材に対するクリープ変形およびクリープ応力計算式がそのまま適用できる。このことは計算を組織的行なう上においてきわめて重要な事項である。

(1) PC ばり BC のたわみ角法基本式

まず計算に必要な断面諸定数を求める。コンクリート断面に対しては 図-10 (a) を参照して

$$A_c = 3600 \text{ cm}^2, I_c = 592 \times 10^4 \text{ cm}^4$$

であるから

$$\left. \begin{aligned} D_c &= E_c A_c = 4 \times 10^5 \times 3.6 \times 10^3 = 14.4 \times 10^8 \text{ kg} \\ K_c &= E_c I_c = 4 \times 10^5 \times 592 \times 10^4 = 2368 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.23)$$

導入プレストレス力  $P=250 \text{ t}$  とし、12- $\phi 7$  フレシネケープル5本を用い、プレストレス力偏心距離を

$$e_x = 30 - 300 \times \frac{x}{2000} \left(1 - \frac{x}{2000}\right) \text{ cm} \quad (x \text{ は cm})$$

とすれば、

$$\begin{aligned} A_{sp} &= 5 \times 4.62 = 23.1 \text{ cm}^2 \\ I_{spx} &= A_{sp} e_x^2 \\ &= 23.1 \left[ 30 - 300 \times \frac{x}{2000} \left(1 - \frac{x}{2000}\right) \right]^2 \text{ cm}^4 \\ I_{spa} &= \frac{1}{2000} \int_0^{2000} A_{sp} e_x^2 dx = 20790 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

したがって、

$$\left. \begin{aligned} D_{sp} &= E_{sp} A_{sp} = 2 \times 10^6 \times 23.1 = 46.2 \times 10^6 \text{ kg} \\ K_{spa} &= E_{sp} I_{spa} = 2 \times 10^6 \times 2.079 \times 10^4 \\ &= 41.58 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.24)$$

式(2.23)および式(2.24)の値から

$$\begin{aligned} D_{BC} &= D_c + D_{sp} = 1486.2 \times 10^6 \text{ kg} \\ K_{BC} &= K_c + K_{spa} = 2409.58 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2 \\ \therefore \alpha_a &= \frac{D_{sp}}{D_c + D_{sp}} = \frac{46.2 \times 10^6}{1486.2 \times 10^6} = 0.0311 \\ \therefore \beta_a &= \frac{K_{spa}}{K_c + K_{spa}} = \frac{41.58 \times 10^9}{2409.58 \times 10^9} = 0.0172 \end{aligned}$$

したがって、第1章式(1.64)および式(1.67)よりPCばりBCのクリープ係数は

$$\left. \begin{aligned} \text{軸方向クリープ係数 } \varphi_{pt} &= 0.9689 \varphi_t \\ \text{回転クリープ係数 } \varphi_{mt} &= 0.9828 \varphi_t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.25)$$

となる。

つぎに、式(2.8)からクリープによる不静定軸方向力を求めるのであるが、実際の計算には不静定軸力の最終値が必要である。これを表わすのにサフィックス  $t$  のかわりに  $n$  を用いて  $\Delta N_{BC \cdot n-\tau}$  のように表わすことにすれば、ラーメンの対称性を考慮してPCばりBCに対しては

$$\begin{aligned} \Delta N_{BC \cdot n-\tau} &= \frac{2 D_{BC}}{l_{BC} \psi_{BC \cdot n-\tau}} \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} \\ &\quad + \Delta N_{BC(0) \cdot t-\tau} \dots\dots\dots(2.26) \end{aligned}$$

一方、PCばりとRC柱の節点剛接時期を

$$\tau = 4 \text{ 週} \dots\dots\dots(2.27)$$

とすれば、このときのコンクリートのクリープ係数は

$$\varphi_t = \frac{0.5 \times 4}{1.5 + 0.25 \times 4} = 0.8$$

であるから、

$$\begin{aligned} \phi_{BC \cdot n-\tau} &= 1 + \frac{\varphi_{pn} - \varphi_{p\tau}}{2} = 1 + \frac{0.9689}{2} \quad (2-0.8) \\ &= 1.57534 \\ \therefore \frac{2 D_{BC}}{l_{BC} \phi_{BC \cdot n-\tau}} &= \frac{2 \times 1486.2 \times 10^6}{2000 \times 1.57534} \\ &= 944 \times 10^3 \text{ kg/cm} \end{aligned}$$

荷重項  $\Delta N_{BC(0) \cdot n-\tau}$  は式(2.9)から計算される。PCばりBCに作用する持続軸力はプレストレス力  $P=250 \text{ t}$  だけであるから、前章式(1.65)から自由クリープ変形は

$$\begin{aligned} \delta_{AB \cdot n-\tau} &= \left( \frac{P}{D_c} + \frac{S_n}{\varphi_n} \right) (\varphi_{pn} - \varphi_{p\tau}) l_{BC} \\ &= \left( \frac{250000}{14.4 \times 10^8} + \frac{2 \times 10^{-4}}{2} \right) \\ &\quad \times 0.9689 \times (2-0.8) \times 2000 \\ &= 0.635 \text{ cm} \end{aligned}$$

したがって、式(2.9)より、

$$\begin{aligned} \Delta N_{BC(0) \cdot n-\tau} &= - \frac{1486.2 \times 10^6}{2000 \times 1.57534} \times 0.635 \\ &= -299000 \text{ kg} \dots\dots\dots(2.28) \end{aligned}$$

よって不静定クリープ軸力は式(2.26)から

$$\begin{aligned} \Delta N_{BC \cdot n-\tau} &= 944000 \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} - 299000 \text{ kg} \\ &\dots\dots\dots(2.29) \end{aligned}$$

となる。

同様にして材端不静定クリープモーメントは式(2.15)または式(2.16)から得られる。ラーメンの対称性を考慮すれば、材端Bの不静定クリープモーメント最終値は

$$\begin{aligned} \Delta M_{BC \cdot n-\tau} &= \frac{2 K_{BC}}{l_{BC} \psi_{BC \cdot n-\tau}} \Delta i_{B \cdot n-\tau} \\ &\quad + \Delta M_{BC(0) \cdot n-\tau} \dots\dots\dots(2.30) \end{aligned}$$

となる。部材角  $\Delta R_{AB \cdot n-\tau}$  はこの場合には左右の柱ABおよびCDの材軸方向縮みが同じであるからおこらない。計算に必要な数値を求めると

$$\begin{aligned} \psi_{BC \cdot n-\tau} &= 1 + \frac{\varphi_{m \cdot n} - \varphi_{m \tau}}{2} = 1 + \frac{0.9828}{2} \quad (2-0.8) \\ &= 1.58968 \\ \therefore \frac{2 K_{BC}}{l_{BC} \psi_{BC \cdot n-\tau}} &= \frac{2 \times 2409.58 \times 10^9}{2000 \times 1.58968} \\ &= 1514 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm} \end{aligned}$$

荷重項  $\Delta M_{BC(0) \cdot n-\tau}$  は式(2.18)または式(2.19)から計算できる。ここでは導入プレストレスモーメントとプレストレス導入にともなって作用するはり自重モーメントだけを考え、これ以外の設計荷重によるモーメントは考えないことにする。まず、導入プレストレスモーメントは材端Bから  $x$  の位置で

$$\begin{aligned} M_x &= P e_x = 250000 \\ &\quad \times \left[ 30 - 300 \times \frac{x}{2000} \left(1 - \frac{x}{2000}\right) \right] \text{ kg} \cdot \text{cm} \end{aligned}$$

であるから、プレストレスモーメントによる材端Bでの弾性変形  $i_{pB}$

$$i_{pB} = \frac{1}{l_{BC}} K_C \int_0^{l_{BC}} M_x (l_{BC} - x) dx$$

$$= \int_0^{2000} \frac{250\,000}{2\,368 \times 10^9} \times \left[ 30 - 300 \times \frac{x}{2\,000} \left( 1 - \frac{x}{2\,000} \right) \right] \left( 1 - \frac{x}{2\,000} \right) dx$$

$$= -0.001\,27 \text{ rad.}$$

はり自重は

$$W_d = 2.4 \times 0.36 = 0.864 \text{ t/m} = 8.64 \text{ kg/cm}$$

であるから、材端 B における弾性変形  $i_{l \cdot B}$  は

$$i_{l \cdot B} = \frac{W_d l^3}{24 K_{BC}} = \frac{8.64 \times (2\,000)^3}{24 \times 2\,409.5 \times 10^9}$$

$$= +0.001\,195 \text{ rad.}$$

したがって、プレストレストモーメントとはり自重による B 端弾性変形は

$$i_B = i_{pB} + i_{lB} = -0.001\,27 + 0.001\,195$$

$$= -0.000\,075 \text{ rad.}$$

また、これに対応する自由クリープ変形最終値は

$$i_{B \cdot n-\tau} = i_B (\varphi_{m \cdot n} - \varphi_{m \cdot \tau})$$

$$= -0.000\,075 \times 0.982\,8 \times (2 - 0.8)$$

$$= -0.000\,088\,5 \text{ rad.} \dots\dots\dots (2.31)$$

したがって、荷重項は式 (2.18) または式 (2.19) からラーメンの対称性を考慮して、

$$\Delta M_{BC(o) \cdot n-\tau} = -\frac{2 K_{BC}}{l_{BC} \psi_{BC \cdot n-\tau}} i_{B \cdot n-\tau}$$

$$= 1\,514 \times 10^6 \times 88.5 \times 10^{-6}$$

$$= 134\,200 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

したがって、たわみ角法基本式は式 (2.30) から

$$\Delta M_{BC \cdot n-\tau} = 1\,514 \times 10^6 \Delta i_{B \cdot n-\tau} + 134\,200 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$\dots\dots\dots (2.32)$$

となる。なお、せん断力については対称性を考慮すれば

$$\Delta Q_{BC \cdot n-\tau} = \Delta Q_{CB \cdot n-\tau} = 0 \dots\dots\dots (2.33)$$

である。

(2) RC 柱 AB のたわみ角法基本式

RC 柱については、軸方向のクリープ変形によってはクリープ応力はおこらないから、これを考慮しなくてもよい。回転クリープ変形のみを考える。図-10 (b) を参照して

$$I_C = 256 \times 10^4 \text{ cm}^4, I_{s \cdot pa} = 4.32 \times 10^4 \text{ cm}^4$$

であるから、

$$K_C = 200\,000 \times 256 \times 10^4 = 512 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$K_{s \cdot pa} = 2\,000\,000 \times 4.32 \times 10^4 = 86.4 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$\therefore K_{AB} = 512 \times 10^9 + 86.4 \times 10^9 = 598.4 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$\beta_a = \frac{K_{s \cdot pa}}{K_C + K_{s \cdot pa}} = \frac{86.4 \times 10^9}{598.4 \times 10^9} = 0.144\,1$$

クリープ係数は

$$\varphi_{mt} = 0.855\,9 \varphi_t \dots\dots\dots (2.34)$$

$\tau$ : 4 週 ( $\varphi_\tau = 1.2$ ) 以後の変形を考えればよいから、

$$\psi_{AB \cdot n-\tau} = 1 + \frac{\varphi_{m \cdot n} - \varphi_{m \cdot \tau}}{2} = 1 + \frac{0.855\,9}{2} \quad (3-1.2)$$

$$= 1.770\,31$$

$$\frac{2 K_{AB}}{l_{AB} \psi_{AB \cdot n-\tau}} = \frac{2 \times 598.4 \times 10^9}{400 \times 1.770\,31}$$

$$= 168.9 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

したがって基本式はつぎのようになる。

$$\Delta M_{AB \cdot n-\tau} = 168.9 \times 10^7 (\Delta i_{B \cdot n-\tau} - 3 \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} / 400)$$

$$\dots\dots\dots (2.35)$$

$$\Delta M_{BA \cdot n-\tau} = 168.9 \times 10^7 (2 \Delta i_{B \cdot n-\tau} - 3 \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} / 400)$$

$$\dots\dots\dots (2.36)$$

$$\Delta Q_{AB \cdot n-\tau} = \Delta Q_{BA \cdot n-\tau} = -126.7$$

$$\times 10^5 (\Delta i_{B \cdot n-\tau} - 2 \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} / 400)$$

$$\dots\dots\dots (2.37)$$

(3) つり合方程式

図-10 の単ラーメンの未知量としては、結局節点 B におけるクリープ変位  $\Delta i_{B \cdot n-\tau}$  および  $\Delta \delta_{B \cdot n-\tau}$  である。これに対し B 点でのつり合式は、

$$\text{曲げモーメント} \quad \Delta M_{BA \cdot n-\tau} + \Delta M_{BC \cdot n-\tau} = 0$$

$$\text{水平方向力} \quad \Delta N_{BC \cdot n-\tau} + \Delta Q_{BA \cdot n-\tau} = 0$$

である。これらに式 (2.29)、式 (2.32)、式 (2.36) および式 (2.37) を代入して整理すれば、

$$4\,892 \Delta i_{B \cdot n-\tau} - 12.66 \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} + 0.134\,2 = 0 \dots (2.38)$$

$$-12.67 \Delta i_{B \cdot n-\tau} + 1.007\,4 \Delta \delta_{B \cdot n-\tau} - 0.299 = 0$$

$$\dots\dots\dots (2.39)$$

これをとけばつぎのようになる。

$$\Delta i_{B \cdot n-\tau} = 0.000\,765 \text{ rad.} \dots (2.40)$$

$$\Delta \delta_{B \cdot n-\tau} = 0.307 \text{ cm}$$

(4) 不静定クリープ応力

式 (2.40) の結果を (1) および (2) で求めたクリープ応力計算式に代入すれば、不静定クリープ応力を得る。PC ばり BC については式 (2.29) および式 (2.32) から、

$$\Delta N_{BC \cdot n-\tau} = 944\,000 \times 0.307 - 299\,000 = -9\,750 \text{ kg}$$

$$\dots\dots\dots (2.41)$$

$$\Delta M_{BC \cdot n-\tau} = 1\,514 \times 10^6 \times 0.000\,765 + 134\,200$$

$$= 1\,300\,000 \text{ kg} \cdot \text{cm} \dots\dots\dots (2.42)$$

また、RC 柱については式 (2.35) および式 (2.36) から

$$\Delta M_{AB \cdot n-\tau} = 168.9 \times 10^7 (0.000\,765 - 3 \times 0.307 / 400)$$

$$= -2\,597\,000 \text{ kg} \cdot \text{cm} \dots\dots\dots (2.43)$$

$$\Delta M_{B \cdot An-\tau} = 168.9 \times 10^7 (2 \times 0.000\,765$$

$$- 3 \times 0.307 / 400) = -1\,300\,000 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$\dots\dots\dots (2.44)$$

となる。これらの解は図-10 (c) に示してある。同図には比較のためにプレストレストモーメント分布および、はり自重モーメント分布もあわせて示してある。

経験と技術が誇る新工法

## ▶ シルバークール工法 ◀

(本誌8月号 坂博士「ヨーロッパ見聞記」参照)

特長  
 採光・通風・耐水にすぐれ、彩  
 光・室温・湿度も維持費が安  
 用途  
 工場・倉庫・スーパーマーケット  
 小売店・ショッピングセンター・体  
 育館・交差点E.T.C.

不動 建設

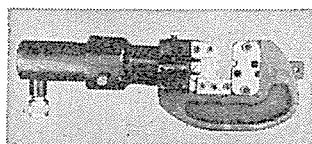
本社 大阪支社 大阪市南区鰻谷仲之町5-7 電話 (271) 代表4771~7  
 東京支社 東京都中央区銀座西4-1 電話 (567) 代表1751  
 横浜営業所 横浜市中区屋上町1-4 電話 (64) 9 0 1 2  
 厚木工場 厚木市内陸工業団地2街区18号 電話 (21) 2 2 1 0  
 支店・営業所 北海道・名古屋・九州・仙台・新潟・千葉・神戸



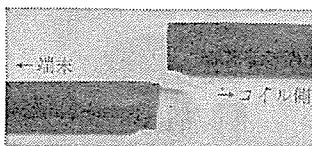
# PC鋼線カッター

PAT. NO.  
487684

### JH-16型



切断見本 9.5φ



- ① 切断刃は堅牢な剪断式を採用してるので、刃の耐久性が強い。
- ② Heading・圧接用にキレイな切断面が得られる。
- ③ 超高压の油圧ポンプ(1/2・2.5馬力)を使用、高压ゴムホースで自由な位置で操作出来る。

切断機	ラ ム	切断能力	ポン プ	切断時間
JH-16	10 ton	PC鋼線 11φまで	2 HP	約 0.8秒
JH-25	20 ton	〃 16φまで	2 HP	約 1.5秒

カッター・油圧ポンプ共コンパクトにまとめられ小型・軽量・防災・能率増進に御使用下さい。

## 東京戸張株式会社

東京都中央区日本橋浜町3丁目7番地 電話 (671) 1251~5番