

プレストレストコンクリート不静定架構の クリープ応力解析 (3)

六 車 熙*

第3章 モーメント分配法の応用

1. 概 説

第2章では、クリープ応力解析のためのたわみ角法基本式を導びき、ラーメンの各節点における曲げモーメント、水平方向力、垂直方向力のつり合い方程式を連立方程式として解いて、クリープ応力を求める方法について述べた。部材A Bの材端AおよびBにおけるクリープ変位がそれぞれ

	材端A	材端B
水平方向(材軸方向)変位	$\Delta \delta_{A \cdot t-\tau}$	$\Delta \delta_{B \cdot t-\tau}$
垂直方向(材軸と直角方向)変位	$\Delta \bar{\delta}_{A \cdot t-\tau}$	$\Delta \bar{\delta}_{B \cdot t-\tau}$
材端回転変位	$\Delta i_{A \cdot t-\tau}$	$\Delta i_{B \cdot t-\tau}$

とするとき、たわみ角法基本式はつぎのようになる。

(a) 不静定軸方向クリープ応力

$$\Delta N_{AB \cdot t-\tau} = \frac{D_{AB}}{l_{AB} \phi_{AB \cdot t-\tau}} (\Delta \delta_{A \cdot t-\tau} - \Delta \delta_{B \cdot t-\tau})$$

(水平方向変位を強制的におこすのに必要な軸力)

$$+ \Delta N_{AB(0) \cdot t-\tau} \dots \dots \dots (2.8)$$

(軸方向力荷重項)

(b) 不静定回転クリープ応力

$$\Delta M_{AB \cdot t-\tau} = \frac{2 K_{AB}}{l_{AB} \psi_{AB \cdot t-\tau}} (2 \Delta i_{A \cdot t-\tau} + \Delta i_{B \cdot t-\tau}$$

(材端および部材回転変位を強制的におこすのに必要な曲げモーメント) (曲げモーメント荷重項)

$$- 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) + \Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau} \dots (2.15)$$

$$\Delta M_{BA \cdot t-\tau} = \frac{2 K_{AB}}{l_{AB} \psi_{AB \cdot t-\tau}} (2 \Delta i_{B \cdot t-\tau} + \Delta i_{A \cdot t-\tau}$$

$$- 3 \Delta R_{AB \cdot t-\tau}) + \Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau} \dots (2.16)$$

$$\Delta Q_{AB \cdot t-\tau} = \Delta Q_{BA \cdot t-\tau} = - \frac{6 K_{AB}}{l_{AB}^2 \psi_{AB \cdot t-\tau}}$$

$$(\Delta i_{A \cdot t-\tau} + \Delta i_{B \cdot t-\tau} - 2 \Delta R_{AB \cdot t-\tau})$$

$$- \frac{\Delta M_{AB(0) \cdot t-\tau} + \Delta M_{BA(0) \cdot t-\tau}}{l_{AB}} \dots (2.17)$$

ただし、 $\Delta R_{AB \cdot t-\tau} = (\Delta \bar{\delta}_{B \cdot t-\tau} - \Delta \bar{\delta}_{A \cdot t-\tau}) / l_{AB}$

上記の各式でクリープ変位および不静定応力の正の方向は、第2章の図-5または図-6(a)および図-7(a)に示してある。また、式の番号は第2章でこれらを導びいたときのものがつけてあるので、記号説明などは第2章の該当箇所を参照されたい。

これら基本式は弾性理論におけるたわみ角法基本式とまったく同形である。したがって、弾性理論におけるモーメント分配法、Kani法、定点法などの図上計算法を応用できることはいままでもない。本章では不静定架構の応力解析にもっとも一般的に利用されると思われるモーメント分配法を、クリープ応力解析に利用する方法について講述する。

2. 解法の原理

モーメント分配法は、ラーメンなどの不静定架構に生ずる弾性曲げモーメントを、反復計算により漸近的に正確値に近づける機械的図上計算法で、明快な物理的基礎に基づくものである。まず弾性応力計算の場合を簡単に説明しよう。

モーメント分配法の基礎となる考え方は節点の拘束とその解除である。節点に移動のない場合を例にとると、まず最初にすべての節点を完全固定して荷重による回転変位がおこらないようにする。実際には各節点は固定されていないから、各節点完全固定とまったく同じ状態におくためには、外力として各節点に特別のモーメントを作用させる必要がある。このような固定のために想定した曲げモーメントのことを拘束モーメント (Locking moment) または固定モーメント (Fixed moment) といい、1つの節点に集まる各部材の材端固定モーメントまたは固定端モーメント (Fixed-end moment) の総和として求められる。すなわち、たわみ角法基本式における荷重項の総和である。このように想定した固定モーメントは特別の場合をのぞきまったく存在しない。したがって、

* 工博 京都大学教授 工学部

上に想定した拘束は解除してやらなければならない。この拘束の解除を各節点ごとに順次行ない、実際の状態に漸近させるのがモーメント分配法の解法原理である。節点に移動を生ずる場合、すなわち、ラーメンの各層に層回転変位の生ずる場合には、各層ごとに、任意層回転変位を強制的にあたえた場合の各部材端モーメントをモーメント分配法にたよってそれぞれ求め、これらと節点移動がないとした場合の結果とを重ね合わせ、各層の層方程式が成立するよう初めにあたえた任意層回転変位を計算することによって、各部材の曲げモーメントを求めることができる。

以上のべた弾性計算におけるモーメント分配法をそのままクリープ応力計算に適用するわけであるが、PC不静定架構では各節点における回転変位のほかに、水平方向および垂直方向の節点移動がおこり、かつ、これらの変位は各節点ごとに異なるから、話はやや面倒になる。そこで、各節点における回転変位の解除だけでなく、水平および垂直方向の節点移動も順次解除していき、曲げモーメントばかりではなくて各部材の軸力および材端せん断力に対しても拘束解除による分配伝達を考えるのが得策である。すなわち、モーメント分配法のやり方を、

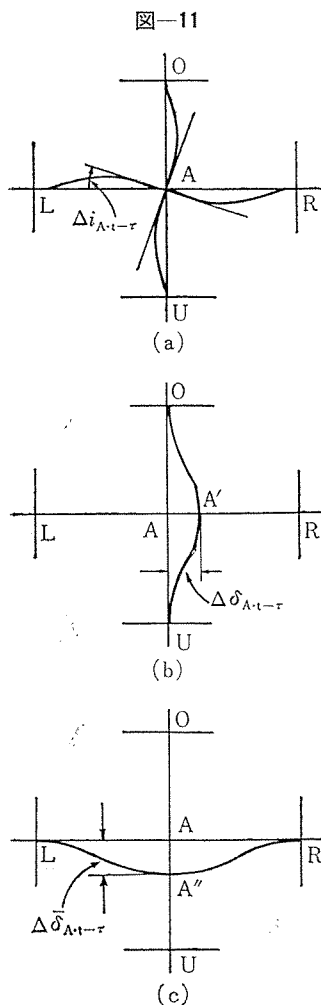


図-11

軸力および材端せん断力にも適用して漸近計算を行なうわけである。くわしい説明は次項以下に述べるとして、ここでは拘束解除の順序(計算の順序)を以下に示しておく。

a) 節点回転変位の拘束解除

図-11 (a) に示すように、各節点の水平および垂直方向移動が生じないように拘束したまま、節点回転変位の拘束を順次解除し、モーメント分配法によって材端モーメントを求める。

b) 節点水平移動の拘束解除

a) の計算終了後、図-11 (b) のように節点水平移動の拘束だけを解除し、水平部材の軸力および垂直部材の材端せん断力を求める。

c) 節点垂直移動の拘

束解除 図-11 (c) のように節点垂直移動だけを解除し、垂直部材の軸力および水平部材の材端せん断力を求める。

d) 上記計算のくり返しによる各節点応力不つり合いの調整 上記の a), b), c) の計算結果を加算するのであるが、いずれの場合にも曲げモーメント、水平方向力または垂直方向力のいずれかに不つり合いがおこる。これを再び上記, a), b), c) のいずれかの計算を適用して、それぞれ漸近的に真の値に近付ける必要がある。調整終了後にすべてを加算すれば、クリープによる各部材の不静定応力が得られるわけである。

3. 節点回転変位の拘束解除とモーメント分配

まず計算の第一段階として前記 a) の場合についての逐次計算法についてのべよう。この場合は節点移動のないラーメンの弾性モーメント計算におけるモーメント分配法と全く同じである。

不静定ラーメンにおいて、各節点のすべてのクリープ変位を完全に拘束した場合、任意の節点 A における回転クリープ変位の完全拘束に必要な固定モーメント $\Delta M_{A,t-\tau}$ は、たわみ角法公式 (2.15) で $\Delta i_{A,t-\tau} = \Delta i_{B,t-\tau} = \Delta R_{AB,t-\tau} = 0$ とおくことにより、

$$\Delta M_{A,t-\tau} = \sum_j \Delta M_{A_j(0),t-\tau} \dots\dots\dots (3.1)$$

である。 $\Delta M_{A_j(0),t-\tau}$ は A_j 部材の節点 A における材端固定モーメント(たわみ角公式における荷重項)であって、前報式 (2.18) から計算される。式 (3.1) の記号 \sum_j は節点 A に集まるすべての部材についての総和を表わす。また、固定モーメント $\Delta M_{A,t-\tau}$ は時間 t の関数である。

つぎに、節点 A の回転クリープ変位の拘束を、他の節点の拘束はそのままにして解除する。このことは図-12 に示すように節点 A に $-\Delta M_{A,t-\tau}$ の曲げモーメントを外力として作用させることに相当する。そのときに節点 A に生ずる回転変位を $\Delta i_{A,t-\tau}$ とすれば、たわみ角法基

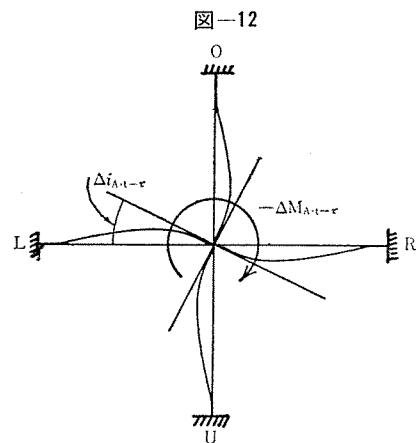


図-12

本式を使って節点Aに集まる各部材の節点Aにおける材端モーメントはつぎのようになる。

$$\Delta m_{Aj \cdot t-\tau} = \frac{2 K_{Aj}}{l_{Aj} \cdot \psi_{Aj \cdot t-\tau}} (2 \Delta i_{A \cdot t-\tau}) \dots (3.2)$$

また、節点Aにおけるモーメントのつり合いから

$$-\Delta M_{A \cdot t-\tau} = \sum_j \Delta m_{Aj \cdot t-\tau} \dots (3.3)$$

したがって、

$$\begin{aligned} \Delta m_{Aj \cdot t-\tau} &= \frac{2 K_{Aj}}{l_{Aj} \cdot \psi_{Aj \cdot t-\tau}} (-\Delta M_{A \cdot t-\tau}) \\ &= \frac{k_{Aj \cdot t-\tau}}{\sum_j k_{Aj \cdot t-\tau}} (-\Delta M_{A \cdot t-\tau}) \dots (3.4) \end{aligned}$$

$$k_{Aj \cdot t-\tau} = \frac{2 K_{Aj}}{l_{Aj} \cdot \psi_{Aj \cdot t-\tau}} \dots (3.5)$$

また、Aj 部材の j 点における曲げモーメントは

$$\begin{aligned} \Delta m_{jA \cdot t-\tau} &= \frac{2 K_{Aj}}{l_{Aj} \cdot \psi_{Aj \cdot t-\tau}} \Delta i_{A \cdot t-\tau} = \frac{k_{Aj \cdot t-\tau}}{2 \sum_j k_{Aj \cdot t-\tau}} \\ & \quad (-\Delta M_{A \cdot t-\tau}) \dots (3.6) \end{aligned}$$

となる。式 (3.4) は分割モーメント、式 (3.6) は伝達モーメントとよぶことは周知である。式 (3.4) で、

$$\mu_{Aj \cdot t-\tau} = \frac{k_{Aj \cdot t-\tau}}{\sum_j k_{Aj \cdot t-\tau}} \dots (3.7)$$

とおけば、分割モーメントは、

$$\Delta m_{Aj \cdot t-\tau} = -\mu_{Aj \cdot t-\tau} \Delta M_{A \cdot t-\tau} \dots (3.8)$$

伝達モーメントは、

$$\Delta m_{jA \cdot t-\tau} = -\mu_{Aj \cdot t-\tau} \Delta M_{A \cdot t-\tau} / 2 = m_{Aj \cdot t-\tau} / 2 \dots (3.9)$$

となる。 $\mu_{Aj \cdot t-\tau}$ のことを分割率とよび、

$$\sum_j \mu_{Aj \cdot t-\tau} = 1 \dots (3.10)$$

となることはいうまでもない。

以上のべたように各節点の回転クリープ変位の拘束を順次解除していくと、各節点の固定モーメントは、式 (3.8) のようにその節点まわりの部材端に分割され、かつ、部材の他端には式 (3.9) の曲げモーメントが伝達される。このような計算を順次図上で行なうわけであるが、その方法は弾性モーメントの計算とまったく同じであるからくわしい説明は省略し、方法の一例を図-13 に示しておく。同図 (a) は節点Aにおける分割モーメントと各部材他端への伝達モーメントの図上での書き方を、同図 (b) は節点拘束の解除の順序を示すものである。

なお、回転クリープ変位の拘束解除による曲げモーメント分配の逐次計算が終了すると、たとえば図-14 (a) に示すような不静定クリープ曲げモーメント分布(実線)が得られる。この図は節点Aのまわりの部材だけを取り出して画いてあるが、この曲げモーメントによって各部

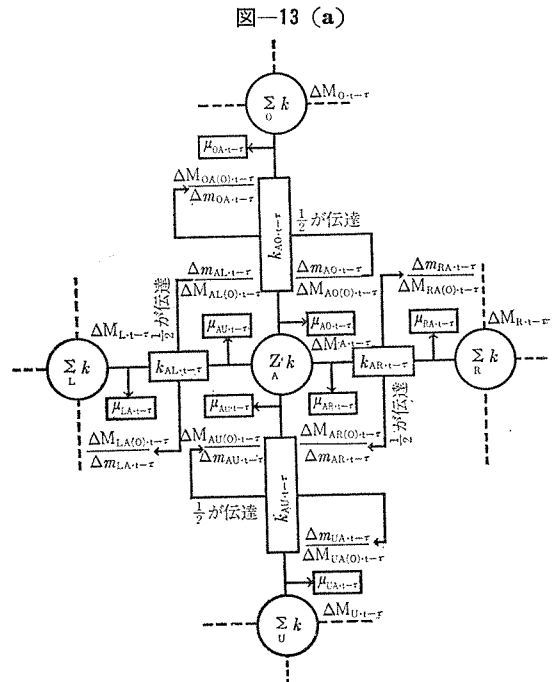


図-13 (b)

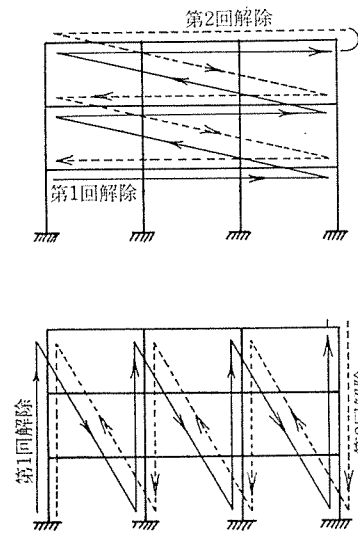
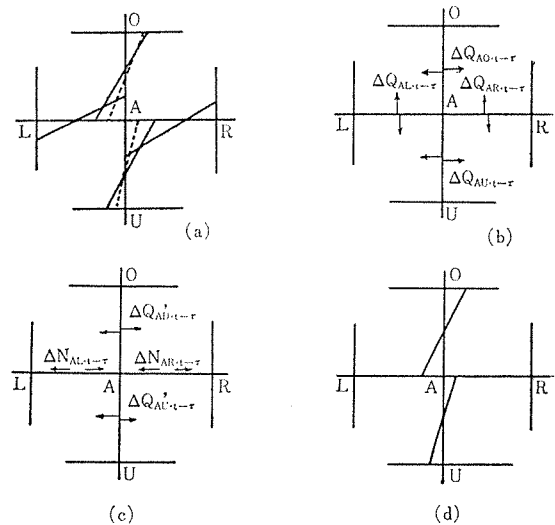


図-14



材には同図 (b) のようなせん断力が生ずる。これらのせん断力とつり合う各部材の軸力は、本項で取扱っている範囲では存在しない。したがって、節点 A における水平方向および垂直方向の力の不つり合いが生じていることになる。この不つり合いを調整するために、節点 A の水平および垂直方向変位の拘束を解除するのであるが、説明を簡単にするために、図-14 (b) の柱材 AO および AU に生ずるせん断力 $4Q_{AO \cdot t-\tau}$, $4Q_{AU \cdot t-\tau}$ の調整について考えることにする。すなわち、この調整には節点 A の回転変位および垂直変位を拘束したままで水平変位の拘束を解除し、それによって生ずるはり材 AL および AU の軸力および柱材 AO および AU のせん断力を求める。水平変位の拘束解除による部材応力計算法は次項に詳述してある。このように各節点の水平変位の拘束解除による各部材応力計算結果として、図-14 (c) の応力が得られたとする。すなわち、水平変位拘束解除により柱材のせん断力は、

$$\text{柱 材 AO} \quad 4Q_{AO \cdot t-\tau} \rightarrow 4Q_{AO' \cdot t-\tau}$$

$$\text{柱 材 AU} \quad 4Q_{AU \cdot t-\tau} \rightarrow 4Q_{AU' \cdot t-\tau}$$

に減少し、そのかわりこれらにつり合うはりの軸力 $4N_{AL \cdot t-\tau}$, $4N_{AR \cdot t-\tau}$ が生ずる。また、このような拘束解除により柱材には図-14 (d) のような曲げモーメントが生ずる。結局、上記の調整によって、図-14 (a) における柱材 AO および AU の曲げモーメントは、同図 (d) のように移りかわったことになる。この移りかわった曲げモーメントは図-14 (a) に点線で示してある。ところがこのような調整によって節点 A の曲げモーメントに不つり合いが生じる。これを調整するには図-14 (a) の実線と点線とで示される曲げモーメントの差を逆方向に作用させて、これによる各部材曲げモーメント(補正モーメント)を上記のモーメント分配法で求め、その結果を図-14 (a) の実線の曲げモーメント分布に加算すればよい。このような補正モーメント分布においても図-14 の場合と同様に柱およびはり材のせん断力につり合う各部材軸力が存在しないから、再び水平変位拘束解除を行なって図-14 (c) に対応するせん断力の調整を行ない、その結果を図-14 (c) から減じてはり材軸力および柱材せん断力の補正を行なう。減ずる理由は、図-14 (c) に対して同図 (a) の実線と点線との曲げモーメントの差をそのまま作用させたときの柱材せん断力およびはり材軸力を、補正值として加えなければならないからである。これとともに図-14 (d) のような柱材曲げモーメントが再び生ずるから、上記の調整をこれに対して再びくり返し、実用上図-14 (d) の柱材曲げモーメントと図-14 (a) の柱材曲げモーメント(実線)とがほとんど等しくなるまで(すなわち、補正の必

要が実用上なくなるまで) 続ける。

上記の柱せん断力に起因する補正が終了した後、はりせん断力に起因する補正を行なう。その方法は垂直変位の拘束解除によればよく、上述の方法がそのまま適用できる。

なお、実際には節点回転クリープ変位の拘束解除による曲げモーメントは、後述の算例でもわかるように節点水平方向クリープ変位拘束解除にともなう各部材不静定曲げモーメントと比較してきわめて小さいのが普通であり、したがって、上記の補正計算は省略しても実用上はさしつかえない。

4. 節点水平変位の拘束解除と軸力および材端せん断力の分配

回転クリープ変位の拘束解除によるモーメント分配の計算終了後、各節点のすべての変位を再び完全拘束し、水平方向クリープ変位の拘束だけを順次解除していったときの、各部材におこる応力を漸近計算により求めるのであるが、その計算の仕方は回転変位の拘束解除に対する場合とまったく同様に考えることができる。

まず最初にラーメンのすべての節点の水平方向クリープ変位を完全固定の状態におくために、外力として各節点に作用させなければならない水平方向力を求める。図-15 (a) に示す節点 A について説明すると、節点 A の水平方向クリープ変位の完全拘束に必要な水平方向力 $4N_{A \cdot t-\tau}$ は、はり材 AL および AR の軸方向自由クリープ変形の完全拘束に必要な軸力の総和に等しい。柱材 AO および AU に中間荷重があると、柱材の節点 A における自由水平変位の拘束に必要な材端せん断力が生ずるが、これは前項でのべた回転クリープ変位の拘束の中にふくまれているから、ここでは考慮する必要はない。はり材 AL および AU の軸方向クリープ変位の完全拘束による軸力は、式 (2.8) で $4\delta_{A \cdot t-\tau} = 4\delta_{B \cdot t-\tau} = 0$ とおけば求められる。すなわち、

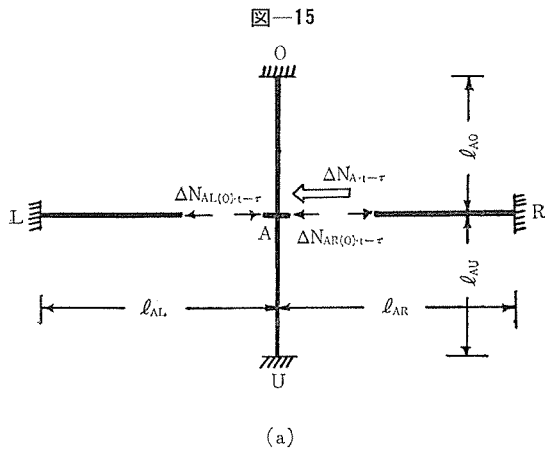
$$\left. \begin{array}{l} \text{部 材 AL} \quad 4N_{AL \cdot t-\tau} = 4N_{AL(0) \cdot t-\tau} \\ \text{部 材 AR} \quad 4N_{AR \cdot t-\tau} = 4N_{AR(0) \cdot t-\tau} \end{array} \right\} \dots (3.11)$$

である。したがって、節点 A の水平方向クリープ変位の完全拘束に必要な水平方向力 $4N_{A \cdot t-\tau}$ は

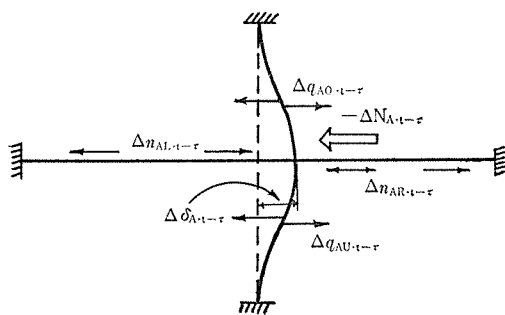
$$4N_{A \cdot t-\tau} = 4N_{AL(0) \cdot t-\tau} + 4N_{AR(0) \cdot t-\tau} \dots (3.12)$$

となる。ここに、 $4N_{A \cdot t-\tau}$ は図-15 (a) で節点 A に対し右方から左方に向かう力を正とする。 $4N_{A \cdot t-\tau}$ のことを 3 項の固定モーメントに対応して固定水平方向力 (Fixed horizontal force) とよぶことにする。

つぎに節点 A の水平方向変位の拘束を回転変位および垂直方向を拘束したままで解除するのであるが、このことは力学的には節点 A に $-4N_{A \cdot t-\tau}$ の水平方向力を作



(a)



(b)

用させることに相当する。この状態を図-15 (b) を用いて説明しよう。いま、 $-\Delta N_{A \cdot t-\tau}$ を作用させることによりおこる各部材の応力を

- はり材軸力 AL 材: $\Delta n_{AL \cdot t-\tau}$ AR 材: $\Delta n_{AR \cdot t-\tau}$
- 柱材せん断力 AO 材: $\Delta q_{AO \cdot t-\tau} = \Delta q_{OA \cdot t-\tau}$
- AU 材: $\Delta q_{AU \cdot t-\tau} = \Delta q_{UA \cdot t-\tau}$

とし、また、その際生ずる節点Aの水平変位を $\Delta \delta_{A \cdot t-\tau}$ とすれば、基本式 (2.8) および (2.17) を用いて、

はり材軸力

$$\left. \begin{aligned} \Delta n_{AL \cdot t-\tau} &= \frac{D_{AL}}{l_{AL} \phi_{AL \cdot t-\tau}} (-\Delta \delta_{A \cdot t-\tau}) = -d_{AL \cdot t-\tau} \Delta \delta_{A \cdot t-\tau} \\ \Delta n_{AR \cdot t-\tau} &= \frac{D_{AR}}{l_{AR} \phi_{AR \cdot t-\tau}} \Delta \delta_{A \cdot t-\tau} = d_{AR \cdot t-\tau} \Delta \delta_{A \cdot t-\tau} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.13)$$

柱材せん断力

$$\left. \begin{aligned} \Delta q_{AO \cdot t-\tau} &= \Delta q_{OA \cdot t-\tau} = \frac{6 K_{AO}}{l_{AO}^3 \psi_{AO \cdot t-\tau}} (-2 \Delta \delta_{A \cdot t-\tau}) \\ &= -\frac{6 k_{AO \cdot t-\tau}}{l_{AO}^2} \Delta \delta_{A \cdot t-\tau} \\ \Delta q_{AU \cdot t-\tau} &= \Delta q_{UA \cdot t-\tau} = \frac{6 K_{AU}}{l_{AU}^3 \psi_{AU \cdot t-\tau}} (2 \Delta \delta_{A \cdot t-\tau}) \\ &= \frac{6 k_{AU \cdot t-\tau}}{l_{AU}^2} \Delta \delta_{A \cdot t-\tau} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.14)$$

ここに、

$$d_{AL \cdot t-\tau} = \frac{D_{AL}}{l_{AL} \phi_{AL \cdot t-\tau}}, \quad d_{AR \cdot t-\tau} = \frac{D_{AR}}{l_{AR} \phi_{AR \cdot t-\tau}} \dots\dots\dots (3.15)$$

である。 $k_{AO \cdot t-\tau}$ および $k_{AU \cdot t-\tau}$ については式 (3.5) を参照されたい。一方、水平方向力のつり合から、

$$\begin{aligned} -\Delta N_{A \cdot t-\tau} &= \Delta n_{AL \cdot t-\tau} - \Delta n_{AR \cdot t-\tau} + \Delta q_{AO \cdot t-\tau} \\ &- \Delta q_{AU \cdot t-\tau} \dots\dots\dots (3.16) \end{aligned}$$

したがって、式 (3.13), (3.14), (3.16) から、

$$\left. \begin{aligned} \Delta n_{AL \cdot t-\tau} &= -\nu_{AL \cdot t-\tau} \Delta N_{A \cdot t-\tau} \\ \Delta n_{AR \cdot t-\tau} &= \nu_{AR \cdot t-\tau} \Delta N_{A \cdot t-\tau} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.17)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta q_{AO \cdot t-\tau} &= \Delta q_{OA \cdot t-\tau} = -\nu_{AO \cdot t-\tau} \Delta N_{A \cdot t-\tau} \\ \Delta q_{AU \cdot t-\tau} &= \Delta q_{UA \cdot t-\tau} = \nu_{AU \cdot t-\tau} \Delta N_{A \cdot t-\tau} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.18)$$

ここに、

$\nu_{AL \cdot t-\tau}$ (または $\nu_{AR \cdot t-\tau}$)

$$= \frac{d_{AL \cdot t-\tau} \text{ (または } d_{AR \cdot t-\tau} \text{)}}{d_{AL \cdot t-\tau} + d_{AR \cdot t-\tau} + 6 \frac{k_{AO \cdot t-\tau}}{l_{AO}^2} + 6 \frac{k_{AU \cdot t-\tau}}{l_{AU}^2}} \dots\dots\dots (3.19)$$

$\nu_{AO \cdot t-\tau}$ (または $\nu_{AU \cdot t-\tau}$)

$$= \frac{6 k_{AO \cdot t-\tau} / l_{AO}^2 \text{ (または } 6 k_{AU \cdot t-\tau} / l_{AU}^2 \text{)}}{d_{AL \cdot t-\tau} + d_{AR \cdot t-\tau} + 6 \frac{k_{AO \cdot t-\tau}}{l_{AO}^2} + 6 \frac{k_{AU \cdot t-\tau}}{l_{AU}^2}} \dots\dots\dots (3.20)$$

$\nu_{AL \cdot t-\tau}$ および $\nu_{AR \cdot t-\tau}$ は節点Aの固定水平方向力 $\Delta N_{A \cdot t-\tau}$ の水平部材 (はり材) への分割率を、 $\nu_{AO \cdot t-\tau}$ および $\nu_{AU \cdot t-\tau}$ は垂直部材 (柱材) への分割率であると同時に、各部材の節点Aと反対側の節点にも同じ力が伝達されることから伝達率でもある。なお、

$$\nu_{AL \cdot t-\tau} + \nu_{AR \cdot t-\tau} + \nu_{AO \cdot t-\tau} + \nu_{AU \cdot t-\tau} = 1 \dots\dots\dots (3.21)$$

であることはいうまでもない。

以上のべた節点Aの水平移動拘束解除による各部材への固定水平方向力の分配を、他の節点に対しても順次行なっていけばよいのであるが、この場合にも3項のモーメント分配の場合と同様な図上計算が可能である。これを図-16について説明すれば以下ようになる。

a) 準備計算 図-16のようにラーメンの図を縦長に大きく描き、□内にはり材に対しては $d_{AL \cdot t-\tau}$ などを、柱材に対しては $6 k_{AO \cdot t-\tau} / l_{AO}^2$ などを記入する。また、これらの総和を節点○の中に記入する。つぎに分割率を式 (3.20) および (3.21) で計算して図示のように書込む。この際 AL 材および AO 材に対しては $-\nu_{AL \cdot t-\tau}$ または $-\nu_{AO \cdot t-\tau}$ の値を記入すると後の計算が便利である。つぎに各節点の水平方向クリープ変位を固定した場合に生ずるはり材軸力 $\Delta N_{AL(0) \cdot t-\tau}$, $\Delta N_{AR(0) \cdot t-\tau}$ をそれぞれ計算し、図示の位置に書き込む。

b) 拘束解除と逐次計算 まず最初に拘束を解除し

ようとする節点，たとえばAについて固定水平方向力 $\Delta N_{A \cdot t-\tau}$ を式 (3.12) により計算する。この値を節点の右肩最下欄に記入する。つぎに節点の拘束解除による分割軸力 $\Delta n_{AL \cdot t-\tau}$ 。または分割せん断力 $\Delta q_{AO \cdot t-\tau}$ などを $\Delta N_{A \cdot t-\tau}$ と各部材の分割率 $\nu_{AL \cdot t-\tau}$ などを符号を考慮して乗じて計算し，その値をはり材では $\Delta N_{AL(0) \cdot t-\tau}$ などの下または上に，柱材では数値0の上または下にそれぞれ書き込む。同時に節点Aと反対の節点までこれをそのまま伝達させる。これで節点Aの第1回の固定水平方向力の解除は終わった。つぎに第2の節点たとえば節点Rに移り，同様の計算を行なう。この際はり材ARの節点固定により生ずる軸力としては，節点Aの拘束解除による分割軸力 $\Delta n_{AR \cdot t-\tau}$ も同時に考え，符号を考慮して，

$$\Delta N_{AR \cdot t-\tau} + \Delta n_{AR \cdot t-\tau}$$

を固定軸力として取扱う。第2の節点としてたとえば節点Oに進むときにも同様に，節点Aの拘束解除による柱材AOに分割されるせん断力 $\Delta q_{AO \cdot t-\tau}$ を同時に考え，符号を考慮して

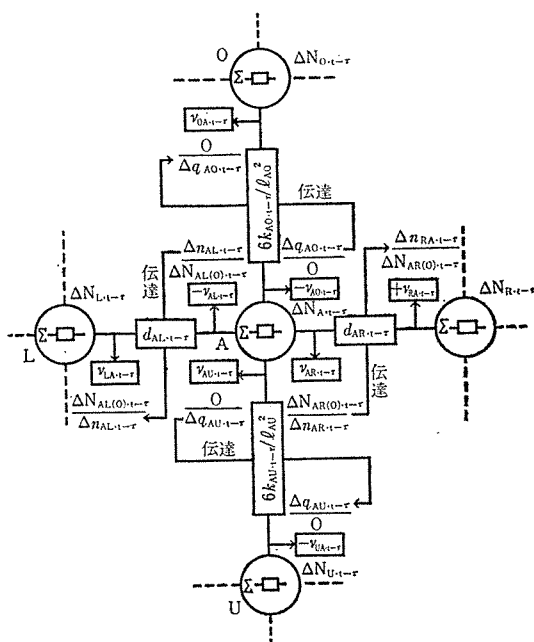
$$\Delta Q_{AO \cdot t-\tau} - \Delta q_{AO \cdot t-\tau}$$

を固定せん断力として取扱う。このようにして各節点の拘束解除による固定水平方向力の分割伝達を順次行なう。

拘束解除の順序としては 図-13 (b) に示す矢印のように反覆し，固定水平方向力が実用上無視してもさしつかえない状態になるまで計算を続ける。最後に各部材の応力は，

$$\left. \begin{aligned} \text{はり材 AL} \quad \Delta \bar{N}_{AL \cdot t-\tau} &= \Delta N_{AL(0) \cdot t-\tau} + \Sigma \Delta n_{AL \cdot t-\tau} \\ \text{AR} \quad \Delta \bar{N}_{AR \cdot t-\tau} &= \Delta N_{AR(0) \cdot t-\tau} + \Sigma \Delta n_{AR \cdot t-\tau} \\ \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} (3.22)$$

図-16



$$\left. \begin{aligned} \text{柱材 AO} \quad \Delta \bar{Q}_{AO \cdot t-\tau} &= \Sigma \Delta q_{AO \cdot t-\tau} \\ \text{AU} \quad \Delta \bar{Q}_{AU \cdot t-\tau} &= \Sigma \Delta q_{AU \cdot t-\tau} \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.23)$$

となる。かくて節点Aにおける水平方向力のつり合いは

$$\Delta \bar{N}_{AL \cdot t-\tau} - \Delta \bar{N}_{AR \cdot t-\tau} + \Delta \bar{Q}_{AO \cdot t-\tau} - \Delta \bar{Q}_{AU \cdot t-\tau} = 0 \dots\dots (3.24)$$

となって成立する。

以上で水平方向クリープ変位の拘束解除が終わったのであるが，ここで問題になるのは水平方向変位の拘束解除に際し，各節点の回転変位を完全拘束したままであることである。図-17 (a) は節点Aのまわりの部材の水平方向クリープ変位拘束方向力の分布を示したものであるが，柱材AOおよびAUには式 (3.24) であたえられるせん断力 $\Delta \bar{Q}_{AO \cdot t-\tau}$ および $\Delta \bar{Q}_{AU \cdot t-\tau}$ に対応して 図-17 (b) のように曲げモーメントがおこり，これに つり合うはり材曲げモーメントは存在しないことになる。このような柱材曲げモーメントは

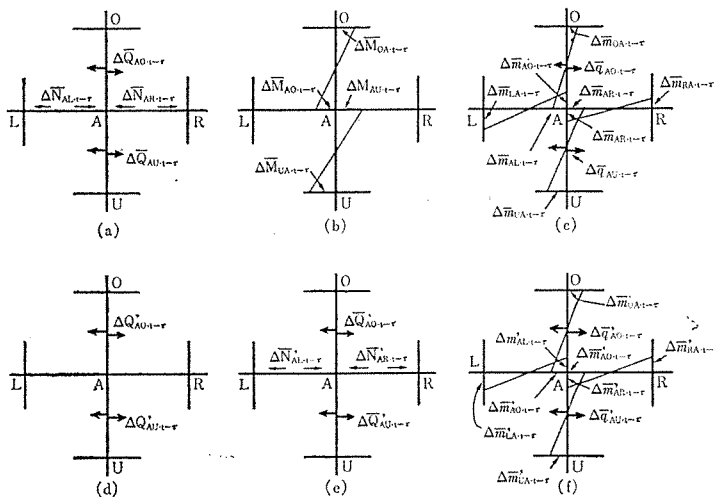
$$\left. \begin{aligned} \text{柱材 AO} \quad \Delta \bar{M}_{AO \cdot t-\tau} &= \Delta \bar{M}_{OA \cdot t-\tau} = -\frac{\Delta \bar{Q}_{AO \cdot t-\tau}}{2} l_{AO} \\ \text{AU} \quad \Delta \bar{M}_{AU \cdot t-\tau} &= \Delta \bar{M}_{UA \cdot t-\tau} = -\frac{\Delta \bar{Q}_{AU \cdot t-\tau}}{2} l_{AU} \end{aligned} \right\} \dots\dots (8.25)$$

となる。したがって，これらの柱材端のつり合い曲げモーメントに対し，再び，節点の回転変位の拘束を解除して，3項でのべたモーメント分配法を適用，各節点の曲げモーメントのつり合いが成立するようにする。その結果，図-17 (c) に示すように，

$$\left. \begin{aligned} \text{柱材 AO 材端Aでは} \quad \Delta \bar{M}_{AO \cdot t-\tau} &\rightarrow \Delta \bar{m}_{AO \cdot t-\tau} \\ \text{材端Oでは} \quad \Delta \bar{M}_{OA \cdot t-\tau} &\rightarrow \Delta \bar{m}_{OA \cdot t-\tau} \\ \text{柱材 AU 材端Aでは} \quad \Delta \bar{M}_{AU \cdot t-\tau} &\rightarrow \Delta \bar{m}_{AU \cdot t-\tau} \\ \text{材端Uでは} \quad \Delta \bar{M}_{UA \cdot t-\tau} &\rightarrow \Delta \bar{m}_{UA \cdot t-\tau} \end{aligned} \right\}$$

に移りかわる。したがって，柱材のせん断力はモーメント分配の結果 図-17 (c) に示すように

図-17



$$\left. \begin{aligned} \text{柱材 AO} \quad \Delta \bar{q}_{AO \cdot t-\tau} &= \Delta \bar{q}_{OA \cdot t-\tau} = -\frac{\Delta \bar{m}_{AO \cdot t-\tau} + \Delta \bar{m}_{OA \cdot t-\tau}}{l_{AU}} \\ \text{柱材 AU} \quad \Delta \bar{q}_{AU \cdot t-\tau} &= \Delta \bar{q}_{UA \cdot t-\tau} = -\frac{\Delta \bar{m}_{AU \cdot t-\tau} + \Delta \bar{m}_{UA \cdot t-\tau}}{l_{AU}} \\ &\dots\dots\dots(3.26) \end{aligned} \right\}$$

となる。ここでは、はり材に生ずるせん断力については考慮しないことにする。したがって、図-17 (b) の場合すなわち式 (3.23) の柱材せん断力と、同図 (c) の場合すなわち式 (3.26) の柱材せん断力との間に差が生じ、結果として節点A水平方向力のつり合いがくずれ、これの補正を考えなければならない。すなわち、両者の差のせん断力を各柱材端にそれぞれ逆方向に外力として作用させたときの各部材応力を、図-17 (b) および (c) に加算してやらなければならない。各柱材端に作用させるせん断力は同図 (d) に示すように、

$$\left. \begin{aligned} \text{柱材 AO} \quad \Delta Q_{AO' \cdot t-\tau} &= \Delta Q_{OA' \cdot t-\tau} \\ &= \Delta \bar{q}_{AO \cdot t-\tau} - \Delta \bar{Q}_{AO \cdot t-\tau} \\ \text{柱材 AU} \quad \Delta Q_{AU' \cdot t-\tau} &= \Delta Q_{UA' \cdot t-\tau} \\ &= \Delta \bar{q}_{AU \cdot t-\tau} - \Delta \bar{Q}_{UA \cdot t-\tau} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.27)$$

である。これら外力に対し再び水平方向クリープ変位の拘束解除を行なって、同図 (e) のようにはり材の軸力補正值および柱材のせん断力補正值を求め、さらに、その結果に対して回転変位の拘束解除を行なって、同図 (f) のように柱曲げモーメントのつり合いを調整する。このような計算により再び図-17 (e) と (f) との間の柱材せん断力の間につり合いが生ずるから、

$$\left. \begin{aligned} \text{柱材 AO} \quad \Delta Q_{AO'' \cdot t-\tau} &= \Delta Q_{OA'' \cdot t-\tau} \\ &= \Delta \bar{q}_{AO' \cdot t-\tau} - \Delta \bar{Q}_{AO' \cdot t-\tau} \\ \text{柱材 AU} \quad \Delta Q_{AU'' \cdot t-\tau} &= \Delta Q_{UA'' \cdot t-\tau} \\ &= \Delta \bar{q}_{AU' \cdot t-\tau} - \Delta \bar{Q}_{AU' \cdot t-\tau} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.28)$$

を再び外力としてそれぞれの柱に作用させ、同様の計算をくり返す。このようなつり合いが実用上許し得る範囲にいったとき、すなわち、式 (3.28) において

$$\left. \begin{aligned} \Delta Q_{AO'' \cdot t-\tau} &= \Delta Q_{OA'' \cdot t-\tau} \doteq 0 \\ \Delta Q_{AU'' \cdot t-\tau} &= \Delta Q_{UA'' \cdot t-\tau} \doteq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.29)$$

となったとき計算を終り、これらの調整値を加算して最終結果を得る。すなわち、はり材軸力および柱材せん断力としては図-17 (a) と (e) との結果を加算し、各部材曲げモーメントとしては同図 (c) から (f) を減じて最終結果を得る。曲げモーメントに対し計算をするのは3項の場合と同じく、図-17 (a) と (c) との柱せん断力の差をなくすために、同図 (c) に式 (3.27) で表わされるせん断力差の符号を逆にして加算してやらなければならないからである。

以上の結果は、各節点における曲げモーメントおよび水平方向力のつり合いだけが満足されるように漸近計算したものである。したがって、各はり材には曲げモーメントによるせん断力が存在し、これとつり合うべき柱材軸力はない。したがって、今度ははり材せん断力のつり合(すなわち、各節点の垂直方向力のつり合い)を上記と同様にして調整しなければならない。この調整が終わると再び各節点の水平方向力のつり合いがおこるから、これが実用上無視できる範囲になるまでこれをくり返す。しかし実際には、はりのスパンは長大であるのではり材せん断力そのものは通常きわめて小さく、垂直方向力のつり合いの調整は実用上不要な場合が多い。

5. 節点垂直変位の拘束解除と軸力および材端せん断力の配分

任意の層における柱材の軸方向力にいちじるしい差異があるときには、各節点における垂直方向クリープ変位にもいちじるしい差異が生ずる。このような場合には節点の垂直方向クリープ変位だけの拘束を解除して、これによっておこる各部材応力を計算しなければならない。このような場合の計算法は、前項でのべた方法がそのまま準用できる。実際には任意の層の各柱の間にいちじるしいプレストレス力の差がある場合だけ、これを計算すればよいのであって、設計荷重による軸方向力の差異程度に対しては、これを無視し、垂直方向クリープ変位は各層の柱間で差がないと考えてもよい。

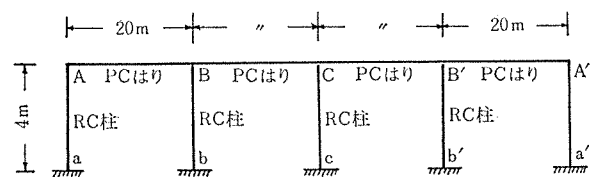
6. 結果の加算

以上のように各節点の回転クリープ変位、水平方向クリープ変位および垂直方向クリープ変位の拘束解除による応力計算が終了すれば、これら3つの計算結果を加算して各部材の不静定クリープ曲げモーメント、不静定クリープ軸力および不静定クリープせん断力が得られる。これに弾性架構としての応力(弾性ラーメン応力)を加算すれば、クリープを考慮した応力が得られる。

7. 算 例

図-18 に示す単層4スパン組立PCラーメンのクリープを応力を求める。ラーメンのはり材は、スパン20mのPC、柱材は高さ4mのRC柱とし、これらの断面

図-18



寸法、材料の物理的性質、組立方法と組立材令などは第2章算例でのべたのと同じとする。また、外力としてはPCばりのプレストレスおよび自重だけとすることも第2章算例と同じである。したがって、計算に必要な諸数値はすべて第2章算例の中に出ている。すなわち、各部材の必要諸数値だけを列記すると以下ようになる。

PC はり： $k_{AB \cdot n-\tau} = k_{BC \cdot n-\tau} = 1.514 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

$d_{AB \cdot n-\tau} = d_{BC \cdot n-\tau} = 47.2 \times 10^3 \text{ kg/cm}$

$\Delta M_{AB(0) \cdot n-\tau} = -\Delta M_{BA(0) \cdot n-\tau} = 1.342 \text{ t} \cdot \text{m}$

$\Delta M_{BC(0) \cdot n-\tau} = -\Delta M_{CB(0) \cdot n-\tau} = 1.342 \text{ t} \cdot \text{m}$

$\Delta N_{AB(0) \cdot n-\tau} = \Delta N_{BC(0) \cdot n-\tau} = -299 \text{ ton}$

RC 柱： $k_{aA \cdot n-\tau} = k_{bB \cdot n-\tau} = 1.689 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

$$\frac{6k_{aA \cdot n-\tau}}{l_{aA}^2} = \frac{6k_{bB \cdot n-\tau}}{l_{bB}^2} = \frac{1.689 \times 10^9}{(400)^2} = 6.34 \times 10^4 \text{ kg/cm}$$

$\Delta M_{aA(0) \cdot n-\tau} = -\Delta M_{Aa(0) \cdot n-\tau} = 0$

$\Delta M_{bB(0) \cdot n-\tau} = -\Delta M_{Bb(0) \cdot n-\tau} = 0$

$\Delta N_{aA(0) \cdot n-\tau} = \Delta N_{bB(0) \cdot n-\tau} = 0$

ただし、上記で記号nは $t \rightarrow \infty$ を表わすものである。

(1) 回転クリープ変位の拘束解除計算

3項でのべたモーメント分配を第一段階として行なう。計算シートは図-19(a)に示す。計算はラーメンの対象性を考慮して行なわれていることはいうまでもない。計算結果から画いた曲げモーメント図は図-19(b)の左半分にまた、これに対応する柱材せん断力図を右半分に示してある。柱材せん断力はきわめて小さいので、この程度の不釣り合いは無視できる。

(2) 水平方向クリープ変位の拘束解除計算

4項でのべた方法により計算を進める。まず、第1回の水平方向クリープ変位の拘束解除計算を行なう。計算シートは図-20(a)に示してあるから、図-16を参照して追跡されたい。その結果から得られる各部材水平方向力を図-21(a)左半分に示してある。また、柱材せん断力に対応する曲げモーメントも同時に点線で示してある。

つぎに、点線で示した柱材曲げモーメントの不釣り合いを補正するため、各節点回転変形拘束解除によるモーメント分配を行なう。計算シートは図-20(b)にその結果は図-21(a)右半分に図示してある。つぎに同図の左半分と右半分の柱材の不釣り合いに対する補正で

図-19(a)

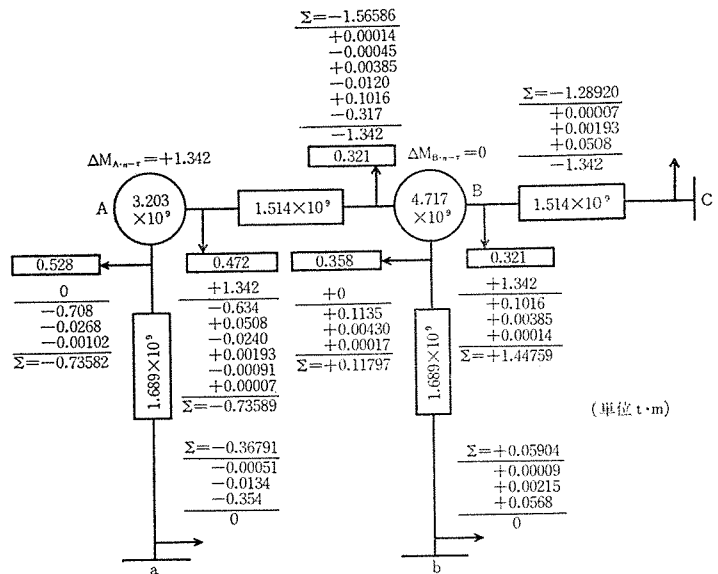
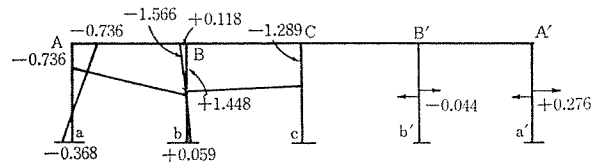


図-19(b)



あるが、不釣り合せせん断力は、

柱材 aA： $4Q'_{aA \cdot n-\tau} = 4Q'_{Aa \cdot n-\tau} = -22.2 \text{ t}$

bB： $4Q'_{bB \cdot n-\tau} = 4Q'_{Bb \cdot n-\tau} = -4.2 \text{ t}$

であり、これを作用させたときの節点水平変位の拘束解除計算を行なって、第1補正值を求める。その計算シートは図-20(c)に、計算結果は図-21(b)左半分に示してある。再び柱せん断力に対応する曲げモーメント(図-21(b)左半分の点線)の解除を行なって曲げモーメントに対する第1補正值を得る。その計算シートは図-20(d)に、結果は図-21(b)右半分に示してある。さらに柱材のせん断力の不釣り合いに対して図-20(e)、図-20(f)のように計算を進め、第2補正值を得る。これを図-21(c)に示す。図-21(c)の状態では柱材せん断力の不釣り合いはごくわずかになったので、上記の逐次計算は終わり、結果の加算を行なえばよい。すなわち、水平方向力(はり材不静定軸力および柱材せん断力)としては、図-21の左半分の結果を加算、不静定曲げモーメントとしては、図-21の右半分の結果を(a)-(b)-(c)のように引き算を行なって最終結果を得る。最終結果を図-22に示す。

(3) 垂直方向クリープ変位の拘束解除計算

図-22の結果は、各節点における水平方向力のつり合いは満足するが、垂直方向力はつり合い条件を満足しない。すなわち、同図に示したようにはり材の不静定曲げモーメントによってAB部材には-5.5t、BC部材

図-20 (a)

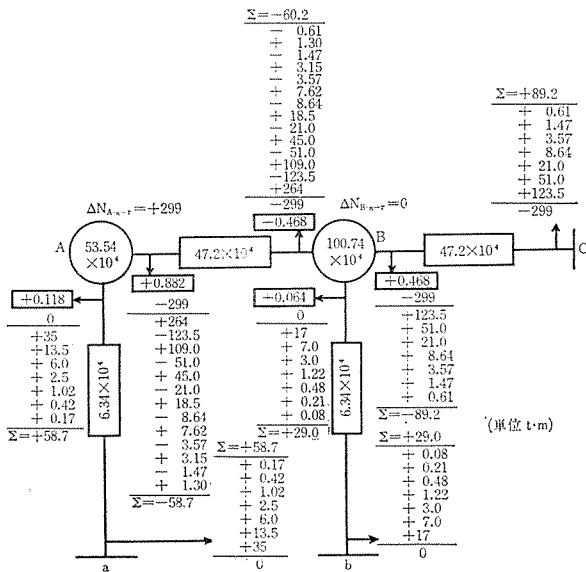


図-20 (d)

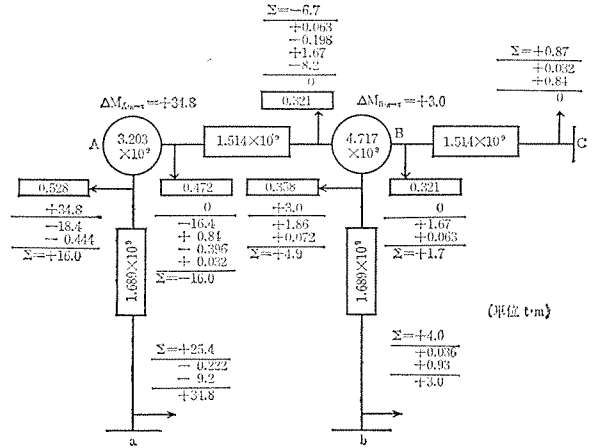


図-20 (b)

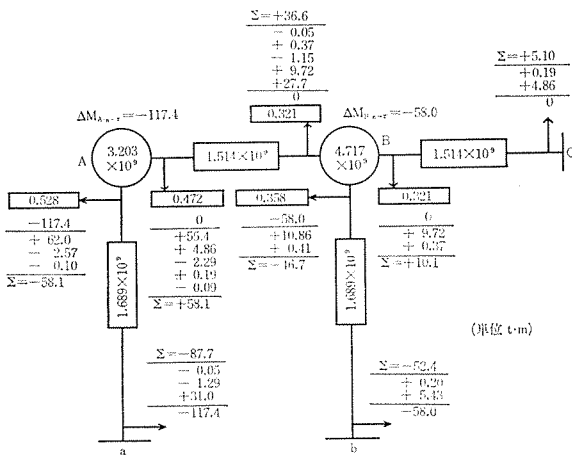


図-20 (e)

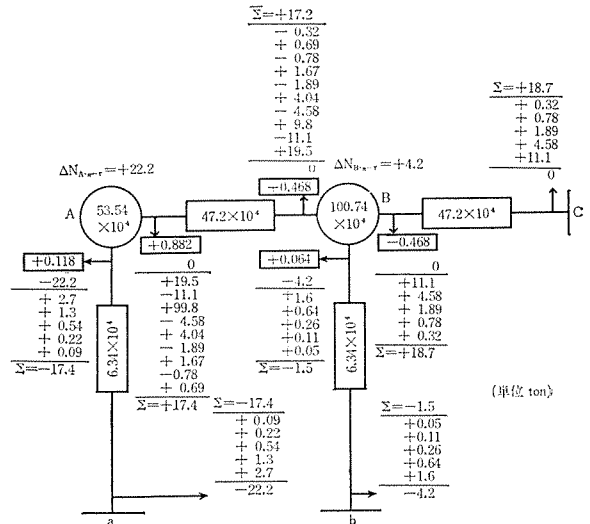


図-20 (c)

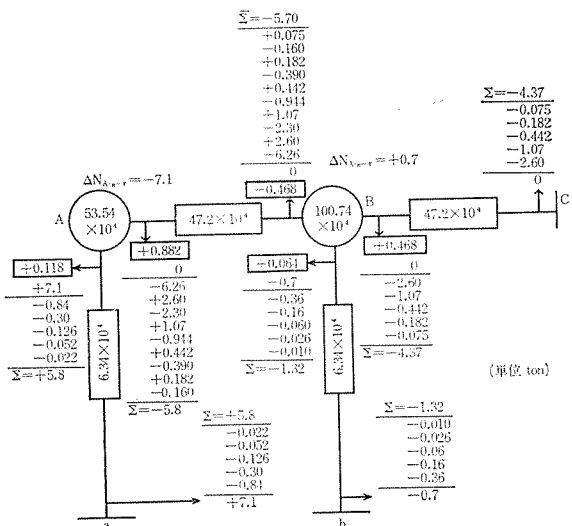
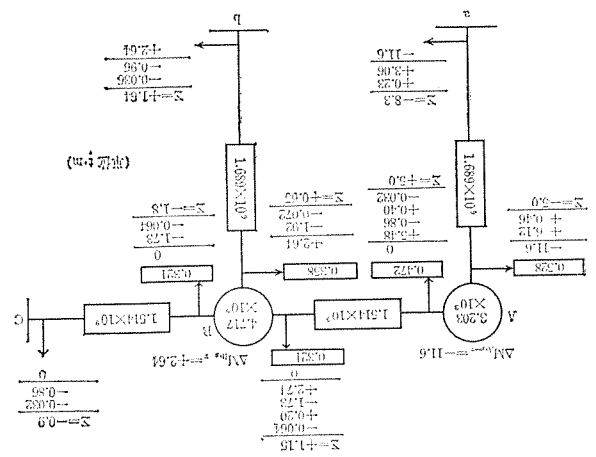


図-20 (f)



には -0.65 t のせん断力が生じ、これにつり合う各柱

図-21

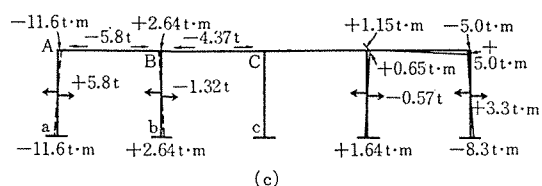
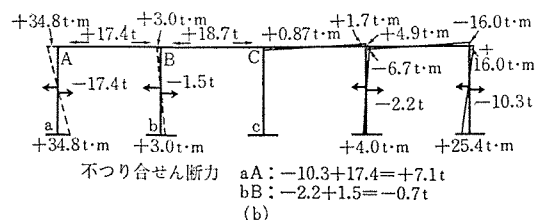
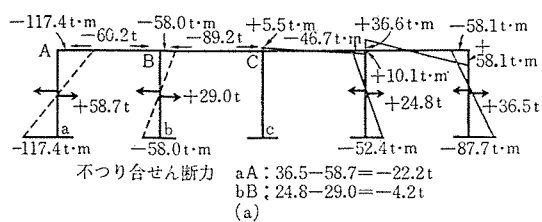
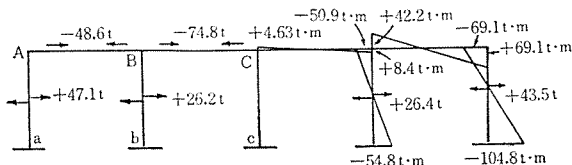


図-22



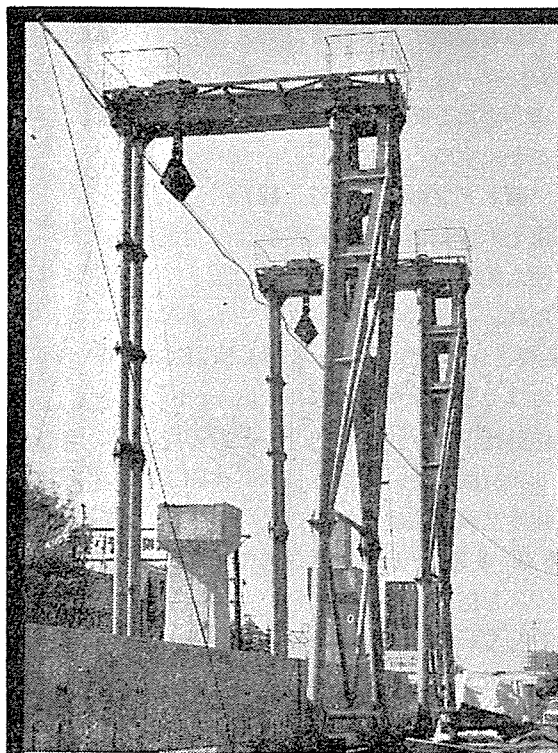
材の不静定軸力は計算されていない。したがって、厳密にはこのようなはり材せん断力に対する垂直方向クリープ変位の拘束解除計算を行なうのが正しい。しかし、はり材せん断力と比較するときわめてわずかであるので、ここでは省略する。

(4) 結果の加算

以上(1)・(2)・(3)各項の計算結果をすべて加算すれば、所要の不静定クリープ応力となる。ここでは図-19(b)と図-22と加算するることになる。ところが、図-19(b)は図-22と比較すると各部材応力がいちじるしく小さく、実用上は図-22の結果をそのまま用いてもさしつかえない。このことからつぎのような重要な結論が得られる。

「P C不静定架構のクリープ応力は、その大部分がはり材の軸方向自由クリープ変形の拘束によっておこる。この傾向は柱の剛性大なるほど(多張間になるほど)大きい。なお、この傾向は一体式架構の部材にプレストレスを導入したときよりも、組立架構の場合の方が大きくなる」

すなわち、以上の重要な結論から、単にクリープによる架構の不静定応力がどの程度になるかの目安を得るためには、4項でのべたはり材の軸方向クリープ変位の拘束解除による応力計算だけを行なえば十分であるといえる。



向ヶ丘遊園
モノレール桁架設機

P C 架設機 の 設計・製作

多年の経験を誇る

三信工業株式会社

東京都千代田区神田司町2-5

TEL (294) 5131・5132・(293) 0787