

# プレストレスト コンクリートによる ゲルバー桁ヒンジ部分の構造研究

大 西 清 治\*  
真 鍋 正 寛\*  
久 松 光 世\*

## 概 要

鉄筋コンクリートおよび、プレストレスト コンクリート橋梁にゲルバー桁を使用する場合、一般に定着桁とつり桁を接合する支承付近の構造が、弱点となることが多い。本文は、この支承付近のコンクリート部材に、プレストレスを与えて強固な構造とする問題の端緒を得ようとして実験研究を行ない、部材に与えるプレストレスの量、その方向および部材の強度について論じている。

## 1. 緒 論

鉄筋コンクリートおよび、プレストレスト コンクリート構造による橋梁にゲルバー桁を使用する例が多いが、その定着桁とつり桁を接合する支承部付近の構造は、そのおのの桁の断面が半減し、また切欠きなどの影響も受け、ひびわれ発生の可能性も少なくないので、一般にコンクリート構造によるゲルバー桁は、その支承部付近が不安を抱かせる弱点と見られる。

最近この支承部付近のコンクリートを補強する目的で、桁の切欠部に桁高方向にプレストレスを与える方法が試みられているが、その設計計算法、すなわちどの方向に、どの位のプレストレスを与えればよいかについて簡単な解明方法がないようである。

本小文は、ゲルバー桁の支承部付近のコンクリート部材にプレストレスを与えて補強する場合に生ずるこれら工学的問題に対する解明の端緒を得ようとして行なった実験研究の概要報告である。

本研究に当たり終始懇切なるご指導を賜わった、東京大学 国分正胤教授をはじめ、ご指導ご協力をいただいた、建設省 伊東茂富、宮原堯典、日本道路公団 御子柴光春、首都高速道路公団 津野和男、西山啓伸、日本国有鉄道松本嘉司、日本構造橋梁研究所 猪股俊司、オリエンタルコンサルタンツ 清野茂次の各位に厚く 謝意を表する次第である。

本研究は、昭和 39 年度建設省 建設工業技術研究補助

\* オリエンタルコンクリート株式会社

金を受けて行なったものである。

## 2. 研究の方法

本研究は各種の供試用のはりを用いて、実験的にはり端切欠き部付近の応力度、ひびわれ角度、ひびわれ荷重および破壊荷重を求めるとともに、これらに対する各種の桁高方向プレストレスの影響を調べ、適当と思われる計算法を用いて算出した値と実験値との比較検討を行ない、最後にこれらの計算法を用いて、実物大の模型桁を設計、製作して載荷試験を行なった。

供試用はりの種類および実験内容はおよそつぎの 4 項目にわけ、順次段階を追って研究を行なった。

1) 最初に、モルタルで造られた模型はり 9 本を用いて、部材端部に生じるひびわれの発生方向およびハンチの大小と破壊強度の関係を調べる。

2) 桁軸方向にプレストレスを与えたプレストレストコンクリートばりを 8 本用いて、はり端の切欠き部分に各種の角度で桁高方向にプレストレスを与え、このプレストレスを与えた方向と、その量とひびわれ発生および破壊現象との関係を調べる。

3) 前項と同一の PC ばりを用いて、載荷荷重（反力）によるハンチ部分の応力集中についての係数を実験的に求める。

4) 前項 1)~3) の実験より得られた計算法にもとずき、その寸法が実物大に近い模型桁を 3 種類設計し、載荷試験を行ない、ひびわれ強度、破壊強度を調べる。

## 3. 試験の方法

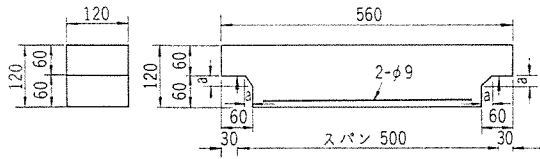
### (1) 試験体の種類

試験体の種類はモルタルはり、PC ばりの 2 種類で、その形状寸法は 図-1 および 図-2 に示すとおりである。

### (2) 試験体の材料

セメントは、小野田早強ポルトランドセメントを用い、細骨材は川砂、粗骨材は砕石を用いた。円柱供試体による使用モルタルおよび、コンクリートの性質を 表-1、

図-1 モルタルはり



はりの ハンチ の種類 の寸法	No.1型	No.2型	No.3型
a	0 cm	1 cm	2 cm

図-2 PC ばりの種類

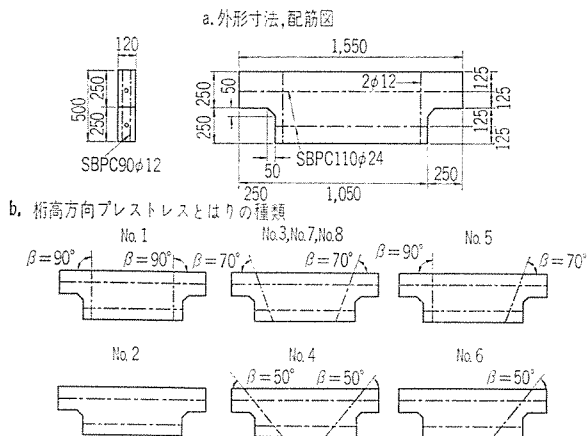


表-2 に示す。

またPC鋼材は高周波熱錬の製品で、その機械的性質を 表-3 に示す。

表-1 使用モルタルの性質

モルタルの 打設時期に よる分類	モルタルの強度(kg/cm <sup>2</sup> )		ヤング 係 数 (kg/cm <sup>2</sup> )	ポアソン 比
	現場養生 載荷試験時	標準養生 材令 28 日		
第 1 回	531	500	255 000	0.22
第 2 回	512	480	223 000	0.19
第 3 回	505	465	—	—

表-2 使用コンクリートの性質

種 類	コンクリートの強度 (kg/cm <sup>2</sup> )		ヤング係数 (kg/cm <sup>2</sup> )	ポアソン比
	現場養生 載荷試験時	標準養生 材令 28 日		
1	509	573	285 000	0.17
2	598	585	331 000	0.19
3	563	553	305 000	0.20

表-3 PC 鋼棒の機械的性質

種 類	直 径 (mm)	平 行 部					ネジ 部	
		引張 荷重 (kg)	引張 応力度 (kg/ mm <sup>2</sup> )	降伏点 荷重 (kg)	降伏点 応力度 (kg/ mm <sup>2</sup> )	伸び率 (%)	引張 荷重 (kg)	抗張力 (kg/ mm <sup>2</sup> )
SBPC 95	10.87	10 550	113.5	10 410	112.0	10.3	9 790	102.6
SBPC 110	22.53	49 600	124.3	45 100	113.0	8.7	47 100	116.5

(3) 試 験

試験体はアムスラー型圧縮試験機を用いて 図-3,4 および 写真-1 に示す載荷要領で破壊に至らしめ、その間の表面ひずみの変化を測定した。

各試験体のひびわれ反力を一括して、表-9,10 に示す。試験体の破壊反力を 表-11 に示し、破壊状態は 写真-2,3 に示す。

図-3 モルタルはり載荷装置

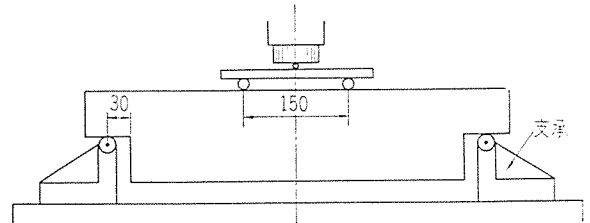


図-4 PC ばりの載荷状態

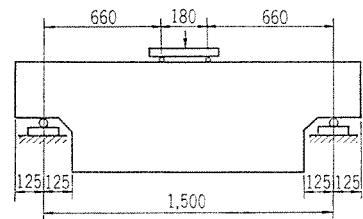


写真-1 PC ばりの載荷試験

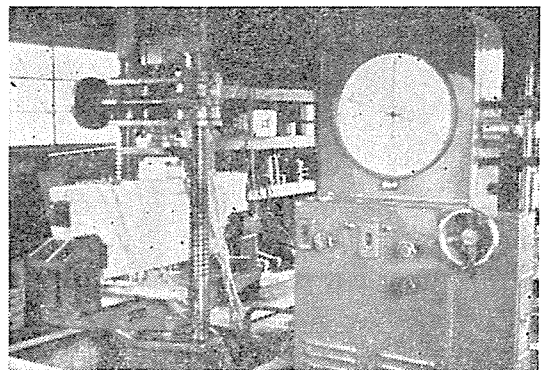


写真-2 モルタルばりの破壊状況

- No. 1 型 ハンチなし
- No. 2 型 ハンチ 1 cm
- No. 3 型 ハンチ 2 cm

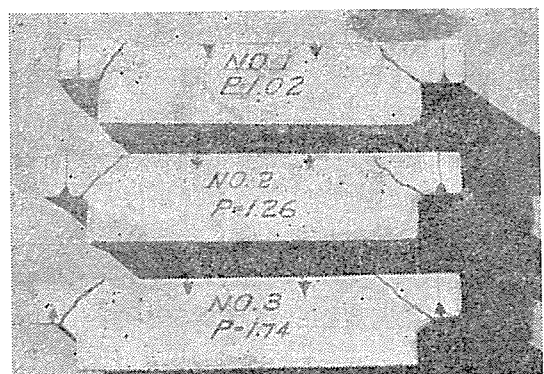
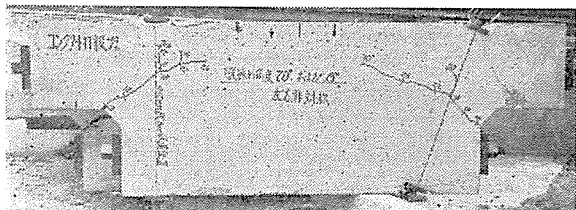


写真-3 PC ばりの破壊状況

a) No. 5 ( $\beta_{左}=90^\circ, \beta_{右}=70^\circ$ )



b) No. 6 ( $\beta_{左}=50^\circ$ , 右は補強なし)

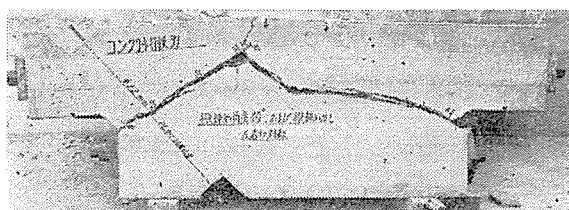
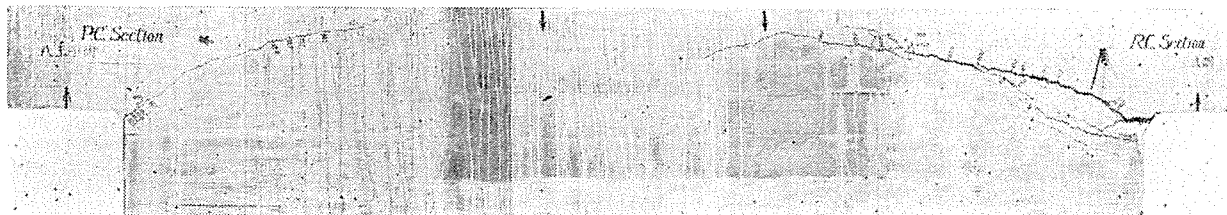
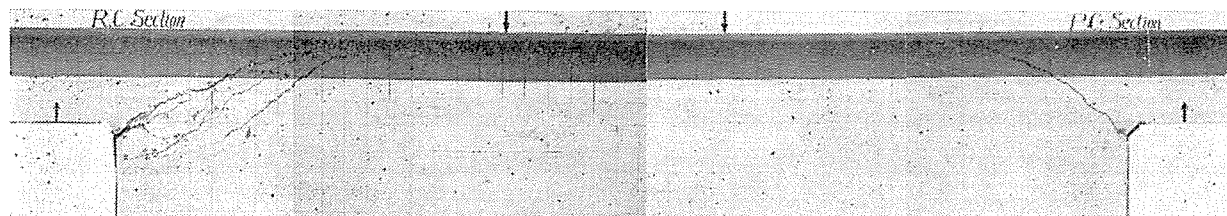


写真-4 実物大模型ばりの破壊状態

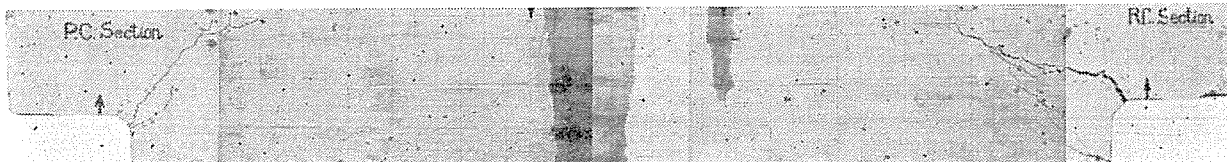
a) PCI 形ばり



b) PCT 形ばり



c) RCI 形ばり



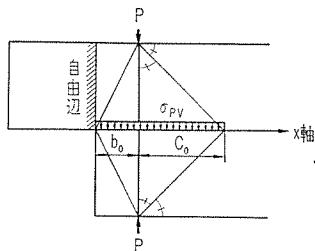
4. 試験結果とその考察

(1) 桁高方向 PC 鋼材のプレストレスング

桁高方向の PC 鋼材を用いてプレストレスングした場合に、コンクリートに生ずる応力度の計算は  $\beta=90^\circ$  の場合は応力関数を用いて厳密に解くことができるが、 $\beta=70^\circ$  および  $\beta=50^\circ$  のごとく、PC 鋼材の軸線が傾斜している場合には解けないので簡略方法を提案し、これによって得た値と実験値とを比較する。

厳密解は図-5 に示すごとく切欠き部より外側部分のコンクリートを無視し、ここを自由縁と仮定してコンクリートの中立軸位置の応力度  $\sigma_y$  を応力関数を用いて求めると  $\sigma_{PV}=30 \text{ kg/cm}^2$  となる。

図-5 PC 鋼棒と応力度



簡略解は厳密解と同様に自由縁を仮定し図-5 に示すごとく、定着部より左側は、自由辺と x 軸との交点と定着部を結び、右側は鋼棒と上辺とのなす角の 2 等分線を引き、x 軸との交点を求め、おのおの  $x_1=b_0, x_2=C_0$  とすれば、PC 鋼棒のプレストレスによりコンクリートの応力度  $\sigma_{PV}$  はつぎのように表わされる。

$$\sigma_{PV} = \frac{P}{b(b_0 + C_0)} \dots \dots \dots (1)$$

ただし P: プレストレス力 (kg) b: はりの幅 (cm) 以上の計算による値と実験値をまとめて表-4 に示す。

表-4 より、 $\beta=90^\circ$  の場合は簡略式と厳密解とはほぼ同様な値で、実験値にも近い値である。 $\beta=70^\circ, 50^\circ$  の場合は、計算値は試験値より小さな値を示しているが、実用的には安全側である。この実験の範囲では、簡略式は十分使用できると考えられる。

(2) 載荷荷重によるハンチ部の応力度

ゲルバー桁の切欠部ハンチ付近に生ずる載荷反力によ

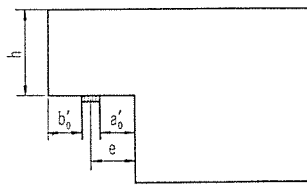
表-4 桁高方向 PC 鋼棒のプレストレスングによるコンクリート応力度 ( $\sigma_{PV}$ )

	$\beta=90^\circ$	$\beta=70^\circ$	$\beta=50^\circ$
	kg/cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>
厳密解 (I)	30	—	—
簡略解 (II)	29	39	50
実験値 (III)	33	51	69
II/III	0.88	0.77	0.73

る応力分布を推定するため、つぎのような仮定のもとに  
 応力度をうる式を実験的に求める。

1) 反力作用点 (支承) の位置がハンチより相当はな  
 れており、支承の応力  
 集中の影響がハンチ部  
 分に影響しない。すな  
 わち 図-6 において

図-6



$$a'_0 > 0.15h,$$

$$b'_0 > 0.15h$$

の条件が満足されてい  
 る場合についてのみ考える。

2) ハンチ部分の応力度は曲げモーメントによるもの  
 と、せん断力によるものとがあると考え。曲げモー  
 メントによる応力度  $\sigma_1$ , せん断力による応力度  $\sigma_2$  とす  
 ると、ハンチ部分の応力度  $\sigma$  は

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \dots\dots\dots (2)$$

で表わされる。

a) 曲げモーメントによる応力度 ( $\sigma_1$ )

曲げモーメントによる水平応力度  $\sigma_h$ , ハンチ部分の応  
 力度  $\sigma_1$ , 係数を  $K_1$  と置くと,  $\sigma_1$  はつぎのごとし,

$$\sigma_1 = K_1 \sigma_h \dots\dots\dots (3)$$

$$\sigma_h = \frac{R \cdot e}{W} \dots\dots\dots (4)$$

ここに,  $R$ : 反力,  $e$ : ハンチより支承までの距離  
 $W$ : 断面係数

b) せん断力による応力度 ( $\sigma_2$ )

いません断応力度の分布を簡単のために矩形と仮定す  
 ると

$$\tau_c = \frac{R}{A_c} = \frac{R}{bh} \dots\dots\dots (5)$$

で表わされる。このせん断応力度  $\tau_c$  により鉛直方向に  
 生ずる応力度  $\sigma_v$  はつぎのごとくである。

$$\sigma_v = C \cdot \frac{\tau_c}{2} \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma_2 = K_2 \cdot \sigma_v = K_2 \cdot C \cdot \frac{\tau_c}{2} \dots\dots\dots (7)$$

式 (3), (7) を式 (2) に代入してハンチ部の応力度  $\sigma$   
 を求めると

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = K_1 \sigma_h + K_2 \sigma_v$$

$K_1 = K_2$  と考え,

$$\sigma = K(\sigma_h + \sigma_v) \dots\dots\dots (8)$$

ここに  $K$  の値は実験的に求める必要がある。 $\sigma_h$  は曲  
 げ応力度の計算により求められ,  $\sigma_v$  は  $C$  を求めること  
 により決定する。

$C$  の値を求めるにあたって,  
 Fadle および SchleeH の方法  
 を, 参考文献 1), 2) により行な  
 う。

図-7

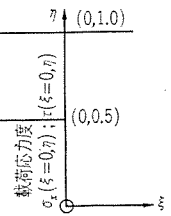


図-7 において原点を図のご  
 とく下辺にとると, 切欠き部は  
 (0,0.5) の座標で表わされる。いま (0,  $\eta$ ) 軸上に  $\sigma_x$   
 ( $\xi=0, \eta$ ) と  $\tau_x$  ( $\xi=0, \eta$ ) の載荷応力度が働らいている場  
 合  $\xi=0$  軸上の任意点の応力度はつぎのごとくである。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sum C_n^R e^{-a_n \xi} [f(1, n \cdot \eta) \cos b_n \xi \\ &\quad + f(2, n \cdot \eta) \sin b_n \xi] + \sum C_n^R \cdot e^{-a_n \xi} \\ &\quad [-f(1, n \cdot \eta) \sin b_n \xi + f(2, n \cdot \eta) \cos b_n \xi] \\ \sigma_y &= \sum C_n^R \cdot e^{-a_n \xi} [f(3, n \cdot \eta) \cos b_n \xi \\ &\quad + f(4, n \cdot \eta) \sin b_n \xi] + \sum C_n^J e^{-a_n \xi} \\ &\quad [-f(3, n \cdot \eta) \cdot \sin b_n \xi + f(4, n \cdot \eta) \cos b_n \cdot \xi] \\ \tau &= \sum C_n^R e^{-a_n \xi} [f(5, n \cdot \eta) \cos b_n \xi \\ &\quad + f(6, n \cdot \eta) \sin b_n \xi] + \sum C_n^J e^{-a_n \xi} \\ &\quad [-f(5, n \cdot \eta) \sin b_n \xi + f(6, n \cdot \eta) \cos b_n \xi] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

いま対称および非対称の載荷応力状態に分類して考え  
 ると式 (8) はつぎのように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= (\sum C_n^R F_1 + \sum C_n^J F_2) \\ &\quad + (\sum C_n^R F_7 + \sum C_n^J F_8) \\ \sigma_y &= (\sum C_n^R F_3 + \sum C_n^J F_4) \\ &\quad + (\sum C_n^R F_9 + \sum C_n^J F_{10}) \\ \tau &= (\sum C_n^R F_5 + \sum C_n^J F_6) \\ &\quad + (\sum C_n^R F_{11} + \sum C_n^J F_{12}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに第 1 項が対称荷重, 第 2 項が非対称荷重であ  
 る。ゆえに求める  $C$  の値はつぎのとおりである。

$$C = \sigma_y = \sum C_n^R F_3 + \sum C_n^J F_4 \dots\dots\dots (11)$$

式 (11) を解くために SchleeH の表を用いて  $\eta=0.4,$   
 $0.45, 0.5$  の 3 点について求めると次式となる。

$C_n^R, C_n^J$   
 載荷応力が桁高中央にて 2 等分される場合,  $\alpha=0.5$  に  
 ついて求めると 表-5 のようになる。

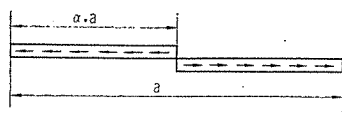
$F_3, F_4$

同様な方法により  $F_3, F_4$  は 表-6 のようになる。  
 式 (11) におおのこの表の値を代入して  $C$  を求める。

いま  $\eta=0.45$  について示すと次式となる。

$$\begin{aligned} \sum C_n^R F_3 &= [(-0.36955) \times (-1.869) + 0.05005 \\ &\quad \times (-6.194) + (-0.02359) \times 16.091 + 0.01507 \\ &\quad \times (-21.196) + 0.00290 \times 15.743] = -0.2726 \\ \sum C_n^J F_4 &= [0.37264 \times 8.176 + (-0.01038) \\ &\quad \times (-22.745) + 0.02870 \times 30.785 + \end{aligned}$$

表-5



	$\alpha$	$n=1$	3	5	7	9
$C_n^R$	0.5	-0.373 61	+0.057 57	-0.032 15	+0.028 79	-0.003 01
$C_n^J$	0.5	+0.377 51	-0.019 16	+0.039 74	-0.012 81	-0.000 69

(Schleeh p. 74 の Tabel I より)

表-6

		$F_3 = e^{-a_n \xi} [f(3, n \cdot \eta) \cos b_n \xi + f(4, n \cdot \eta) \sin b_n \xi]$					$F_4 = e^{-a_n \xi} [-f(3, n \cdot \eta) \sin b_n \xi + f(4, n \cdot \eta) \cos b_n \xi]$				
$\xi$	$\eta$	$n=1$	3	5	7	9	$n=1$	3	5	7	9
0	0.4	-1.674	-5.623	+ 4.868	+16.305	-54.500	+7.649	-12.390	- 9.020	+55.375	-101.607
0	0.45	-1.869	-6.194	+16.091	-21.196	+15.743	+8.176	-22.745	+30.785	-25.618	+ 2.785
0	0.5	-1.937	-6.318	+20.095	-37.937	+59.151	+8.355	-26.605	+48.399	-73.264	+100.854

(Fadle p. 142~145, Schleeh p. 76~79 の Tabel II より)

$$(-0.00108) \times (-25.618) + (-0.00216) \times 2.785 = 4.188$$

$$\therefore C_{0.45} = \sum C_n^R F_3 + \sum C_n^J F_4 = -0.2726 + 4.188 = 3.9154$$

同様に  $\eta=0.4$  について

$$C_{0.4} = \sum C_n^R F_3 + \sum C_n^J F_4 = 0.78 + 2.13 = 2.91$$

また  $\eta=0.5$  について

$$C_{0.5} = \sum C_n^R F_3 + \sum C_n^J F_4 = -1.56 + 6.45 = 4.89$$

これらの値を式 (6) に代入すると

$$\left. \begin{aligned} \eta=0.4 \quad \sigma_v &= 2.91 \times \frac{\tau_c}{2} \\ \eta=0.45 \quad \sigma_v &= 3.92 \times \frac{\tau_c}{2} \\ \eta=0.5 \quad \sigma_v &= 4.89 \times \frac{\tau_c}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

いま反力  $R=2500 \text{ kg}$  とすると,  $\tau_c = \frac{R}{A_c} = \frac{2500}{25 \times 12} = 8.32$  この値を式 (12) に代入すると

$$\begin{aligned} \eta=0.4 \quad \sigma_v &= 2.91 \times \frac{8.32}{2} = 12.1 \text{ kg/cm}^2 \\ \eta=0.45 \quad \sigma_v &= 3.92 \times \frac{8.32}{2} = 16.3 \text{ kg/cm}^2 \\ \eta=0.5 \quad \sigma_v &= 4.89 \times \frac{8.32}{2} = 20.4 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

実験では、ハンチから支点までの距離  $e$  を 9.0 cm, 12.5 cm, 21.0 cm の場合について、おのおの反力  $R=2500 \text{ kg}$  の一定値を与えて点 (0, 0.45) における  $\sigma_v$  を測定した結果は、

$$\begin{aligned} e=9.0 \text{ cm の場合} \quad \sigma_v &= 15.5 \text{ kg/cm}^2 \\ e=12.5 \text{ cm} \quad \text{''} \quad \sigma_v &= 15.5 \text{ kg/cm}^2 \\ e=21.0 \text{ cm} \quad \text{''} \quad \sigma_v &= 15.6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

これらの平均  $\sigma_v = 15.5 \text{ kg/cm}^2$  となる、計算値および実験値を一括して表-7 に示す。

表-7  $\sigma_v$  の値 (kg/cm<sup>2</sup>)

点 (座標)	Fadle 理論による計算値	実験値	備考
(0, 0.5)	20.4	—	R=2500 kg
(0, 0.45)	16.3	15.5	
(0, 0.4)	12.1	—	

表-7 より実験値の精度は相当良いといえる。

ハンチ部分におけるせん断力による応力度  $\sigma_v$  の値は式 (6) の  $C$  の値を  $C=4.89 \approx 5$  と置くことによりつぎのように求まる。

$$\sigma_v = 5 \times \frac{\tau_c}{2} = 2.5 \tau_c \dots\dots\dots(13)$$

c)  $K$  の値

$\sigma_h$  と  $\sigma_v$  の値が計算より求めれば、実験により  $\sigma_1$  を求め、おのおの値を用いて式 (8) より  $K$  を推定するとつぎのようになる。

$\sigma_h, \sigma_v$  および  $\sigma_1$  を一括して表-8 に示す。

表-8  $K$  の算出

	$e=9 \text{ cm}$	$e=12.5 \text{ cm}$	$e=21 \text{ cm}$	
$\sigma_h$	18 kg/cm <sup>2</sup>	25 kg/cm <sup>2</sup>	42 kg/cm <sup>2</sup>	計算値
$\sigma_v$	20.4	20.4	20.4	"
$\sigma_h + \sigma_v$	38.4	45.4	62.4	"
$\sigma_1$	28	32	40	実験値
$K = \frac{\sigma_1}{\sigma_h + \sigma_v}$	0.73	0.7	0.64	

表-8 より  $K$  の平均=0.7 となる、いま  $K=0.75$  と置くと、

$$\sigma_1 = 0.75(\sigma_h + \sigma_v) \dots\dots\dots(14)$$

(3) ひびわれ荷重

モルタルばりおよびP Cばりの実験によれば、ひびわれはハンチ部分より生じ、その角度は初め 45° 方向に発

生し、荷重を増加するにしたがい 20°~30° に発達することが確かめられた。また(2)より切欠部の応力度は Fadle および Schlee の方法と実験により式(14)のごとく求められたので、式(14)よりおのおの試験体のひびわれ荷重を求め実験値と比較検討を行なう。

a) 計算値

1) モルタルばり：モルタルばりは無筋で、プレストレスも与えてないのでつぎのごとく求められる。

モルタルの引張強度  $\sigma_{ct}=60 \text{ kg/cm}^2$

はりの高さ  $h=6 \text{ cm}$ ，はりの幅  $b=12 \text{ cm}$

支点と切欠き部の距離  $e=3 \text{ cm}$

支点反力  $R \text{ kg}$

$$\text{式(4)より } \sigma_h = \frac{M}{W} = R \cdot e / bh^2 / 6 = 0.042 R$$

式(13)より

$$\sigma_v = 2.5 \times \tau_c = 2.5 \times \frac{R}{bh} = 2.5 \times \frac{R}{12 \times 6} = 0.035 R$$

式(14)に  $\sigma_1 = \sigma_{ct} = 60 \text{ kg/cm}^2$ ， $\sigma_h = 0.042 R$ ，

$\sigma_v = 0.035 R$  を代入すると，

$$\sigma_1 = 0.75 (\sigma_h + \sigma_v)$$

$$60 = 0.75 (0.042 R + 0.035 R) = 0.75 \times 0.077 \times R$$

$$\therefore R = \frac{60}{0.75 \times 0.077} = 1040 \text{ kg}$$

2) PCばり：いま No. 1 型 ( $\beta=90^\circ$  の桁高方向プレストレスを有する場合) について示す。

コンクリートの引張強度  $\sigma_{ct}=40 \text{ kg/cm}^2$

桁高方向プレストレス  $\sigma_{PV}=29 \text{ kg/cm}^2$  (表-10 の計算IIより)

はりの高さ  $h=25 \text{ cm}$ ，はりの幅  $b=12 \text{ cm}$

支点と切欠部の距離  $e=12.5 \text{ cm}$

ハンチ部の引張強度

$$\sigma_1 = \sigma_{ct} + \sigma_{PV} = 40 + 29 = 69 \text{ kg/cm}^2$$

式(4)より

$$\sigma_h = \frac{M}{W} = R \cdot e / \frac{bh^2}{6} = R \times 12.5 \times 6 / (12 \times 25^2) = 0.01 \times R$$

式(13)より

$$\sigma_v = C \cdot \frac{\tau_c}{2} = 5 \times \frac{1}{2} \times \frac{R}{bh} = \frac{5 \times R}{2 \times 12 \times 25} = 0.0083 \times R$$

式(14)に  $\sigma_1 = 69 \text{ kg/cm}^2$ ， $\sigma_h = 0.01 R$ ， $\sigma_v = 0.0083 R$  を代入すると

$$\sigma_1 = 0.75 (\sigma_h + \sigma_v)$$

$$69 = 0.75 (0.01 R + 0.0083 R)$$

$$\therefore R = \frac{69}{0.75 \times 0.0183} = 5020 \text{ kg}$$

同様に  $\beta=70^\circ$  および  $\beta=50^\circ$  の場合について求めると

$$\beta=70^\circ \text{ 表-10 の計算 II より } \sigma_{VP}=39 \text{ kg/cm}^2$$

$$\beta=50^\circ \text{ " " } \sigma_{VP}=50 \text{ kg/cm}^2$$

$$\beta=70^\circ \sigma_1 = 40 + 39 = 79 \text{ kg/cm}^2$$

$$\beta=50^\circ \sigma_1 = 40 + 50 = 90 \text{ kg/cm}^2$$

$$R_{70^\circ} = 79 / 0.75 \times 0.0183 = 5750 \text{ kg}$$

$$R_{50^\circ} = 90 / 0.75 \times 0.0183 = 6550 \text{ kg}$$

b) 計算値と実験値の比較

a) で求めた計算値と先に実験で求めたひびわれ荷重を一括してモルタルばりの場合は表-9 に、PCばりについては表-10 に示す。

表-9 モルタルばり

	No. 1 ハンチ 0 cm	No. 2 ハンチ 1 cm	No. 3 ハンチ 2 cm
計算値 ( $P_I$ )	1040 kg	1040 kg	1040 kg
実験値 ( $P_{II}$ )	1020 "	1390 "	1700 "
$P_I/P_{II}$	1.02	0.75	0.61

モルタルばりの場合、ハンチのない場合に計算値と実験値がよく合っているが、ハンチのある場合は、その寸法が大きくなるにつれて実験値も大きくなっている。このことからひびわれ荷重に対するハンチの影響が大きいことが認められる。

表-10 PCばり

	計算値 ( $P_I$ ) (t)	実験値 ( $P_{II}$ ) (t)	$P_I/P_{II}$
$\beta=90^\circ$	5.02	5.75 6.00	0.87 0.84
$\beta=70^\circ$	5.75	6.40 6.50	0.90 0.89
$\beta=50^\circ$	6.55	7.00 7.80	0.94 0.84
		平均	0.88

以上の結果より式(14)を用いて切欠きを有する桁のハンチ部分の応力度すなわち、ひびわれ荷重を推定した計算値  $P_I$  と実験値  $P_{II}$  との比  $P_I/P_{II}$  は、PCばりの場合平均 0.88 であった。

(4) 破壊荷重

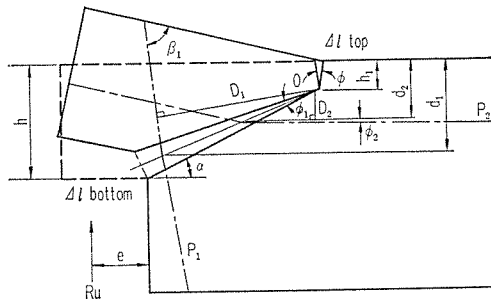
ゲルバー桁のごとく桁端部に切欠きを有するはりのせん断破壊の状態に対する検討については、種々の方法が考えられるが、本研究においては、R. Walter により提案された“PCばりのせん断強度の理論”を適用して、はりの強度を求めるとともに、実験により求められた破壊荷重と比較検討を行なってみる。

R. Walter の理論の詳細は参考文献 3) にゆずり、ここにPCばりについて簡単に述べてみよう。

a) PCばりのせん断強度 図-8 に示すごとく、はりにひびわれが生じ、PC鋼材の引張力とコンクリートの圧縮力とでつり合っている場合、コンクリート上辺の変位  $\Delta l_{top}$  とPC鋼材位置の変位  $\Delta l_{bottom}$  が比例すると考えると、

$$\frac{\Delta l_{top}}{\Delta l_{bottom}} = \frac{h_1 \sin \alpha}{h - h_1} \dots\dots\dots(15)$$

図-8



コンクリートの応力分布は、斜ひびわれ区間で放物線分布と考えると、コンクリート上辺の変位  $\Delta l_{top}$

$$\Delta l_{top} = \frac{\epsilon_{cu}}{\tan \alpha} \cdot h \cdot \left[ 1 - \frac{h_1}{h} - \sqrt{1 - \frac{h_1}{h}} + \frac{h_1}{2h} \cdot \ln \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{h_1}{h}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{h_1}{h}}} \right] \dots\dots(15)$$

コンクリートのひびわれ幅  $\Delta l_{bottom}$  と、鋼材のひずみ  $\epsilon_p$  との間にはつぎの関係がある。

$$\Delta l_{bottom} = \lambda \epsilon_p^2 \dots\dots(16)$$

ここに、

$$\lambda = 10\,000 K' D \dots\dots(17)$$

$D$ : P C 鋼材の直径 (cm)  $K'$ : 鋼材の種類、さびの程度により決まる係数、この場合 4 とする。

式 (15) に式 (16) と式 (17) を代入して整理すると

$$\epsilon_p = \frac{1 - 1.65 h_1/h}{0.75} \sqrt{\frac{\epsilon_{cu} \cdot h}{\lambda \sin \alpha \cdot \tan \alpha}} \dots\dots(18)$$

P C 鋼材のひずみは、プレストレッシングによるひずみ  $\epsilon_p$  と載荷荷重によるひずみ  $\Delta \epsilon_p$  の和であるから

$$\left. \begin{aligned} \text{① 桁高方向 P C 鋼材のひずみ} \quad \epsilon_{pI} &= \epsilon_{p1} + \Delta \epsilon_{p1} \\ \text{② スパン方向 P C 鋼材のひずみ} \quad \epsilon_{pII} &= \epsilon_{p2} + \Delta \epsilon_{p2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(19)$$

$x$  軸方向の平衡つり合い条件より

$$\sigma_{cu} \cdot b \cdot h_1 = A_p \cdot r \cdot E_{p1} (\epsilon_{p1} + \Delta \epsilon_{p1}) \cos \beta_1 + A_p (1-r) E_{p2} (\epsilon_{p2} + \Delta \epsilon_{p2}) \cos \beta_2 \dots\dots(20)$$

しかし  $r = A_{p1} / (A_{p1} + A_{p2})$ ,  $1-r = A_{p2} / (A_{p1} + A_{p2})$  しかるに  $\Delta \epsilon_{p1}$  と  $\Delta \epsilon_{p2}$  との間にはつぎの関係がある。

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_{p2} &= \Delta \epsilon_{p1} \sqrt{\frac{d_2 - h_1}{d_1 - h_1} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \\ &= \Delta \epsilon_{p1} \sqrt{\frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2}} = \Delta \epsilon_{p1} \cdot K \dots\dots(21) \end{aligned}$$

したがって式 (20) はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{cu} \cdot b \cdot h_1 &= A_p \cdot r \cdot E_{p1} \cdot \epsilon_{p1} \cdot \cos \beta_1 \\ &+ A_p (1-r) E_{p2} \cdot \epsilon_{p2} \cdot \cos \beta_2 \\ &+ \Delta \epsilon_{p1} \{ A_p \cdot r \cdot E_{p1} \cos \beta_1 \\ &+ A_p \cdot (1-r) \cdot E_{p2} \cdot K \cdot \cos \beta_2 \} \end{aligned} \right\} \dots\dots(22)$$

いま式 (22) において

$$\left. \begin{aligned} A &= r \cdot E_{p1} \cdot \epsilon_{p1} \cdot \cos \beta_1 + (1-r) \cdot E_{p2} \cdot \epsilon_{p2} \cdot \cos \beta_2 \\ B &= r \cdot E_{p1} \cdot \cos \beta_1 + (1-r) E_{p2} \cdot K \cdot \cos \beta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(23)$$

$p = A_p / bh$  と置くと

$$\sigma_{cu} = \frac{h}{h_1} \cdot p \cdot (A + \Delta \epsilon_{p1} \cdot B) \dots\dots(24)$$

式 (18) から載荷荷重による P C 鋼材の増加ひずみ量は

$$\Delta \epsilon_{p1} = \frac{1 - 1.65 h_1/h}{0.75} \sqrt{\frac{\epsilon_{cu} \cdot h}{\lambda_1 \sin \alpha \tan \alpha}} \dots\dots(25)$$

式 (24) に式 (25) を代入して整理すると

$$\frac{h_1}{h} = \frac{1 + 0.75 A/B \sqrt{\lambda_1 \sin \alpha \tan \alpha / \epsilon_{cu} \cdot h}}{0.75 q + 1.65} \dots\dots(26)$$

$$\text{ここに } q = \frac{\sigma_{cu}}{p \cdot B} \sqrt{\frac{\lambda_1 \tan \alpha \sin \alpha}{\epsilon_{cu} \cdot h}} \dots\dots(27)$$

コンクリートの圧縮強度  $\sigma_{cu}$  は、せん断応力度  $\tau$  の影響を受ける。いま平均せん断応力  $\tau$ , 平均軸方向力  $\sigma$ , コンクリートの円柱供試体の圧縮強度  $\sigma_c$  との間に、降伏限界曲線が 2 次放物線で、かつコンクリートの引張強度が、圧縮強度の 1/8 であると仮定してモールの降伏条件を適用すれば、

$$\left( \frac{\sigma}{\sigma_c} \right)^2 - \left( \frac{\sigma}{\sigma_c} \right) + \left( \frac{2\tau}{\sigma_c} \right)^2 = 0 \dots\dots(28)$$

しかるに  $\frac{\tau}{\sigma} = f(\alpha)$  ここに  $\alpha$ : ひびわれ角

$$\tau = f(\alpha) \cdot \sigma \dots\dots(29)$$

これを式 (28) に代入して整理すると

$$\sigma_{cu} = \sigma = \frac{\sigma_c}{1 + 4 \cdot f^2(\alpha)} \dots\dots(30)$$

図-9 より  $\alpha = 25^\circ$  に対する  $f(\alpha) = \frac{\tau}{\sigma} = 0.25$ ,  $f(\alpha)^2 = 0.0625$

$$\therefore \sigma_{cu} = \frac{\sigma_c}{1 + 4 \times 0.0625} = \frac{\sigma_c}{1.25} = 0.8 \sigma_c \dots\dots(31)$$

すなわち、ひびわれ角  $\alpha = 25^\circ$  の場合、せん断力の影響を受けたコンクリートの圧縮強度 ( $\sigma_{cu}$ ) は、円柱供試体の圧縮強度 ( $\sigma_c$ ) の 80% と考えてよい。

以上のごとく  $h_1$  および  $\sigma_{cu}$  が求まれば、はりの破壊反力  $R_u$  は、図-8 の 0 点におけるモーメント  $\Sigma M_0 = 0$  より求まる。

$$\begin{aligned} R_u \left( e + \frac{h - h_1}{\tan \alpha} \right) &= A_p \sigma_{p1} D_1 + A_{p2} \sigma_{p2} D_2 \\ \therefore R_u &= \frac{P_1 D_1 + P_2 D_2}{e + h - h_1 / \tan \alpha} \dots\dots(32) \end{aligned}$$

ただし  $P_1 = \epsilon_{pI} \times E_p \times A_{p1}$ ,  $P_2 = \epsilon_{pII} \times E_p \times A_{p2}$

**b) 実験値と計算値の比較** R. Walther の理論による式 (26) および式 (32) を用いて、各 P C ばりの破壊強度を求め、実験値と比較すると表-11 が求まる。

表-11 より計算値と実験値の比の平均  $P_I / P_{II} = 0.92$ 。

図-9  $\tau/\sigma$  と  $\alpha^\circ$  の関係

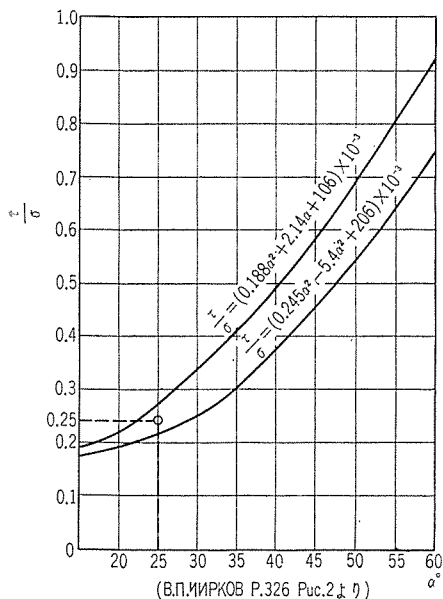


表-11 PC ばりの破壊反力

		計算値( $R_I$ )	実験値( $R_{II}$ )	$P_I/P_{II}$
No. 1	( $\beta=90^\circ$ )	14.5 t	15.0 t	0.97
No. 2	(なし)	—	3.4	—
No. 3	( $\beta=70^\circ$ )	15.5	16.0	0.97
No. 4	( $\beta=50^\circ$ )	13.0	17.0	0.77
No. 5	( $\beta=90^\circ$ )	14.5	14.0	1.03
	( $\beta=70^\circ$ )	15.5	16.0	0.97
No. 6	( $\beta=50^\circ$ )	13.0	16.5	0.79
	(なし)	—	3.2	—

以上の結果より R. Walther の理論を用いて、破壊強度を推定することは実用的に十分であると考えられる。

### 5. 実物大模型桁の設計と試験

モルタルばりおよび PC ばりの実験およびその解析より得られた結果を用いて、実際の寸法に近い実物大模型桁を設計し、この桁について実験を行ない、模型と実物との寸法の相似性の問題に対する答えを得るとともに、実際の構造物に対する補強方法の細部について知るところを目的として、スパン 5.00 m、桁高 1.00 m の、I 型 PC 桁、T 型 PC 桁、I 型 RC 桁の 3 種類の桁の設計、製作および荷重試験を行なった。

#### (1) 設計計算

一例として PC I 型ばりの計算を示す。

設計条件

桁長	5.50 m	桁幅	0.50 m
スパン	5.00 "	切欠き部	0.50 × 0.50 "
桁高	1.00 "		

材料強度

コンクリートの圧縮強度  $\sigma_{c0} = 400 \text{ kg/cm}^2$

PC 鋼材  $\phi 24$  (SBRC110)  $\sigma_{pu} = 110 \text{ kg/mm}^2$

$\sigma_{ps} = 95 \text{ kg/mm}^2$

鉄筋

SR 24, SSD 40

a) ひびわれ荷重の計算 桁高方向の補強は、 $\phi 24$  mm PC 鋼棒 2 本を  $\beta_1 = 70^\circ$  に配置し、おのおの 25.0 t の力でプレストレスを与えると、鉛直応力度  $\sigma_{VP}$  は式 (1) よりつぎのごとく求まる。

$$\sigma_{VP} = \frac{Pb}{(b_0 + C_0)} = \frac{2 \times 25000}{50 \times 40} = 25 \text{ kg/cm}^2$$

ここに  $P = 2 \times 25.00 = 50000 \text{ kg}$

$$b = 50 \text{ cm} \quad b_0 + C_0 = 40 \text{ cm}$$

ハンチ部分の引張強度  $\sigma_1$

$$\sigma_1 = \sigma_{ct} + \sigma_{VP} = 40 + 25 = 65 \text{ kg/cm}^2$$

支点反力を  $R$  とすると、

式 (4) より

$$\sigma_h = \frac{R \cdot e}{W} = \frac{3R}{bh} = \frac{3}{2500} R \text{ kg/cm}^2$$

式 (13) より

$$\sigma_v = 2.5 \tau_c = 2.5 \times \frac{R}{bh} = \frac{R}{1000} \text{ kg/cm}^2$$

式 (14) に  $\sigma_1, \sigma_h, \sigma_v$  の値を代入すると、

$$\sigma_1 = 0.75(\sigma_h + \sigma_v)$$

$$65 = 0.75 \left( \frac{3}{2500} + \frac{1}{1000} \right) R$$

ひびわれ支点反力  $R$  は

$$R = 39300 \text{ kg}$$

#### b) 破壊荷重の計算

桁高方向 PC 鋼棒の角度  $\beta_1 = 70^\circ$

断面積  $A_{p1} = 2 \times 4.05 = 8.1 \text{ cm}^2$

スパン方向 PC 鋼棒の角度  $\beta_2 = 0^\circ$

断面積  $A_{p2} = 2 \times 4.05 = 8.1 \text{ cm}^2$

ひびわれの傾斜角  $\alpha = 25^\circ$

$$A_p = A_{p1} + A_{p2} = 8.1 + 8.1 = 16.2 \text{ cm}^2$$

$$\tau = \frac{A_{p1}}{A_p} = \frac{8.1}{16.2} = 0.5 \quad 1 - \tau = 0.5$$

$$\text{鉄筋比 } p = \frac{A_p}{A_c} = \frac{16.2}{50 \times 50} = 0.0065$$

式 (31) より

$$\sigma_{cu} = 0.8 \sigma_c = 0.8 \times 400 = 320 \text{ kg/cm}^2$$

式 (17) より

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 10000 K' D = 10000 \times 4 \times 2.4 = 96000$$

式 (21) において

$$K = \sqrt{\frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2}} = \sqrt{\frac{35}{46}} = 0.87$$

式 (23) において

$$\begin{aligned} A &= \tau E_{p1} \epsilon_{p1} \cos \beta_1 + (1 - \tau) E_{p2} \epsilon_{p2} \cos \beta_2 \\ &= 0.5 \times 6170 \times 0.342 + 0.5 \times 6170 \times 1 \\ &= 4140 \end{aligned}$$



$$B = \gamma E_{p1} \cos \beta_1 + (1 - \gamma) E_{p2} K \cos \beta_2$$

$$= 0.5 \times 2 \times 10^6 \times 0.342 + 0.5 \times 2 \times 10^6 \times 0.87 \times 1$$

$$= 1\,212\,000$$

$$\frac{A}{B} = \frac{4\,140}{1\,212\,000} = 3.4 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{cu} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ (土木学会 PC 指針 56 条)}$$

$$\sqrt{\frac{\lambda_1 \tan \alpha \sin \alpha}{\epsilon_{cu} \cdot h}} = \sqrt{\frac{96 \times 10^3 \times 0.423 \times 0.466}{2.5 \times 10^{-3} \times 50}} = 388$$

式 (27) より

$$q = \frac{\sigma_{cu}}{\rho \cdot B} \sqrt{\frac{\lambda_1 \tan \alpha \sin \alpha}{\epsilon_{cu} \cdot h}}$$

$$= \frac{320 \times 388}{0.0065 \times 1\,212\,000} = 15.75$$

式 (26) より

$$\frac{h_1}{h} = \frac{1 + 0.75 A/B \sqrt{\lambda_1 \tan \alpha \sin \alpha / \epsilon_{cu} \cdot h}}{0.75 q + 1.65}$$

$$= \frac{1 + 0.75 \times 3.4 \times 10^{-3} \times 388}{0.75 \times 15.75 + 1.65} = 0.148$$

$$\therefore h_1 = 0.148 h = 7.4 \text{ cm}$$

式 (25) より

$$\Delta \epsilon_{p1} = \frac{1 - 1.65 h_1/h}{0.75} \sqrt{\frac{\epsilon_{cu} \cdot h}{\lambda_1 \tan \alpha \sin \alpha}}$$

$$= \frac{1 - 1.65 \times 0.148}{0.75} \times \frac{1}{388} = 2.6 \times 10^{-3}$$

$$\text{また } \epsilon_{p1} = \frac{25\,000}{4.05 \times 2 \times 10.6} = 2.74 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{p1} + \Delta \epsilon_{p1} = (2.74 + 2.6) \times 10^{-3} = 5.34 \times 10^{-3}$$

$$P_1 = P_1' + \Delta P_1' = (\epsilon_{p1} + \Delta \epsilon_{p1}) \times A_{p1} \times E_{p1}$$

$$= 5.34 \times 10^{-3} \times 4.05 \times 2 \times 10^6 = 43.3 \text{ t} < 44.5 \text{ t}$$

同様に式 (21) より

$$\Delta \epsilon_{p2} = \Delta \epsilon_{p1} K = 2.6 \times 10^{-3} \times 0.87 = 2.26 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{p2} = \epsilon_{p1} = 2.74 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_{p2} + \Delta \epsilon_{p2} = (2.74 + 2.26) \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-3}$$

$$P_2 = P_2' + \Delta P_2' = 40.6 \text{ t} < 44.5 \text{ t}$$

式 (32) より

$$R_u = \frac{P_1 D_1 + P_2 D_2}{e + h - h_1 / \tan \alpha}$$

$$= \frac{2 \times 43.3 \times 0.95 + 2 \times 40.6 \times 0.31}{1.17} = 92 \text{ t}$$

R C 補強度についても同様に計算を行ない、その結果

$$\text{ひびわれ荷重 } R = 24.2 \text{ t}$$

$$\text{破壊荷重 } R_u = 78.0 \text{ t}$$

T 型 PC 桁および I 型 RC 桁についても同様に計算を行なった。

### (2) 桁の製作

セメント、骨材および PC 鋼棒などの材料は、先に述べた PC ばりと同様で、コンクリートの諸性質は表-12 に示す。

### (3) 載荷試験

PC I 型、T 型、および RC I 型の 3 種類の桁は、お

表-12 使用コンクリートの性質

種類	コンクリートの強度 (kg/cm <sup>2</sup> )		ヤング係数 (kg/cm <sup>2</sup> )	ポアソン比
	現場養生 載荷試験時	標準養生 材令 28 日		
1	506	505	290 000	0.20
2	541	524	335 000	0.19
3	498	388	300 000	0.17

の図-10~13 に示す要領で載荷を行なった。

これら 3 本の桁のひびわれ荷重および破壊荷重の測定結果を先に行なった計算結果と一括して示すと表-13、14 のとおりである。

## 6. 結 論

プレストレスト コンクリート 構造によるゲルバー桁ヒンジ部分の状態を調べるため、モルタルばり (9 本)、PC ばり (8 本)、実物大模型桁 (3 本) による実験および解析計算の結果をとりまとめるとつぎのようになる。

ヒンジ部分における応力分布はきわめて複雑であり、また実験に供した試験体の数も十分でないので、断定的に論ずることはできないが、本実験の範囲内ではつぎのことがいえる。

1) ハンチ部分のひびわれは、まず約 45° の方向に発生し始める。この傾向はモルタルばり、PC ばりおよび実物大模型桁 (PC 補強端、RC 補強端とも) のいずれにおいても同様であった。

2) ひびわれは約 45° の方向に発生するが、破壊に至るまで載荷すると、PC ばりの場合には、プレストレスの影響を受け、破壊面の水平面となす角 ( $\alpha$ ) は、 $\alpha \approx 25^\circ$  となることが認められた。

3) モルタルばりの実験によるとひびわれ荷重はハンチの寸法によって相違し、ハンチが大きくなればそれに比例してひびわれ荷重も大きくなることが認められた。

4) ゲルバー桁の端部を補強するための PC 鋼材の効果は、鋼材が水平面となす角 ( $\beta$ ) によって相違し、 $\beta = 45^\circ$  に近い場合が初期のひびわれに対してはもっとも効果的であって、 $\beta$  が大きくなるにしたがってひびわれ荷重は小さくなった。ひびわれ再開荷重についても同じ結果が認められた。

表-13 ひびわれ反力

		計算値 ( $R_I$ )	実験値 ( $R_{II}$ )	$R_I/R_{II}$
PC I 型桁	PC 補強部	39 t	40 t	0.98
	RC 補強部	24	30	0.80
PCT 型桁	PC 補強部	43	50	0.86
	RC 補強部	26	30	0.87
RC I 型桁	PC 補強部	53	50	1.06
	RC 補強部	33	30	1.10

表-14 破 壊 反 力 \* 他端破壊のため載荷中止 \*\*  $\alpha_I = 25^\circ$

		計算値 ( $R_I$ )	実験値 ( $R_{II}$ )	$R_I/R_{II}$	ひびわれ角 $\alpha_{II}$	$\alpha_I/\alpha_{II}$ **
P C I 型桁	P C 補強部	92 t	* 90 t 以上	—	25°	1.0
	R C 補強部	78	90	0.87	21	1.2
P C T 型桁	P C 補強部	96	* 95 以上	—	31	0.8
	R C 補強部	80	95	0.84	21	1.2
P C I 型桁	P C 補強部	76	* 70 以上	—	40	0.6
	R C 補強部	62	70	0.89	23	1.1

図-10

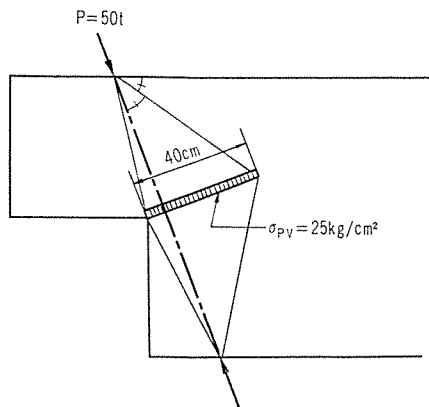


図-12

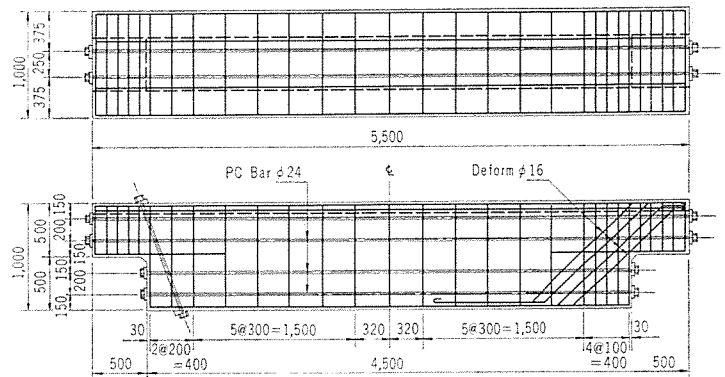


図-11

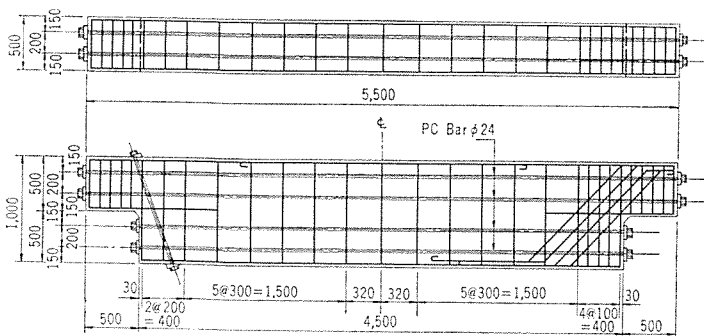
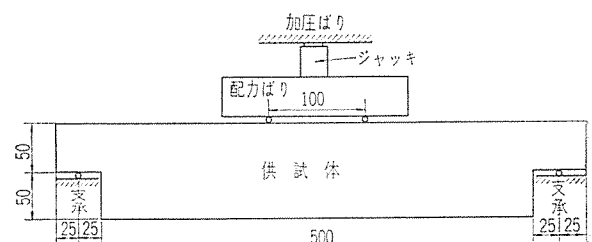


図-13 載荷装置



5) プレストレスト コンクリート桁のゲルバー端に生ずるひびわれは、最初は  $\alpha = 45^\circ$  の方向に生じ、破壊荷重近くでは  $\alpha = 25^\circ$  の方向に発達して行く、したがって破壊に対する補強効果は  $\beta = 70^\circ$  付近とした P C 鋼材がもっとも有効である。

6) ハンチ部分の応力集中はきわめて複雑な現象であるが、実験の結果によれば、実用的には、ハンチ部分の応力度  $\sigma_1$  は、曲げ応力度  $\sigma_h$  と、せん断応力度  $\sigma_v$  との和の 75% と見なして良いと思われる。すなわち

$$\sigma_1 = 0.75(\sigma_h + \sigma_v)$$

7) ヒンジ部分の破壊強度の計算は、René Walther 氏の「P C ばりのせん断強度理論」による計算法が常に実験値以下にあり実用的だと思われる。

以上の実験の結果を総合しておよそつぎのことがいえる。

ゲルバー桁端の支承付近のコンクリート部材は、P C

鋼材によりプレストレスト コンクリートとして効果的な補強を行なうことができる。補強に要する鋼材の量は鉄筋による補強にくらべて少なく有利である。

P C 鋼材により適当に補強すれば、ひびわれの発生を防ぐにいちじるしく効果があり、また破壊荷重も相当に増加することが確かめられた。

参 考 文 献

- 1) J.Fadle : "Die Selbstspannungs Eigenwertfunktionen der quadratischen Scheibe", Ingenieur-Archiv XI. Band (1940)
- 2) W. Schlee : "Die Rechteckscheibe mit beliebiger Belastung der Kurzen Ränder", B.u.St. Heft 3(1961)
- 3) R. Walther : "The Shear Strength of Prestressed Concrete Beams", F.I.P. Berlin (1958)
- 4) В.П. Чирков : "Расчету Предварительно Напряженных Двутавровых Балок на действие Поперечных сил в Предельном Состоянии". Бетон и Железобетон (1964) 1966.2.24・受付