

PC 構造の端横桁のプレストレスの分布について

——床版は鉄筋コンクリート——

西 山 啓 伸*
石 井 英 雄**

1. ま え が き

プレストレス構造の端横桁の桁部にプレストレスを導入するとき、プレストレスは横桁と一体構造になっている床版（鉄筋コンクリート構造）に広く分布すると考えられる。

横桁にプレストレッシングをするたびに横桁および床版のひずみを測定し、測定値を換算してコンクリートのプレストレス応力度を求めた。

その結果と理論値として Airy の応力関数を床版に適用した計算値を比較した。また、実橋の端横桁に導入したプレストレスの床版における分布状態を考察した。

2. 構造概要

本測定の構造物は、首都高速 2 号線の 3 径間連続 2 主箱桁橋の端横桁である。

主桁は箱型断面で、横桁および床版とは一体構造となっている。支承の位置は箱桁の内側ウェブにあり、すべり支承である。

横桁は、支承の位置からみて、主桁を支える片持ばりと考えられる。

床版は鉄筋コンクリート床版として設計してあるが、横桁のプレストレスは床版部に広く分散するものと考えて、横桁の有効幅部分の床版のプレストレスが不足することも考えられる。プレストレスの分散する方向はプレストレス導入端から 45° 方向として、その範囲の床版に横縮 PC 鋼棒を配置し、横桁の有効幅部分の床版のプレストレスを補強した。

使用した PC 鋼材は、鋼線 (12φ12.4) と鋼棒 (φ27) である (図-1)。

3. 測定記録

ひずみ測定は、各鋼線の緊張後および鋼棒 3~

4 本の各グループの緊張後に行なった。

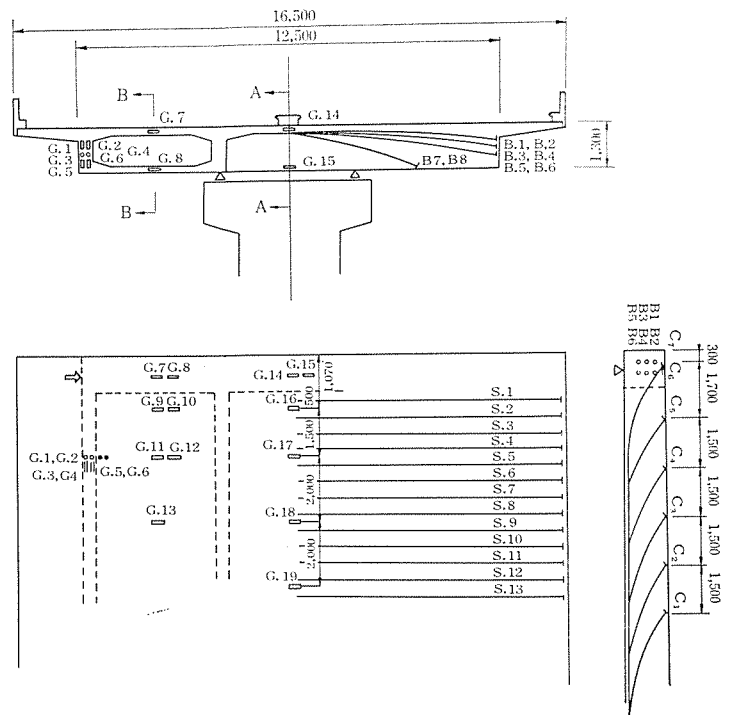
カールソン型ひずみ計を使用し、埋設位置は横桁、床版、主桁ウェブに 19 個配置した。

このひずみをコンクリートのヤング係数 $E_c=2.75 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ としてコンクリート応力度に換算して応力度変化図を作成した (図-2)。

この応力度変化図の測定番号と緊張順序は次のようになっている。測定番号 No. 1~No. 6 は横桁鋼線 (横桁自重および主桁反力に要するプレストレス)、測定番号 No. 7~No. 33 は主桁鋼線、測定番号 No. 34~No. 42 は横桁鋼線 (静荷重と活荷重に要するプレストレス)、測定番号 No. 43~No. 46 は床版鋼棒となっている。

測定されたひずみには、プレストレスによる弾性変形をはじめとして、コンクリートのクリープ・乾燥収縮、鋼線のリラクゼーションおよび温度変化等によるひずみ

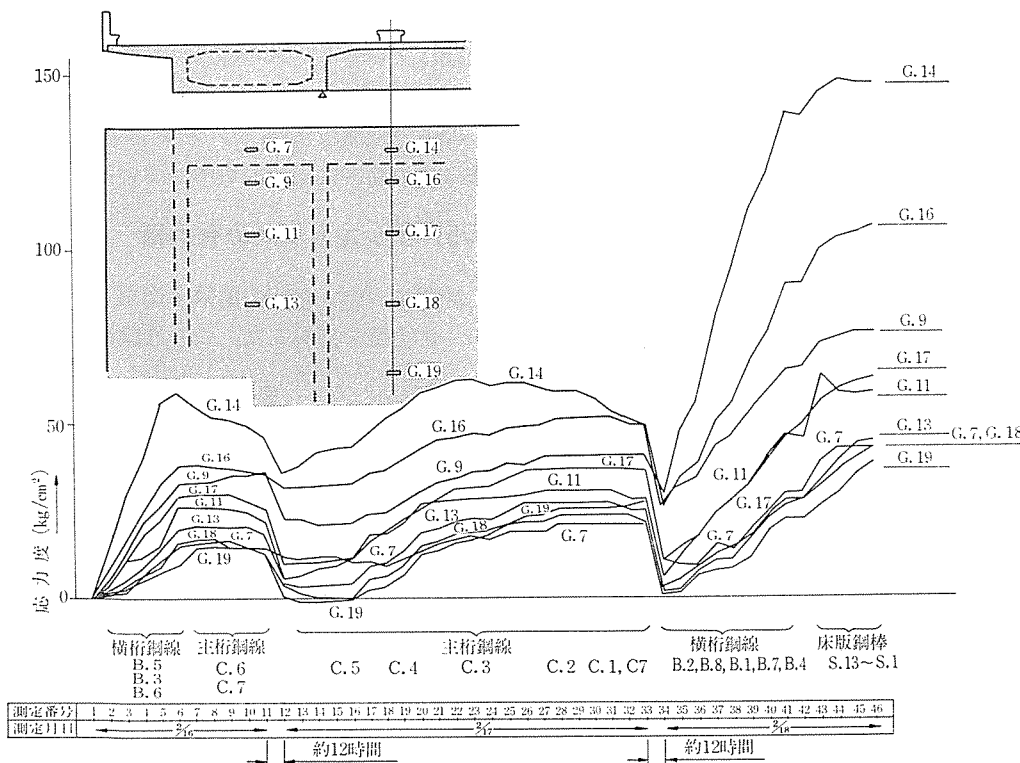
図-1 構造概要およびゲージ位置



* 首都高速道路公団 神奈川建設局

** " 第一建設部

図-2 応 力 度 変 化



も含まれている。すなわち、コンクリートの温度が 1°C 変化すれば約 3 kg/cm^2 の応力変化に相当するひずみが生じる。コンクリートのクリープによっても数 kg/cm^2 の応力度変化が生じる。鋼線のリラクゼーションによって $2\sim 3\text{ kg/cm}^2$ の応力度減少が生じる。

ひずみからコンクリート応力度に換算するとき、コンクリートのヤング係数の変動による誤差がある。また、このひずみ計の最小読取値 (約 6.5×10^{-6}) のカタログ性能から、これを応力度に換算すると数 kg/cm^2 の誤差となる。

また、測定作業は、実橋の施工中に行なわれているので、測定条件を整えるのにかなり困難であった。

以上のことから、ひずみから換算した応力度は諸要因の含まれた「見かけのコンクリート応力度」といえる。

この応力度変化図について次に考えてみる。

1) プレストレスを導入して 2~3 時間の時間経過後にひずみを再度測定すると、ひずみに変化が生じている。例えば測定番号 No. 3~No. 4, No. 19~No. 20, No. 35~No. 36, No. 39~No. 40 および No. 41~No. 42 の間である。これらは上記の諸要因が組合わされて発生したものと考えられる。

2) 測定番号 No. 11~No. 12 および No. 33~No. 34 にみられる応力変化には上記の諸要因も含まれている。しかし、その大部分は主桁の反力移動によるものと考えられる。反力移動とは、主桁鋼線のプレストレス

ングによって、支保工によって支えられていたコンクリート主桁自重の反力が支点反力となって移動することである。

当工事では、鋼製支保工が使用された。支間の中間部では、プレストレスによる主桁のそりが支保工の弾性的もどりで打消される。また、支点付近では、反力移動による支点の下方への変位が拘束されていたことも考えられる。したがって、プレストレス導入時に直ちに反力移動が生じず、ある時間 (約 12 時間) の経過中に進み、この応力変化となって表われたのであろう。

3) 測定番号 No. 12~No. 33 の間の横桁の応力増加は、主桁鋼線のプレストレスによる 2 次反力が発生しているものと考えられる。

4) 測定番号 No. 34~No. 41 の間の横桁および床版の応力増加は、横桁鋼線の緊張によって生じたものである。

導入プレストレスによる応力変化が、支点反力その他の諸要因によって比較的影響されることなく示されている。したがって、導入プレストレスの分布状態を考察するのに、測定番号 No. 34~No. 41 間のプレストレス応力変化を用いることとする。

4. 導入プレストレスの分布状態

測定番号 No. 34~No. 41 に対する横桁鋼線 B-2, 8, 1, 7, 4 の緊張によって生じたコンクリート応力変化

量から導入プレストレス分布図をつくる。

これらの鋼線の緊張による横桁および床版のコンクリート応力度を橋梁中心線（測定線A）および箱桁中心線（測定線B）に沿って求め、導入プレストレス分布図をつくる（図-3）。

この分布図から、導入プレストレスが横桁付近に集中または床版に分散する傾向を求めるのにプレストレス応力度図の面積を用いる。

導入プレストレスが導入端から分布する方向として、導入端から 45° および 30° の方向を考えてみる。

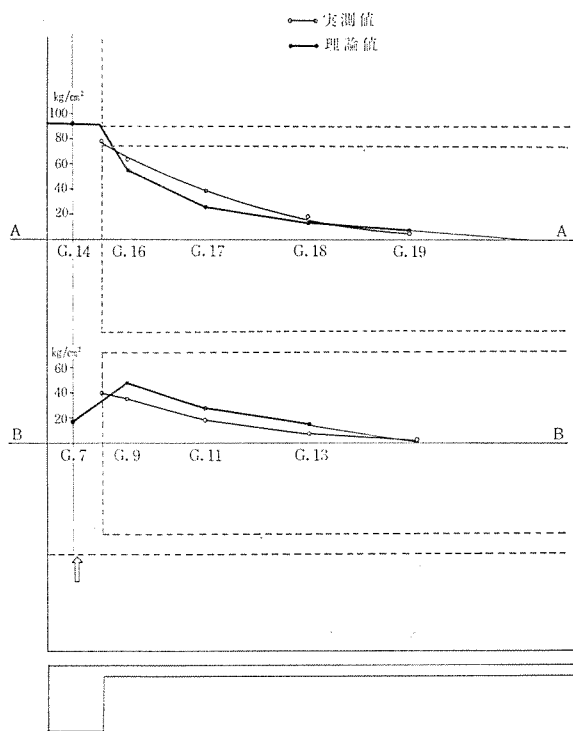
設計断面の測定線 A において、45° 方向線および 30° 方向線の間に含まれるプレストレス応力度図面積は、プレストレス応力度図の全面積に対する割合でそれぞれ約 90% および約 80% になっている。

プレストレス応力度図の全面積に対する比率が約 90% および約 80% の応力度図面積になる位置を測定線 A, B のそれぞれで求める。プレストレス導入 P, 測定線 A および B 上の点を結んで放物線をつくる。それを「45° 型分布線」および「30° 型分布線」とする（図-4, 図-5）。

なお、測定線 B の横ばりの導入プレストレスの測定値（ゲージ番号 G. 7）は、何んらかの原因によって低い値になったものと思われる。そして、測定値（G. 9）を用いてプレストレス応力度図の面積計算を行なった。

これらの分布線から、端横桁の床版部分への導入プレストレスの分布について次のようにいえる。

図-3 導入プレストレス応力度



「45° 型分布線」から、プレストレスはその導入端からほぼ 45° の方向に拡がっており、プレストレスの影響範囲はプレストレスの導入点からほぼ 45° の方向までと考えられる。

「30° 分布線」からは、プレストレスは導入端からほぼ 30° の範囲に比較的集中しているものと考えられる。

5. プレストレスの有効幅

床版に Airy の応力関数を適用して、床版のコンクリート応力度を計算した。この理論値と測定線 A, B それ

図-4 45° 型分布線

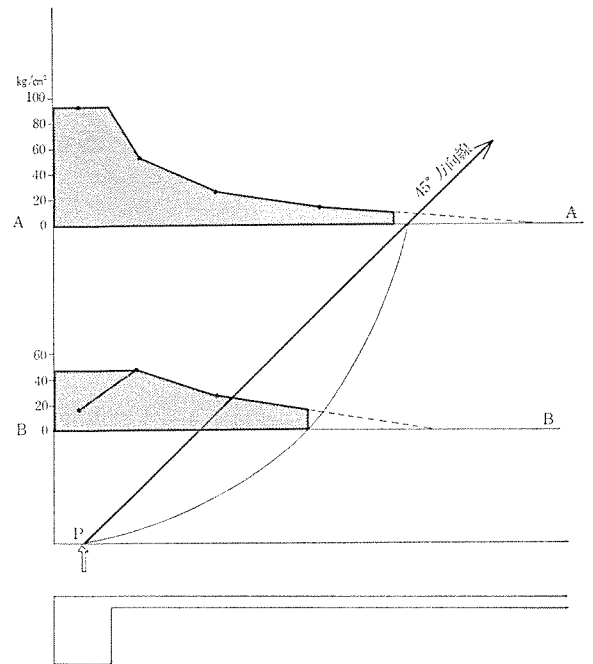
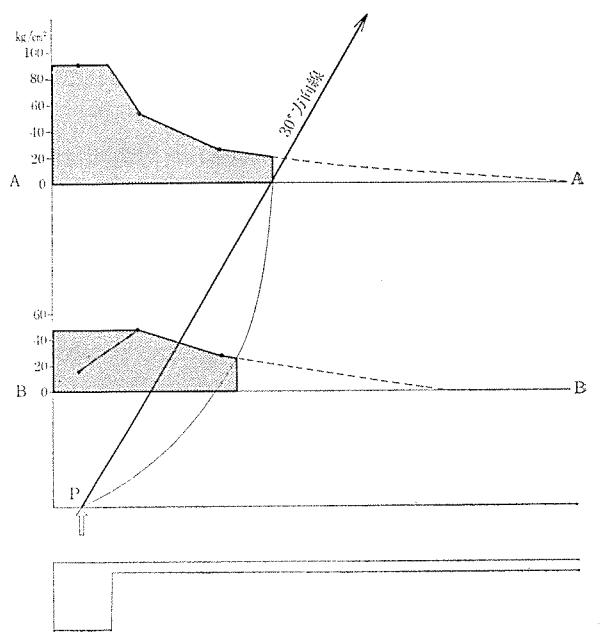
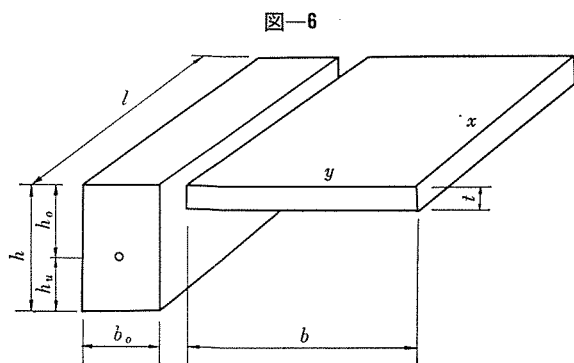


図-5 30° 型分布線





それぞれ得られた実測値とを比較して、実測値にある規則性を求めた。次に、鉄筋コンクリート標準示方書に規定された有効幅をプレストレスに準用した場合について二、三の考察をする。

(1) 応力関数による応力度

逆L字型ばりを図-6のように床版とはりに分け、床版に Airy の応力関数を適用する。

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

式(1)を満足する関数 ϕ として、次式を用いる。

$$\phi = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \sin \epsilon x (A_n \cosh \epsilon y + B_n \epsilon y \sinh \epsilon y + C_n \sinh \epsilon y + D_n \epsilon y \cosh \epsilon y) \dots\dots\dots(2)$$

$$\epsilon = n \pi / l$$

境界条件として

$x=0, x=l$ にて

$$\tau_{xy} = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 y} = 0 \dots\dots\dots(4)$$

$y=0$ において

$$\tau_{xy} = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = 0 \dots\dots\dots(5)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \dots\dots\dots(6)$$

$y=b$ において

① 上床版とはりの境界では、横ばりと主桁とは一体構造になっているので、横ばりは左右に曲れない。

② 上床版の伸びと横ばりの伸びは等しい。

これらの条件から、

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\partial^3 \phi}{\partial y^3} + (2+\nu) \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^2 \partial y} = 0 \dots\dots\dots(7)$$

$$- \frac{N_x}{A} - \frac{M_x(h_0-t/2)}{I} = (\sigma_x - \nu \sigma_y)_{y=b} \dots\dots\dots(8)$$

ここで、式(8)に使用する記号は、

A : 横ばり面積 ($A=b_0 \times h$)

I : 横ばり断面二次モーメント ($I=b_0 h^3/12$)

N_x : 横ばりにかかる軸力

M_x : 横ばりにかかるモーメント

$$N = N_0 - X$$

$$M = M_0 - X(h_0 - t/2)$$

N_0 : 外力

M_0 : 外力

X : 上床版と横ばりの間のせん断力

$$X = 2t \int_0^x (\tau_{xy})_y = b dx$$

作用する軸力、モーメントの表示は次のようにする。

$$N_x = \sum N_n \sin \epsilon x \quad N_n = \frac{2}{l} \int_0^l N \sin \epsilon x dx$$

$$M_x = \sum M_n \sin \epsilon x \quad M_n = \frac{2}{l} \int_0^l M \sin \epsilon x dx$$

境界条件式(5),(6),(7),(8)により A_n, B_n, C_n, D_n を求め、その値を下式に代入して上床版応力を求める。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \epsilon^2 \sin \epsilon x \{ (A_n + 2B_n) \cosh \epsilon y + B_n \epsilon y \sinh \epsilon y + (C_n + 2D_n) \sinh \epsilon y + D_n \epsilon y \cosh \epsilon y \}$$

測定線 $A(X=l/2)$ および測定線 $(X=l/4)$ において、次のように仮定して計算した。

測定線Aにおける実測値からみると、横ばりからある距離はなれたところで、導入プレストレスによる上床版コンクリート応力度はほとんど0になっている。そこで、上床版は半無限版と考えられるが、数値計算を行なうためにコンクリート応力度が0になっている $b=860$ cm 点に着目して、 $y=b=860$ cm のフランジ幅からなる上床版を仮定した。

N_0 は摩擦抵抗による減少を無視して直線変化しているものとし、 M_0 は2次曲線の状態に変化しているものと仮定した。

級数計算は第3項 ($n=1, 3, 5$) まで行なった。ただし、 $y=0$ において $\sigma_x=0$ に収束しなかった。

計算結果

$x=l/2=1250$ cm/2 にて

y (cm)	860	810	660	460	260
σ_x (kg/cm ²)	78.4	64.2	38.9	18.3	6.5

$x=l/4=1250$ cm/4 にて

y (cm)	860	810	660	460	260
σ_x (kg/cm ²)	41.0	33.8	20.4	9.6	3.4

この結果を導入プレストレス分布図(図-3)に記入すると、計算値と実測値はほぼ一致している。

ここで仮定した Airy の応力関数およびその境界条件は、半無限版の逆L字型断面ばりの床版に適用すること

ができると考えられる。

測定線 A, B それぞれで得られた実測値と Airy の応力関数を適用した計算値がほぼ一致していることは、測定線 A, B におけるおのおのの測定結果に規則性のあることを示している。

(2) プレストレスの有効幅

プレストレスの設計断面である測定線Aにて、プレストレスの有効幅を考える。

プレストレスの応力計算にて、断面係数を求めるのに鉄筋コンクリート標準示方書（以下RC示方書と略記）の有効幅の規定を準用する場合について、次の三つの場合を考える。導入したプレストレスの成分を、プレストレスによる軸力 P_t とプレストレスによる曲げモーメント $M_p = P_t \times e_p$ に分ける。

① M_p, P_t ともにその有効幅としてRC示方書の規定を準用する。

② M_p に対する有効幅としてRC示方書の規定を準用し、 P_t に対しては「45°型分布線」の分布幅を用いる。

③ M_p に対しては②の場合と同様であるが、 P_t に対しては「30°型分布線」の分布幅を用いる。

なお、RC示方書の有効幅を算定する式にて、片持ばりのスパン l のとりかたが規定されていない。しかし、

この有効幅を求める設計断面が端横桁支間中央であることおよび同示方書における連続ばりの中間支点に対する有効幅のスパン l のとりかたから、片持ばりの長さとして横桁長の $1/2$ を採用した。

$$\begin{aligned} \text{ここで、有効幅 } \lambda &= b_1 + b_2 + l/8 \\ &= 1.07 + 0 + (12.5/2) \times (1/8) \\ &\doteq 1.85 \text{ m} \end{aligned}$$

として、断面係数を求めて応力計算をした。

①の場合は、プレストレスによる上縁コンクリート応力度 σ_{ct} を計算すれば、 $\sigma_{ct} = 92.4 \text{ kg/cm}^2$ となる（図-7 (a)）。

RC示方書の規定による有効幅からのコンクリート応力度 (92.4 kg/cm^2) は、実測値 (92.9 kg/cm^2) とほぼ等しい。しかし、床版部分に分布するプレストレスの影響は考えられていないので、床版にもかなりプレストレスが導入されているものとして計算される。

②の場合は、プレストレスの曲げモーメント M_p による上縁コンクリート応力度 $\sigma_{ct} = 51.5 \text{ kg/cm}^2$ となる。また、プレストレスの軸力 P_t によるコンクリート応力度 $\sigma_c = 24.5 \text{ kg/cm}^2$ となる（図-7 (b)）。

プレストレスによる軸力成分 P_t は、導入端から 45° の方向に分散するとして計算すると、床版部分の実測値と近似する傾向がある。

③の場合も、 $\sigma_{ct} = 51.5 \text{ kg/cm}^2$ であり、プレストレスの軸力 P_t によるコンクリート応力度 $\sigma_c = 31.0 \text{ kg/cm}^2$ となる（図-7 (c)）。

プレストレスによる軸力成分 P_t は、導入端から 30° の範囲に集中しているとして計算すると、横桁付近の実測値と近似している。

したがって、プレストレス応力計算で、有効幅についてRC示方書の規定を端横桁の片持ばりに準用する場合は、導入されたプレストレスの分布状態から次のように考えられる。

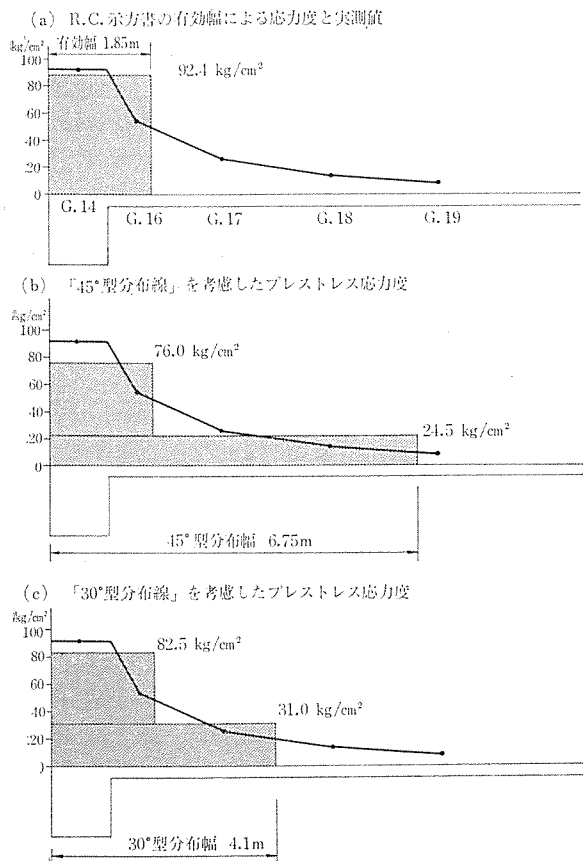
導入されたプレストレスは広く分散することが実測され、導入端から 30°~45° の方向に拡がる傾向がある。

しかし、RC示方書の規定を準用したプレストレスに対する有効幅は、実測されたプレストレス応力度図からみるとかなり狭くみえる。

このことは、RC示方書の有効幅の規定を準用してプレストレス応力度の計算をするとき、プレストレスに対する有効な断面をかなり小さく仮定する場合がある。そして、実際に導入されるプレストレス応力度より、計算上のプレストレス応力度が過大になることが考えられる。

本測定が行なわれた端横桁については、実橋における一つの例として次のようにいえる。

図-7 有効幅と分布幅



プレストレスに対する有効幅としてRC示方書の規定を準用する場合は、プレストレスの曲げモーメント M_p によるプレストレス応力度を計算するときのみ、その有効幅からの断面係数を用いる。しかし、プレストレスの軸力 P_f によるプレストレス応力度を計算するときは、プレストレスの「30°型分布線」の分布幅からなる断面積にプレストレスの軸力 P_f が分布するものとして考える。

このように考えると、設計上は、実際に導入されているプレストレス応力度に近い計算値が得られるであろう。

6. 結 論

本測定 of 横桁および床版のコンクリート応力度から、端横桁の桁部にプレストレスを導入した一例について次のことがいえる。

(1) 実測したプレストレス応力度の変化から、プレストレスによる構造物のそりおよび支点反力移動は支保工に拘束されることが考えられる。

(2) 導入したプレストレスの床版への分布は、導入端から 30°~45° の方向へ伝播し、分布状態は放物線となる傾向がある。

(3) 上床版のプレストレスの実測値は、Airy の応力関数を適用して求めた理論値とほぼ一致している。

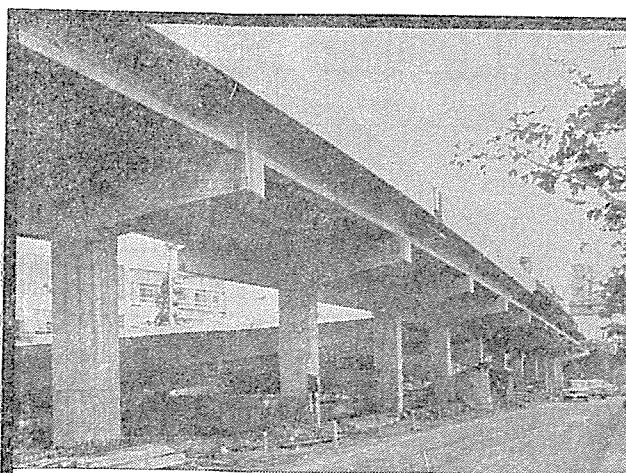
(4) 広いフランジを有する断面のプレストレス応力度の計算は次のように考えられる。プレストレスによる曲げモーメント M_p の有効幅としては、鉄筋コンクリート標準示方書の規定を準用する。また、プレストレスの軸力成分 P_f の分布幅としては、 P_f がその導入端からの方向に分布するものと考えて、 P_f はその断面積に一樣に加わるとする。

参 考 文 献

- (1) Timoshenko: Theory of Plates and Shells
- (2) PC技術協会: PCブロック工法研究会研究報告書, 昭和42年7月
- (3) 石原 尚, 外: PCばりの有効幅に関する研究, プレストレスト・コンクリート Vol. 10 No. 2, April (1968)
- (4) 坪井善勝: T 梁に関する理論的研究, 建築学会論文集 21 号, 昭和16年4月 1969.6.20・受付

講演概要集頒布について

協会が毎年行なっております講演会の概要集の残部がありますので御入用の方は代金を添えて、協会へお申し込み下さい。 第3回(200円 予35円) 5回, 6回, 7回, 8回, 9回 (各250円 予35円)



首都高速度道路高架橋

プレストレスト
コンクリート
建設工事フレッシュ工法
MDC工法
設計・施工
部 材
製造・販売

豊田コンクリート株式会社

取締役社長 西田 赫

本 社 愛知県豊田市トヨタ町6 電話 0565 (2) 1818(代)
名古屋営業所 名古屋市中村区笹島町1-221-2 電話 052 (581)7501(代)
東京営業所 東京都大田区矢口3-9-10 電話 03 (738)7161(代)
工 場 豊田工場・海老名工場