

# FIP-CEB 規準による単純曲げ終局限界状態に関する 検討方法への一寄与

猪 股 俊 司\*

## 1. 検討にあたっての仮定

終局限界状態は、破壊とともに過大変形についても考慮して検討されなければならない。引張側コンクリート無視、平面保持、付着ある鋼材は同じ位置でのコンクリートとは同一ひずみを生ずる、などの従来一般に認められている仮定の他に、圧縮縁コンクリートの最大ひずみ、引張側鋼材ひずみについてそれぞれ制限を与えていた。

- (a) コンクリートの最大圧縮ひずみ……3.5%
- (b) PC鋼材位置コンクリートひずみが0となる状態を基準として、それからのPC鋼材ひずみ増加量……10%

(a) の仮定は単純曲げをうける場合のものであって、中心軸圧縮をうける場合は2%とし、軸圧縮と曲げが同時に作用する場合で、全断面が圧縮ひずみとなるようなときには、コンクリートひずみの最大値は2%と3.5%との間にあるものである。(b) の仮定は過大な変形制限に関する規定である。

圧縮側コンクリート応力度分布は、一般には図-1に示す矩形パラボラ分布を用いるのがよい。パラボラ頂点のひずみは2%，矩形端ひずみは3.5%である。最大コンクリート応力度は、次のようにしてこれを定める。

$$0.85 R_b'^* = 0.85 R_{bk}' / r_b$$

ここに、

$R_b'^*$ ：コンクリートの設計用圧縮強度

$R_{bk}'$ ：コンクリートの特性圧縮強度（これを下まわる試験結果の確率を5%として定められる。よって平均値を $R_{bm}'$ 、変動係数を $\delta$ とすると、

$$R_{bk}' = R_{bm}' (1 - 1.64 \delta)$$

$r_b$ ：コンクリートに対する部分安全係数であって、

\*工博(株)日本構造橋梁研究所

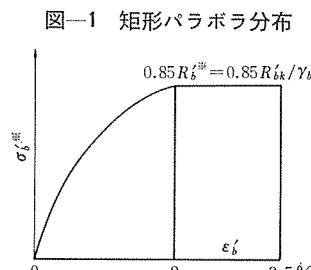
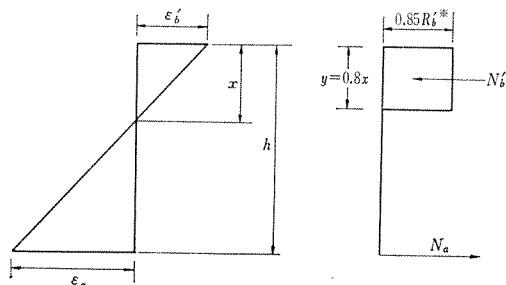


図-1 矩形パラボラ分布

構造物中でのコンクリート圧縮強度が試験値より下まわる可能性をカバーするためのもので、一般には $r_b=1.5$ としてよい。

係数0.85は実際構造物では載荷時間が供試体圧縮強度試験時に比較して長く、供試体試験の場合と応力作用速度、期間が異なっていること、および、圧縮縁の表面からの水分の蒸発など、圧縮強度の低下の可能性などを考えて定めたものである。

図-2 矩形分布



矩形パラボラ分布は、比較的計算がめんどうであるから、単純曲げを受ける場合には、これを図-2に示すような矩形分布に置換えてもよい。矩形分布の深さは $y=0.8x$  ( $x$  は中立軸と圧縮縁との距離)，分布幅は矩形パラボラ分布の場合と同じく $0.85 R_{bk}' / r_b = 0.85 R_b'^*$ とする。

2軸曲げをうける場合とか、矩形断面以外の断面で単純曲げをうける場合には、この矩形分布幅は上記の値に0.95を乗じたものとする。これはT形断面などの場合で、矩形応力分布を用いて計算した結果と、矩形パラボラ分布を用いて計算した結果とが、一致するようになるためのものである。

鋼材の設計用応力—ひずみ曲線は、鋼材の特性応力—ひずみ曲線（これを下まわる確率が0.05として定める）を、原点における応力—ひずみ曲線に対する切線に関して、 $1/r_a$ （ここに $r_a$ は鋼材に対する部分安全係数）の比で相似に移動させて求められるものである（図-3）。一般に鋼材に対する部分安全係数は $r_a=1.15$ とする。

図-3 鋼材の設計用応力一ひずみ曲線

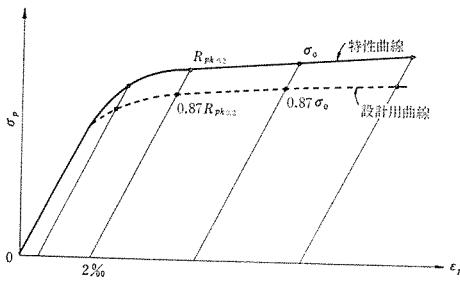
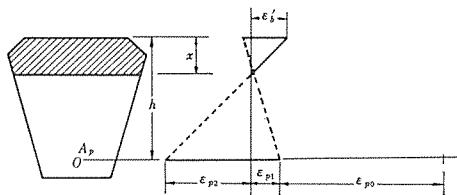


図-4 断面のひずみ分布



## 2. 単純曲げをうける断面の破壊抵抗モーメントの計算

以上1.で述べた仮定によると、断面のひずみ分布は図-4のようになる。 $\epsilon_{p1}$  は有効プレストレス作用状態から、PC鋼材位置でこのプレストレスが打消されるまでに、PC鋼材のうけるひずみであり、 $\epsilon_{p0}$  はPC鋼材の有効プレストレス力に対する、ひずみである。 $\epsilon_{p2}$  は1.の仮定によると 10 % が制限値となる。 $\epsilon_b'$  はコンクリート最大圧縮ひずみであって、これは  $\epsilon_b'=3.5\%$  である。

終局限界状態において、 $\epsilon_b'$  および  $\epsilon_{p2}$  がそれぞれ、それらの制限値 3.5 % および 10 % に達するものとすると、この場合の中立軸比 ( $x/h$ ,  $h$ :有効高さ) を  $(x/h)_{crit}$  とし次式で与えられる。

$$\left(\frac{x}{h}\right)_{crit} = \frac{\epsilon_b'}{\epsilon_b' + \epsilon_{p2}} = \frac{3.5}{3.5 + 10} = 0.259 \quad (1)$$

よって  $(x/h) > (x/h)_{crit}$  であれば、コンクリートの最大圧縮ひずみは 3.5 % となるが、PC鋼材ひずみ  $\epsilon_{p2}$  は 10 % より小さい。これに反して  $(x/h) < (x/h)_{crit}$  であれば、PC鋼材ひずみ  $\epsilon_{p2}$  は常に 10 % に達しているが、コンクリート最大圧縮ひずみは 3.5 % に達していない。この状態は図-5 から明らかである。

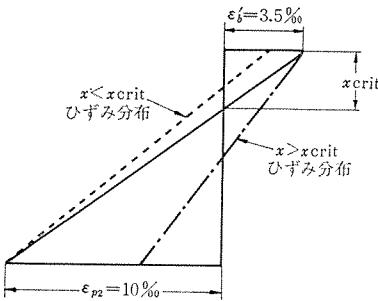
PC鋼材の設計用応力一ひずみ曲線を次式で与えるものとする。

$$\sigma_p = F(\lambda) = F(\sigma_p^*/R_p^*)$$

ここに、 $\sigma_p^*$  : PC鋼材引張応力度計算値

$R_p^*$  : PC鋼材設計用引張強度  $\equiv$  (PC鋼材特性引張強度)/1.15

PC鋼材ひずみ  $\epsilon_{p0} + \epsilon_{p1}$  に対する応力度と  $R_p^*$  との

図-5  $x$  が  $x_{crit}$  より小または大なるときのひずみ分布

比を  $\lambda_i$  で表わすと、

$$\sigma_p^*(\epsilon_{p0} + \epsilon_{p1}) = \lambda_i \cdot R_p^*$$

$\epsilon_p = \epsilon_{p0} + \epsilon_{p1} + \epsilon_{p2}$  であるから、

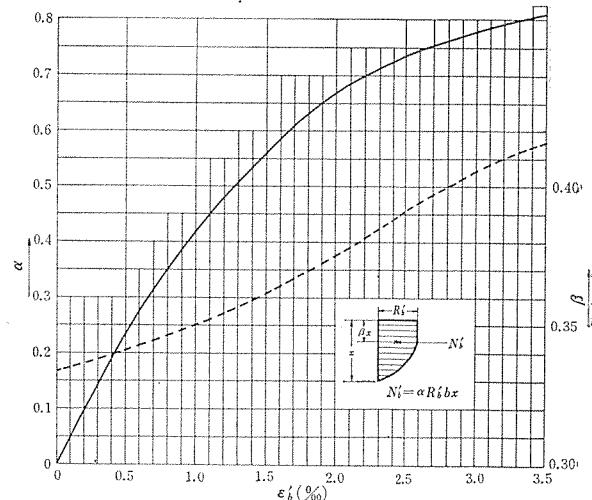
$$\epsilon_{p2} = \epsilon_p - (\epsilon_{p0} + \epsilon_{p1}) = F(\lambda) - F(\lambda_i) \quad (2)$$

### (1) 矩形パラボラ分布の場合

ひずみの適合条件は次式で与えられる。

$$\frac{x}{h} = \frac{\epsilon_b'}{\epsilon_b' + F(\lambda) - F(\lambda_i)} \quad (3)$$

矩形パラボラ分布を考えた場合、矩形断面について圧縮応力度の合力  $N_b'$  および圧縮縁と  $N_b'$  作用点との距離を定めるための係数  $\alpha$ ,  $\beta$  は、圧縮縁コンクリートひずみ  $\epsilon_b'$  の関数として図-6に示してある。

図-6  $\alpha$ ,  $\beta$  の値と  $\epsilon_b'$  との関係

したがって、矩形断面についてのつり合条件式は、

$$\alpha \cdot 0.85 \cdot R_b'^* \cdot b \cdot x = A_p \cdot \lambda R_p^* \quad (4)$$

ここに、 $A_p$  : PC鋼材断面積

式(4)を書換えて、

$$\frac{x}{h} = \frac{\lambda \cdot A_p \cdot R_p^*}{\alpha \cdot 0.85 \cdot R_b'^* \cdot b \cdot h} \quad (4 \cdot a)$$

式(3), (4·a)の両式を同時に満足する解を求めればよい。(x/h)\_{crit} に対応するものを式(4·a)から求める。

この場合  $\epsilon_b'=3.5\%$ 、よって図-6から  $\alpha=0.810$ ,  $\epsilon_{p2}=10\%$  であるから、 $\sigma_p(\epsilon_{p0} + \epsilon_{p1} + 10)^* = \lambda_{crit} \cdot R_p^*$  とおいて、

## 報 告

式(4-a)を書き換える。

$$\frac{A_p \cdot R_{p^*}}{b \cdot h \cdot R_{b^*}} = w_{\text{crit}} = 0.259 \times 0.85 \times 0.81 / \lambda_{\text{crit}}$$

$$= 0.1784 / \lambda_{\text{crit}} \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここに,  $w = A_p \cdot R_{p^*} / b \cdot h \cdot R_{b^*}$  これを PC 鋼材の機械的比と呼ぶこととする。

よって,

$w > w_{\text{crit}}$  の場合  $\varepsilon_b' = 3.5\%$ ,  $\varepsilon_{p2} < 10\%$

$w < w_{\text{crit}}$  の場合  $\varepsilon_b' < 3.5\%$ ,  $\varepsilon_{p2} = 10\%$  となる。

a)  $w > w_{\text{crit}}$  の場合  $\varepsilon_b' = 3.5\%$  となるから, 図-6 から  $\alpha = 0.810$ , よって圧縮応力度の合力  $N_b'$  は,

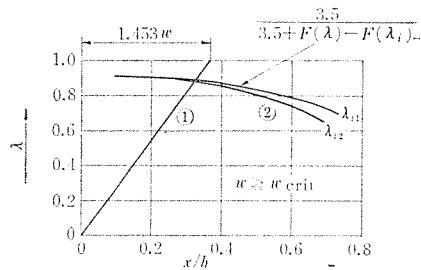
$$N_b' = 0.81 \times 0.85 \cdot R_{b^*} \cdot b \cdot x = 0.6885 \cdot R_{b^*} \cdot b \cdot x$$

よって式(4-a)は次のように書ける。

$$\frac{x}{h} = 1.453 \cdot \lambda \cdot w \quad \dots \dots \dots (4-b)$$

式(3), (4-b)の両式を満足する  $\lambda$  を与えられた  $W$ について求める。これには図-7 のように、式(3)を与えた  $\lambda_i$  について、 $\lambda$  と  $(x/h)$  との関係曲線②で表わす。この曲線は各種の  $\lambda_i$  (例えば, 0.65; 0.70; 0.75, 等)について定められる。式(4-b)は与えられた PC 鋼材の機械的比  $w$  に対し、 $\lambda$  と  $(x/h)$  とは原点を通る直線である。よって図-7 の直線①をえがき、曲線②との交点を定めれば、求める  $\lambda$  および  $(x/h)$  が求まる。破壊の終局限界状態での抵抗モーメント  $M_r^*$  は次式で求められる (図-6 から,  $\varepsilon_b' = 3.5\%$  に対する  $\beta$  の値は 0.416 であることを用いる)。

図-7 図解法  $w \geq w_{\text{crit}}$



$$M_r^* = 0.6885 R_{b^*} \cdot b \cdot h^2 \cdot \left( \frac{x}{h} \right) \left( 1 - 0.416 \frac{x}{h} \right) \dots \dots \dots (6)$$

b)  $w < w_{\text{crit}}$  の場合 この場合には  $\varepsilon_{p2} = 10\%$  となるが  $\varepsilon_b' < 3.5\%$  である。よって  $\varepsilon_b'$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  は未知である。

式(3)において  $\lambda = \lambda_{\text{crit}}$  とおいてよいから,

$$\frac{x}{h} = \frac{\varepsilon_b'}{\varepsilon_b' + F(\lambda_{\text{crit}}) - F(\lambda_i)} \quad \dots \dots \dots (3-a)$$

式(4-a)を書き換えて,

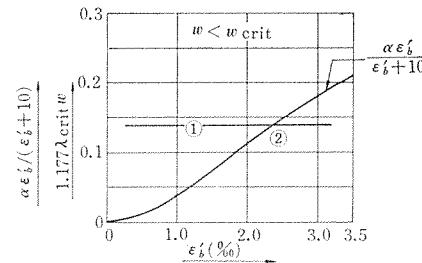
$$\frac{x}{h} = 1.177 \cdot \lambda_{\text{crit}} \cdot \frac{W}{\alpha} \quad \dots \dots \dots (4-c)$$

式(3-a), (4-c)の両式から次の関係が成立する。

$$\frac{\alpha \varepsilon_b'}{\varepsilon_b' + 10} = 1.177 \cdot \lambda_{\text{crit}} \cdot w \quad \dots \dots \dots (7)$$

$\varepsilon_b'$  と  $\alpha$  との関係は図-6 で与えられているから、与えられた  $w$  について式(7)を解いて  $\varepsilon_b'$  を求めることができる。図-8において  $\varepsilon_b'$  を横軸として曲線②を図-6の  $\alpha \sim \varepsilon_b'$  関係を考慮してかく。次に、与えられた  $w$  および  $(\varepsilon_{p0} + \varepsilon_{p1} + 10)\%$  ひずみに対する  $\lambda_{\text{crit}}$  を用いて、水平線①をえがくことができる。両者の交点から、求める  $\varepsilon_b'$  が定められる。 $\varepsilon_b'$  が定まると図-6から、 $\alpha$ ,  $\beta$  も求められ、次式で終局限界状態の抵抗モーメントが求められる ( $x/h$  は式(3-a)で求められる)。

図-8 図解法  $w < w_{\text{crit}}$



$$M_r^* = 0.85 \cdot R_{b^*} \cdot b \cdot h^2 \cdot \alpha \cdot \left( \frac{x}{h} \right) \left( 1 - \beta \frac{x}{h} \right) \dots \dots \dots (8)$$

### (2) 矩形分布の場合

単純曲げをうける矩形断面で、圧縮応力度が  $0.85 R_{b^*}$  に達している場合の圧縮応力度の合力  $N_b'$  は図-2を参照して次式で与えられる。

$$N_b' = 0.85 \cdot R_{b^*} \cdot b \cdot y$$

$$= 0.68 \cdot R_{b^*} \cdot b \cdot x \quad \dots \dots \dots (9)$$

式(9)の合力が与えられるためには、 $\varepsilon_b' = 3.5\%$  に達していることが必要である。すなわち、 $(x/h) > 0.259$  または  $(0.80 x/h) > 0.80 \times 0.259$  すなわち,

$$\left( \frac{y}{h} \right) > 0.2072 \quad \dots \dots \dots (10)$$

の場合のみに限られる。 $(y/h) = (y/h)_{\text{crit}} = 0.2072$  の場合には、 $\varepsilon_b' = 3.5\%$ ,  $\varepsilon_{p2} = 10\%$  となっている。したがって、この場合のつり合条件式は、式(9)を用いて,

$$0.85 \cdot R_{b^*} \cdot b \cdot y_{\text{crit}} = A_p \cdot \lambda_{\text{crit}} \cdot R_{p^*}$$

$(y/h)_{\text{crit}} = 0.2072$  を代入して,

$$w_{\text{crit}} = 0.1761 / \lambda_{\text{crit}} \quad \dots \dots \dots (11)$$

となる。矩形パラボラ分布の場合の  $w_{\text{crit}}$  (式5)とは 1% の差しかない。

$w < w_{\text{crit}}$  の場合には、 $\varepsilon_b' < 3.5\%$  であって、矩形分布の合力式(9)を用いることはできないこととなる。このような場合正確には(1)の方法による必要があることとなる。しかし、ここでは近似的に  $w$  の値に関せず、常に圧縮側コンクリート応力度分布は図-2に示すもの

となると仮定することとする（この仮定によるものと矩形パラボラ分布仮定によるものと、 $M_r^*$ についての比較はあとで示す）。

a)  $w > w_{crit}$  の場合 この場合は  $\varepsilon_b' = 3.5\%$ ,  $\varepsilon_{p2} < 10\%$  である。したがって、コンクリート圧縮応力度の合力は式(9)で与えられる。つり合条件式は、次のようになる。

$$0.68 \cdot R_b'^* \cdot b \cdot x = A_p \cdot \lambda \cdot R_{pr}^* \dots \dots \dots (12)$$

$$\text{よって, } \frac{x}{h} = 1.47 \cdot \lambda \cdot W \dots \dots \dots (12 \cdot a)$$

ひずみの適合条件は式(3)で  $\varepsilon_b' = 3.5\%$  とおいたものとなる。したがって、式(3)および式(12-a)両式を同時に満足する  $\lambda_1(x/h)$  は図-7と同様にして定められる。終局限界状態の抵抗モーメントは、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} M_r^* &= 0.85 \cdot R_b'^* \cdot b \cdot h^2 \cdot \left(\frac{y}{h}\right) \left(1 - 0.5 \frac{y}{h}\right) \\ &= 0.68 \cdot R_b'^* \cdot b \cdot h^2 \cdot \left(\frac{x}{h}\right) \left(1 - 0.4 \frac{x}{h}\right) \dots \dots (13) \end{aligned}$$

b)  $w < w_{crit}$  の場合 この場合  $\varepsilon_{p2} = 10\%$ ,  $\varepsilon_b' < 3.5\%$  である。よって、コンクリート応力度の合力は式(9)で与えられる値とはならないが、ここでは近似的に式(9)が成立するものとする。

つり合条件式のみを考えるものとする。

$$0.85 R_b'^* \cdot b \cdot y = \lambda_{crit} \cdot A_p \cdot R_{pr}^*$$

よって、

$$\frac{y}{h} = 1.177 \cdot \lambda_{crit} \cdot w \dots \dots \dots (14)$$

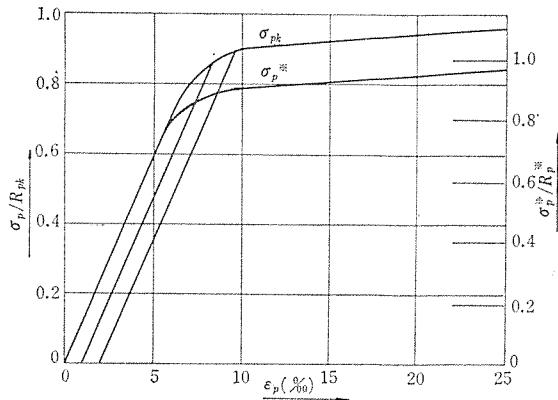
終局限界状態の抵抗モーメントは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} M_r^* &= 0.85 R_b'^* \cdot b \cdot h^2 \cdot \left(\frac{y}{h}\right) \left(1 - 0.5 \frac{y}{h}\right) \\ &= 0.85 R_b'^* \cdot b \cdot h^2 \cdot 1.177 \cdot \lambda_{crit} \\ &\quad \cdot w \left(1 - 0.5 \times 1.177 \lambda_{crit} \cdot w\right) \\ &= \lambda_{crit} \cdot R_b'^* \cdot b \cdot h^2 \cdot w \left(1 - 0.588 \lambda_{crit} \cdot w\right) \dots \dots (15) \end{aligned}$$

### 3. 矩形パラボラ分布と矩形分布との差による $M_r^*$ の変化。最大 $M_r^*$ 値

2において圧縮部コンクリート応力分布図について2つの場合を取り扱ったが、(1)の矩形パラボラ分布は  $w < w_{crit}$  で  $\varepsilon_b'$  が  $3.5\%$  以下の場合について、ひずみ適合条件、つり合条件の両者を同時に満足する解を求める正確な結果を与えるものであった。それに反し(2)の矩形分布の仮定では  $w < w_{crit}$  の場合にはひずみ適合条件は必ずしも満足せず、つり合条件 ( $\varepsilon_b' = 3.5\%$  に達したときの圧縮応力度の合力を用いて) のみ満足するようにして、解式(15)を求めた。すなわち、近似的な結果しか与えないことになる。

図-9 P C 鋼材応力一ひずみ曲線の特性曲線と設計用曲線



しかし、このような計算は非常に簡単であって、実用上は便利なものである。以下矩形断面について、式(8)で与えられる結果（矩形パラボラ分布）と式(15)で与えられる結果（矩形分布）について比較を試みる。P C 鋼材応力一ひずみ曲線の特性曲線、設計用曲線を図-9のように定める。これは現在一般に使用されているP C 鋼線（直径 5 mm, 7 mm, 8 mm）および7本よりP C 鋼より線（直径 9.3 mm, 12.4 mm, 12.8 mm）の試験結果をまとめて安全側に1本の応力一ひずみ曲線で表わしたものである。設計用曲線を定めるときのP C鋼材に対する部分安全係数を  $r_a = 1.15$  としてある。

$w < w_{crit}$  の場合  $\varepsilon_{p2} = 10\%$  であるから、 $\varepsilon_{p0} + \varepsilon_{p1} + \varepsilon_{p2}$  は一般的の設計では、14~16%となる。このときのP C鋼材引張応力度と設計用引張強度  $R_{pr}^*$  との比  $\lambda_{crit}$  は、大体 0.925 としてよい。よって以下の計算では

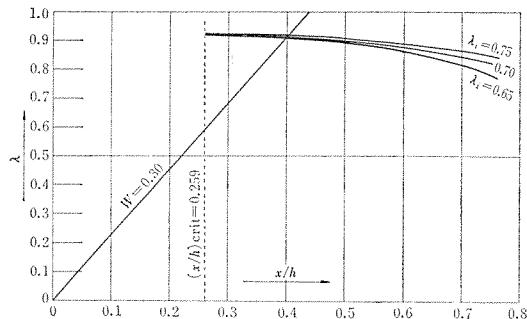
$$\lambda_{crit} = 0.925$$

と仮定してある。

矩形パラボラ分布の場合と矩形分布（コンクリート応力度は  $0.85 R_b'^*$  とする）とで、 $M_r^*$  を式(8)と式(15)とで計算した結果を表-1に示す。これによると両者の差は最大でも 1%程度にすぎない。すなわち、P C鋼材機械的比  $w$  が  $w_{crit}$  より小さい場合には図-2の応力分布を仮定しても実用上は十分であるといえる。

表-1  $M_r^*/R_b'^* \cdot b \cdot h^2$  の比較

| w<br>( $\frac{A_p \cdot R_{pr}^*}{b \cdot h \cdot R_b'^*}$ ) | 矩形パラボラ分布                |                                  | 矩形分布                             |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
|                                                              | $\varepsilon_b'$<br>(%) | $M_r^*/R_b'^* \cdot b \cdot h^2$ | $M_r^*/R_b'^* \cdot b \cdot h^2$ |
| 0.0141                                                       | 0.6                     | 0.0128                           | 0.0129                           |
| 0.0348                                                       | 1.0                     | 0.0312                           | 0.0316                           |
| 0.0606                                                       | 1.4                     | 0.0536                           | 0.0542                           |
| 0.0883                                                       | 1.8                     | 0.0771                           | 0.0777                           |
| 0.1155                                                       | 2.2                     | 0.0995                           | 0.1001                           |
| 0.1280                                                       | 2.4                     | 0.1098                           | 0.1102                           |
| 0.1531                                                       | 2.8                     | 0.1292                           | 0.1298                           |
| 0.1764                                                       | 3.2                     | 0.1470                           | 0.1474                           |
| 0.1856                                                       | 3.4                     | 0.1552                           | 0.1545                           |

図-10  $w=0.3$  の場合の図解法

$w > w_{\text{crit}}$  の場合 図-7 の図解法で曲線②はひずみ適合条件であるから、圧縮区間応力分布の形状とは無関係である。直線①の傾斜はわずかに異なる(式(4・b)と式(12・a)参照)。図-10には図-9の設計用応力-ひずみ曲線を用いた曲線②を  $\lambda_i$  を変えて示してある。直線①の  $\lambda=1$  の座標は、矩形パラボラ分布および矩形分布に対し、 $W=0.3$  のとき 0.437 および 0.441 となる。曲線②の  $\lambda_i=0.70$  との交点は(ここで  $\lambda_i=0.70$  と仮定した)、 $x/h=0.403$  および 0.405 を与える。よって  $M_r^*$  はそれぞれ次のようになる。

$$\text{矩形パラボラ分布} \dots M_r^*/R_b'^* \cdot b \cdot h^2 = 0.2307$$

$$\text{矩形分布} \dots M_r^*/R_b'^* \cdot b \cdot h^2 = 0.2308$$

すなわち、まったく同一の結果を与える。以上要するに単純曲げの場合常に図-2の矩形分布を仮定して計算してよいことが明らかである。

断面がコンクリートの破壊によってその終局限界状態に達する場合の単純曲げモーメントの最大値は、P C 鋼材ひずみが  $(\epsilon_{p0} + \epsilon_{p1})$  となり、 $\epsilon_{p2}=0$  すなわち、中立軸が P C 鋼材位置にある場合に与えられる。終局限界状態での抵抗モーメントの限界値  $M_{r,\text{limit}}^*$  は次式で与えられる。

矩形パラボラ分布仮定の場合 ( $x=h$ )

$$M_{r,\text{limit}}^* = 0.81 \times 0.85 \cdot R_b'^* \cdot b \cdot h^2 \cdot (1 - 0.416)$$

$$M_{r,\text{limit}}^*/R_b'^* \cdot b \cdot h^2 = 0.402$$

矩形分布仮定の場合 ( $y=0.8h$ )

$$M_{r,\text{limit}}^* = 0.85 \times 0.80 \cdot R_b'^* \cdot b \cdot h^2 \cdot (1 - 0.5 \times 0.8)$$

$$M_{r,\text{limit}}^*/R_b'^* \cdot b \cdot h^2 = 0.408$$

この場合も両分布間の結果に与える差は 1.5% にすぎない。

#### 4. 単純曲げをうける場合の終局限界状態検討法の実用的方法

以上明らかなように実用的には終局限界状態における圧縮区間でのコンクリート応力分布は、図-2に示す矩形としてよい。ただし、矩形断面以外の断面では矩形の幅を、 $0.85 R_b'^*$  の代りに  $0.95 \times 0.85 R_b'^* = 0.808 R_b'^*$

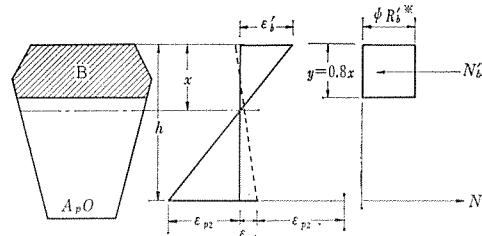
とする(1.の仮定の項参照)。この  $R_b'^*$  に乘すべき係数を以下  $\psi$  で表わすものとする。

断面ひずみ適合条件およびつり合条件式は次式で与えられる(図-11 参照)。

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{h} &= \frac{\epsilon_b'}{\epsilon_b' + \epsilon_{p2}} \\ \psi \cdot R_b'^* \cdot \int_0^y b \cdot dy &= A_p \cdot \sigma_p (\epsilon_{p0} + \epsilon_{p1} + \epsilon_{p2}) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (16)$$

破壊の終局限界状態における内力のモーメントは、P C 鋼材図心に関するコンクリート圧縮応力の合力のモーメントを求めて与えられる。

図-11 任意断面でのひずみ分布、応力分布



$$M_r^* = \psi \cdot R_b'^* \int_0^y (h-y) \cdot b \cdot dy = \psi \cdot R_b'^* \cdot Q_y \quad \dots \dots \dots (17)$$

ここに、 $Q_y$  : P C 鋼材図心に関する圧縮応力分布区間の面積モーメント

式(16)において、 $y=0.8x$

$$\int_0^y b \cdot dy = B$$

とおく。ここに、 $B$  : 圧縮応力分布区間コンクリート面積。

$$\left. \begin{aligned} \frac{y}{h} &= \frac{0.8 \epsilon_b'}{\epsilon_b' + \epsilon_{p2}} \\ \psi \cdot R_b'^* \cdot B &= A_p \cdot \sigma_p (\epsilon_{p0} + \epsilon_{p1} + \epsilon_{p2}) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (16 \cdot a)$$

終局限界状態が、 $\epsilon_b'=3.5\%$  となることによるか、 $\epsilon_{p2}=10\%$  になることによるか、を判定するには、 $\epsilon_b'=3.5\%$ 、 $\epsilon_{p2}=10\%$  に同時に達するときの  $(y/h)_{\text{crit}}$  を定めておくと便利である。式(16・a)の第一式から、

$$\left( \frac{y}{h} \right)_{\text{crit}} = \frac{0.8 \times 3.5}{3.5 + 10.0} = 0.207 \quad \dots \dots \dots (18)$$

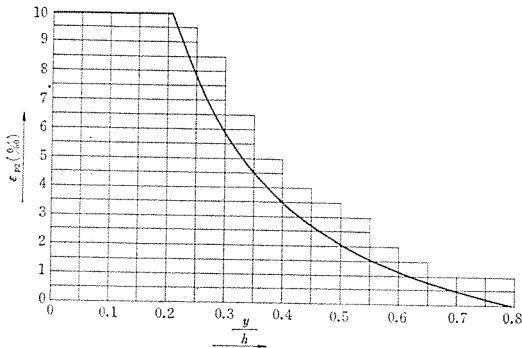
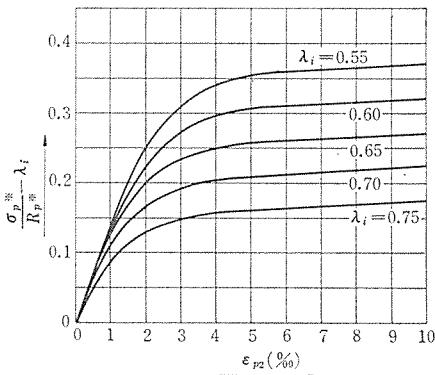
よって、 $y/h < (y/h)_{\text{crit}}$  であれば、終局限界状態では常に  $\epsilon_{p2}=10\%$  となる。

これに対し、 $(y/h) > (y/h)_{\text{crit}}$  であれば、 $\epsilon_b'=3.5\%$ 、 $\epsilon_{p2}<10\%$  である。また  $\epsilon_{p2}=0$  の極限では  $(y/h)=0.80$  となる。

したがって、 $(y/h)$  について次の 2つの区間を区別して考えなければならない。

1)  $(y/h) < 0.207$

2)  $0.207 < (y/h) < 0.80$

図-12  $(y/h)$  と  $\epsilon_{p2}$  との関係図-13  $\epsilon_{p2}$  と  $\sigma_p(\epsilon_{p0} + \epsilon_{p1} + \epsilon_{p2})$  との関係

1) の場合には常に  $\epsilon_{p2}=10\%$  であり、PC 鋼材引張応力度は  $\sigma_p(\epsilon_{p0}+\epsilon_{p1}+10)$  である。

2) の場合には常に  $\epsilon_{p2}'=3.5\%$  であり、 $\epsilon_{p2}$  は次式で与えられる。

$$\epsilon_{p2}=3.5 \left[ \frac{0.8}{\left( \frac{y}{h} \right)} - 1 \right] \quad (19)$$

よって PC 鋼材応力度は  $(\epsilon_{p0}+\epsilon_{p1}+\epsilon_{p2})$  に対応する値である。

図-12 には  $(y/h)$  と  $\epsilon_{p2}$  との関係を図示した。すなわち、 $(y/h)$  が定まると、この図から  $\epsilon_{p2}$  が求められる。

$\epsilon_{p2}$  が与えられたとき PC 鋼材引張応力度を定めるには、設計用 PC 鋼材応力一ひずみ曲線の原点を  $(\epsilon_{p0}+\epsilon_{p1})$  ひずみの点に移動させて画いた図から、 $\epsilon_{p2}$  ひずみに対応する  $\sigma_p^*(\epsilon_{p0}+\epsilon_{p1}+\epsilon_{p2})$  は容易に定められる。図-13 は図-8 の設計用応力一ひずみ曲線を用い、横軸に  $\epsilon_{p2}$  を縦軸には次の値を示している。

$$\frac{\sigma_p^*}{R_p^*} - \lambda_i$$

図中には各種の  $(\epsilon_{p0}+\epsilon_{p1})$  ひずみに対する PC 鋼材引張応力度と設計用引張強度  $R_p^*$  との比に対する曲線が与えられている。

この図から  $\epsilon_{p2}$  に対する  $\sigma_p^*$  は容易に求まる。よって、必要な PC 鋼材断面積は式 (16) のつり合条件式か

ら次のように定まる。

$$A_p = \frac{\psi \cdot R_b'^* \cdot B}{\sigma_p^*(\epsilon_{p0}+\epsilon_{p1}+\epsilon_{p2})} \quad (20)$$

以上をまとめ、設計または断面の終局限界状態の検討には次の方法を採用するものとする。

設計用曲げモーメント、すなわち、永久荷重、変動荷重、その他作用による曲げモーメントに、荷重に対する部分安全係数  $\gamma_s$  を乗じたものを求める。これを次のように示すものとする。

$$\gamma_s(M_p + M_q) \quad (21)$$

1) コンクリートに関する安全度の検討： $(y/h)=(y/h)_{\text{limit}}=0.8$  がコンクリートに関する最大モーメントを与えるものであるから、次の条件を満足する必要がある。

$$\psi \cdot R_b'^* \cdot Q_{y=0.8h} > \gamma_s(M_p + M_q) \quad (22)$$

2) PC 鋼材断面積に関する安全度の検討：式(17)から必要な  $Q_y$  は次式で求められる。

$$Q_y = \frac{\gamma_s(M_p + M_q)}{\psi \cdot R_b'^*} \quad (23)$$

式 (23) の  $Q_y$  を有するように  $y$  を定める。すなわち、PC 鋼材図心軸に関する圧縮コンクリート応力分布区間の面積モーメントが、上記  $Q_y$  に等しくなるように  $y$  を求める。 $(y/h)$  を計算し、この値と  $(y/h)_{\text{crit}}$  の値と比較する。

$(y/h) < (y/h)_{\text{crit}}$  であれば、図-12 から  $\epsilon_{p2}=10\%$  がえられ、図-13 から、与えられた  $(\epsilon_{p0}+\epsilon_{p1})$  に対して、 $\sigma_p^*(\epsilon_{p0}+\epsilon_{p1}+10)$  が求まる。

$(y/h) > (y/h)_{\text{crit}}$  であれば、図-12 から  $(y/h)$  に対する  $\epsilon_{p2}$  が定まり、図-13 から、与えられた  $(\epsilon_{p0}+\epsilon_{p1})$  に対して、 $\sigma_p^*(\epsilon_{p0}+\epsilon_{p1}+\epsilon_{p2})$  が求められる。

上記いずれの場合には圧縮側コンクリート応力分布は図-2 に示す矩形分布を用いてよいことは 3. で明らかとなっているから、必要な PC 鋼材断面積は式 (20) を用い、次の条件を満足する必要がある。

$$A_p > \frac{\psi \cdot R_b'^* \cdot B}{\sigma_p^*(\epsilon_{p0}+\epsilon_{p1}+\epsilon_{p2})} \quad (24)$$

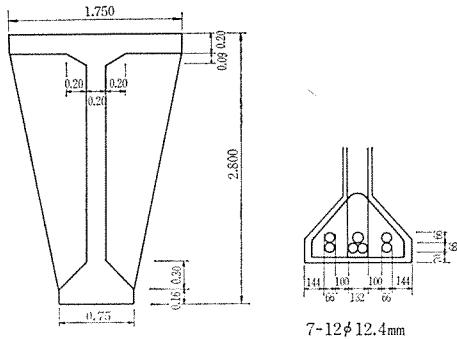
### 計算例題

図-14 に示す T 断面 PC 柱の終局限界状態に関する検討。 $\gamma_s=1.5$ ,  $M_p + M_q=1560 \text{ tm}$ ,  $\gamma_s(M_p + M_q)=2340 \text{ tm}$

コンクリート特性圧縮強度  $R_{bh}'=400 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\gamma_b=1.5$  (コンクリートに対する部分安全係数) とすると、設計用圧縮強度は、 $R_b'^*=400/1.5=266 \text{ kg/cm}^2$  となる。

PC 鋼線特性引張強度  $R_{pk}=175 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\gamma_a=1.15$  (PC 鋼材に対する部分安全係数) とすると、設計用引張強度は、 $R_p^*=175/1.15=152 \text{ kg/mm}^2$  となる。

図-14 計算例に用いた断面



P C 鋼材有効引張力の特性値は、676 t, P C 鋼材位置有効プレストレスは、207 kg/cm<sup>2</sup>である。

終局限界状態に関する検討にあたって、プレストレッシング力に対する部分安全係数は  $\gamma_p=0.9$  であるから、上記の値はそれぞれ、608 t および 186 kg/cm<sup>2</sup> となる。

有効引張応力度の設計用値は、 $608 \times 10^3 / 78.1 = 7800$  kg/cm<sup>2</sup>, P C 鋼材位置有効プレストレスを打消すまでの P C 鋼材引張応力度の変化量は、有効プレストレスにヤング係数比を乗じて求める。ヤング係数比を 5 とする

$$5 \times 186 = 930 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{したがって, } \sigma_p^*(\epsilon_{p_0} + \epsilon_{p_1}) = 7800 + 930 = 8730 \text{ kg/cm}^2$$

よって、

$$\sigma_p^*(\epsilon_{p_0} + \epsilon_{p_1}) / R_p^* = 87.3 / 152 = 0.575$$

有効高さ  $h = 2.669 \text{ m}$ .

### (1) コンクリートに関する検討

圧縮側コンクリート応力度の値は  $0.85 \times 0.95 \cdot R_b^*$

(1.の仮定参照) とし、 $\psi = 0.808$  とする。

式(22)から、 $y = 0.8h = 2.134 \text{ m}$  において、

$$\begin{aligned} \psi \cdot R_b^* \cdot Q_{y=0.8h} &= 0.808 \times 2660 \times [1.55 \times 0.20 \\ &\quad \times (2.669 - 0.10) \\ &\quad + 0.20 \times 2.134 \times (2.669 - 0.5 \times 2.134)] \end{aligned}$$

$$= 2149 \times 1.481 = 3183 \text{ tm} > r_s(M_p + M_q)$$

すなわち、コンクリートに関する条件は満足される。

### (2) P C 鋼材に関する検討

式(23)より必要な  $Q_y$  を定める。

$$Q_y = \frac{2340}{0.808 \times 2660} = 1.089 \text{ m}^3$$

$y$  を定める式は、

$$\begin{aligned} 1.55 \times 0.20 \times (2.669 - 0.10) \\ + 0.20 \times y \times (2.669 - 0.5y) = 1.089 \end{aligned}$$

$$0.10y^2 - 0.534y + 0.293 = 0$$

$$y = 0.620 \text{ m}$$

$$y/h = 0.620 / 2.669 = 0.232 > (y/h)_{crit}$$

よって、図-12 より  $\epsilon_{p2} = 8.6\%$  がえられる。図-13

より  $\sigma_p^*(\epsilon_{p_0} + \epsilon_{p_1}) = 0.575$  に対する、 $\epsilon_{p2} = 8.6\%$  のとき

の  $1 - \sigma_p^*/R_p^*$  を求めると、この値は 0.345 となる。よって、

$$\begin{aligned} \sigma_p^*(\epsilon_{p_0} + \epsilon_{p_1} + \epsilon_{p2}) &= R_p^* \cdot (0.575 + 0.345) = 0.92 \cdot R_p^* \\ &= 13980 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

圧縮区間面積  $B$  は、

$$B = 0.20 \times 1.55 + 0.20 \times 0.620 = 0.434 \text{ m}^2$$

式(24)より、

$$A_p > \frac{0.808 \times 266 \times 4340}{13980} = 66.8 \text{ cm}^2$$

P C 鋼材断面は 7 ケーブル、すなわち断面積は  $7 \times 11.15 = 78.1 \text{ cm}^2$  であるから、P C 鋼材断面積に関しても十分安全である。

以上のように試的計算を繰返す必要はなく、比較的容易に安全度の検討が実施できる利点がある。

以下従来のように、つり合条件を満足するように試的に中立軸位置を定め、破壊の終局限界モーメントを計算した結果を示す。

a) 圧縮コンクリート応力分布……矩形分布  $y$  を変化させてつり合条件が満足される  $y$  を定める。

$$0.808 R_b^* = 215 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_p^*(\epsilon_{p_0} + \epsilon_{p_1}) = 0.575 R_p^*$$

$$R_p^* = 152 \text{ kg/mm}^2 \quad A_p = 78.1 \text{ cm}^2$$

$$B = 1.55 \times 0.20 + 0.20 y = 0.310 + 0.20 y$$

$$N_b' = 2150 \cdot B \text{ (t)}$$

$$\begin{aligned} N_a &= A_p \cdot \sigma_p^*(\epsilon_{p_0} + \epsilon_{p_1} + \epsilon_{p2}) = 78.1 \times 15200 \times (\sigma_p^*/R_p^*) \\ &= 1187(\sigma_p^*/R_p^*) \text{ (t)} \end{aligned}$$

表-2 のように計算する。

表-2 つり合条件を満足する  $y$  の計算

| $y/h$ | $y(\text{m})$ | $B(\text{m}^2)$ | $N_b' \text{ (t)}$ | $\epsilon_{p2} (\%)$ | $\sigma_p^*/R_p^*$ | $N_a \text{ (t)}$ |
|-------|---------------|-----------------|--------------------|----------------------|--------------------|-------------------|
| 0.32  | 0.854         | 0.4808          | 1034               | 5.28                 | 0.910              | 1080              |
| 0.34  | 0.908         | 0.4915          | 1056               | 4.76                 | 0.905              | 1075              |
| 0.35  | 0.934         | 0.4368          | 1068               | 4.52                 | 0.902              | 1071              |
| 0.36  | 0.961         | 0.5022          | 1080               | 4.30                 | 0.898              | 1068              |

よって、 $y = 0.934 \text{ m}$  でつり合条件は満足される。

$$Q_y = 1.55 \times 0.20 \times (2.669 - 0.10)$$

$$+ 0.20 \times 0.934 \times (2.669 - 0.467)$$

$$= 1.208 \text{ m}^3$$

$$M_r^* = 2150 \times 1.208 = 2600 \text{ tm}$$

b) 圧縮コンクリート応力分布……矩形パラボラ分布

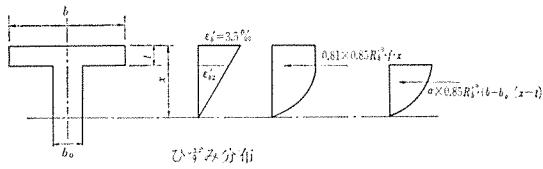
圧縮縁コンクリートひずみ  $\epsilon_b' = 3.5\%$  となる。すなわち、 $(x/h) > (x/h)_{crit}$  とする。よって、 $x > 0.259 \times 2.669 = 69.1 \text{ cm}$  と仮定する。

圧縮フランジ下縁コンクリートひずみは、圧縮フランジ厚さを  $t$  とすると、

$$\epsilon_{b1}' = 3.5 \times \frac{x-t}{x} = 3.5 \times \frac{x-0.10}{x} (\%)$$

P C 鋼材ひずみ  $\epsilon_{p2}$  は、

図-15 圧縮区間合力の求め方



$$\epsilon_{p2} = 3.5 \times \frac{h-x}{x} = 3.5 \times \frac{2.669-x}{x} (\%)$$

圧縮部コンクリート応力度の合力は、幅  $b$  なる矩形部から、幅  $(b-b_0)$  なる矩形部を差し引いて求められる(図-15)。幅  $b$  に対する合力は  $\epsilon_b'=3.5\%$  であるから、図-6 から、 $\alpha=0.810$  である。幅  $(b-b_0)$  区間にに対する合力は  $\epsilon_{b2}'$  に対するものであるからに  $\epsilon_{b2}'$  に応じて図-6 から  $\alpha$  を定める。よって、コンクリート応力度の合力  $N_b'$  は次式で与えられる。

$$N_b' = 0.85 \cdot R_b'^* [0.81 \cdot b \cdot x - \alpha(b-b_0)(x-t)] \\ = 2260 [1.418 \cdot x - 1.55 \cdot \alpha \cdot (x-0.20)]$$

表-3 つり合条件を満足する  $x$  の計算

| $x(m)$ | $h-x(m)$ | $\epsilon_{p2}(\%)$ | $\sigma_p^*/R_p^*$ | $N_a(t)$ | $\epsilon_{b2}'(\%)$ | $\alpha$ | $N_b'(t)$ |
|--------|----------|---------------------|--------------------|----------|----------------------|----------|-----------|
| 1.20   | 1.469    | 4.29                | 0.893              | 1060     | 2.92                 | 0.776    | 1089      |
| 1.18   | 1.489    | 4.42                | 0.900              | 1068     | 2.91                 | 0.776    | 1082      |
| 1.16   | 1.509    | 4.55                | 0.903              | 1072     | 2.90                 | 0.775    | 1077      |
| 1.14   | 1.529    | 4.69                | 0.905              | 1075     | 2.89                 | 0.775    | 1067      |

$x=1.16$  m でつり合条件は満足され、これは仮定のように  $x_{crit}$  より大である。

$M_r^*$  は次式で求まる。 $\epsilon_{b2}'=2.90\%$  に対する  $\beta$  は図-6 から、0.403 である。

$$M_r^* = 0.81 \times 2260 \times b \cdot x \cdot (h-0.416 \cdot x) \\ - \alpha \times 2260 \times (b-b_0) \cdot (x-t) \cdot [(h-t) \\ - 0.403 \cdot (x-t)] \\ = 0.81 \times 2260 \times 1.75 \times 1.16 \times (2.669-0.483) \\ - 0.775 \times 2260 \times 1.55 \times 0.96 \times (2.469-0.387) \\ = 2690 \text{ tm}$$

すなわち、 $M_r^*$  について、矩形パラボラ分布と矩形分布との差は 3.5% であるから、矩形分布を用いて十分であることが明らかである。

$$\text{全荷重に対する安全係数} = \frac{2600}{1560} = 1.67$$

## 5. 結論

破壊の終局限界状態に関する安全度の検討にあたって、従来のようにひずみ適合条件、つり合条件を同時に満足する中立軸位置を試的に定める代りに、圧縮区間コンクリート応力分布は図-2 の矩形分布と仮定し、4.に述べた方法により、まずコンクリートに関する検討により、圧縮側コンクリート断面も十分であることを確かめ、次に式(23)より必要な圧縮応力分布区間  $y$  を定め、( $y/h$ ) より図-12 を用いて  $\epsilon_{p2}$  を求める。図-13 から、 $\sigma_p^*(\epsilon_{p0} + \epsilon_{p1} + \epsilon_{p2})$  を定め、式(24)より必要な PC 鋼材最少断面積を定めこれと実際の PC 鋼材断面積と比較することで、鋼材に関する安全度を確かめる。

以上の方法は実用上、より簡単な検討法である。

1970.10.5・受付

## PC構造物設計図集発売について

当協会では、先に「PC構造物設計図集」の出版を企画し、本会編集、(株)技報堂発行の形で出版致しておりますのでお知らせします。

本書は、本協会誌「プレストレストコンクリート」の末尾に掲載致しております折込付図を、協会誌編集委員会の手により、PCの設計・施工に携わる方々のご使用に便利なように、土木編(32編)・建築編(28編)・その他4編の三部門にわけ、それぞれに写真・説明等を入れ、わかりやすく編集したものです。皆様のお手元にぜひお備え下さいよう、おすすめ申し上げます。

体裁: B4判 138ページ 活版印刷

定価: 1500円 会員特価: 1200円

送料: 150円

申込先: 東京都中央区銀座2の12の4銀鹿ビル3階

プレストレストコンクリート技術協会

TEL (541) 3595 振替 東京 62774 番 □ 104