

Dynamic Relaxation Method による連続体の応力解析

岡 本 伸*

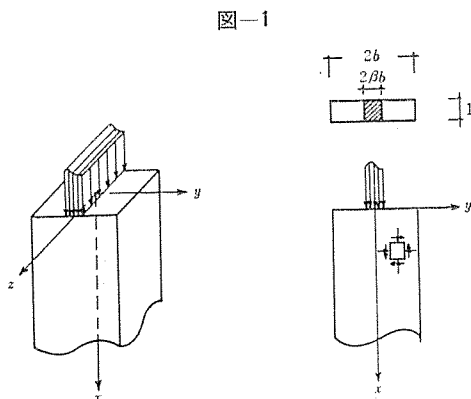
1. ま え が き

Dynamic Relaxation Method^{1),2)} (以下 DR と略記) は, A.S. Day, J.R.H. Otter 等によって, 連続体の応力解析のために開発された数値計算法の一種で, 主にイギリスにおいて, PCPV の応力解析のために用いられている。DR は連続体についてたてた応力とひずみの関係式および速度に比例した減衰を有する動的力のつり合条件式を, 時間と距離に関する中心差分の形で表わし, 適当な減衰定数を選ぶことにより, 静的応力状態に収束させようとするものである。DR では, 力のつり合条件式と, 応力とひずみの関係式より, 直接数値計算用のプログラムが書き下せ, 以後は, 繰返し計算により, 正解に収束させることができ, 有限要素法におけるように, 剛性マトリックスを求めたり, 多次元連立方程式を解いたりする必要がなく, 数値計算用のプログラムが容易に組めることが特徴であり, 数値解析手法として, きわめて興味ある方法である。

筆者は, DR を用いて, 種々の集中荷重を受けるポストテンション プレストレスト コンクリート部材定着部の応力解析を行なったので, 本報告では, 数値解析方法の紹介を兼ねて, 数値計算結果の概要を述べる。

2. 数値計算用基礎式の誘導

図一に示すような, 2次元載荷状態 ($x=0$ にお



図一

る荷重分布が z に無関係に y のみの関数となる場合) の end block を考えると, これは弾性論における2次元問題であり, この場合の力のつり合条件式は, 物体力を無視すれば次式のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \widehat{XX}}{\partial x} + \frac{\partial \widehat{XY}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \widehat{YX}}{\partial y} + \frac{\partial \widehat{XY}}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

また, 応力と変位との関係は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \widehat{XX} &= \frac{E}{(1-\nu^2)} (\partial u / \partial x + \nu \partial v / \partial y) \\ \widehat{YX} &= \frac{E}{(1-\nu^2)} (\partial v / \partial y + \nu \partial u / \partial x) \\ \widehat{XY} &= \frac{E}{2(1+\nu)} (\partial v / \partial x + \partial u / \partial y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで, 図一2に示した微小部分について, 速度に比例した減衰を有する場合の x 方向の動的力のつり合を考える。いま m を微小部分の質量, K を減衰定数とすれば

$$\frac{\partial \widehat{XX}}{\partial x} dx dy + \frac{\partial \widehat{XY}}{\partial y} dx dy = m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{m}{\Delta t} K \frac{\partial u}{\partial t}$$

ここで $m = \rho dx dy$ (ρ : 密度) であるから

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \widehat{XX}}{\partial x} + \frac{\partial \widehat{XY}}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{K}{\Delta t} \frac{\partial u}{\partial t} \dots (3.1)$$

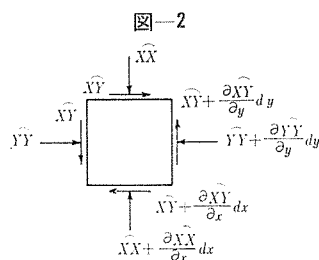
同様にして, y 方向のつり合条件より次式を得る。

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \widehat{YX}}{\partial y} + \frac{\partial \widehat{XY}}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{K}{\Delta t} \frac{\partial v}{\partial t} \dots (3.2)$$

また, 式 (2) を t に関して微分すると

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \widehat{XX}}{\partial t} &= \frac{E}{(1-\nu^2)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) + \nu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) \right\} \\ \frac{\partial \widehat{YX}}{\partial t} &= \frac{E}{(1-\nu^2)} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) + \nu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \right\} \\ \frac{\partial \widehat{XY}}{\partial t} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここで, 式 (3) および式 (4) を t および x, y に関して中心差分の形で表わすことを考える。 $\frac{\partial u}{\partial t} = U,$



図一2

* 建設省建築研究所 住宅建設研究室長

$\frac{\partial v}{\partial t} = V$ と置けば, 式 (3.1) より

$$\frac{U_a - U_b}{\Delta t} + \frac{K}{\Delta t} \frac{U_a + U_b}{2} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\widehat{X}\widehat{X}_x - \widehat{X}\widehat{X}_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{\widehat{X}\widehat{Y}_y - \widehat{X}\widehat{Y}_{y+\Delta y}}{\Delta y} \right)$$

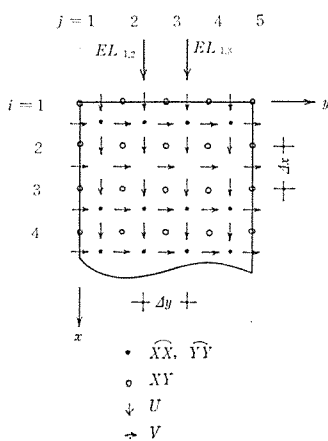
ただし, 添字 b は各 time interval (Δt) の初期値を, a は time interval 経過後の求めようとする値を示す。式 (3.2) および式 (4) も同様に中心差分の形で表わし整理すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} U_a &= \frac{1}{1 + (1/2)K} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}K\right) U_b \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{\widehat{X}\widehat{X}_x - \widehat{X}\widehat{X}_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{\widehat{X}\widehat{Y}_y - \widehat{X}\widehat{Y}_{y+\Delta y}}{\Delta y} \right) \right\} \\ V_a &= \frac{1}{1 + (1/2)K} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}K\right) V_b \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{\widehat{Y}\widehat{Y}_y - \widehat{Y}\widehat{Y}_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \frac{\widehat{X}\widehat{Y}_x - \widehat{X}\widehat{Y}_{x+\Delta x}}{\Delta x} \right) \right\} \\ &\dots\dots\dots(5) \\ \widehat{X}\widehat{X}_a &= \widehat{X}\widehat{X}_b + \frac{E \Delta t}{1 - \nu^2} \left(\frac{U_x - U_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \nu \frac{V_y - V_{y+\Delta y}}{\Delta y} \right) \\ \widehat{Y}\widehat{Y}_a &= \widehat{Y}\widehat{Y}_b + \frac{E \Delta t}{1 - \nu^2} \left(\frac{V_y - V_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \nu \frac{U_x - U_{x+\Delta x}}{\Delta x} \right) \\ \widehat{X}\widehat{Y}_a &= \widehat{X}\widehat{Y}_b + \frac{E \Delta t}{2(1 + \nu)} \\ &\quad \cdot \left(\frac{V_x - V_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{U_y - U_{y+\Delta y}}{\Delta y} \right) \\ &\dots\dots\dots(6) \end{aligned} \right\}$$

ここで, 連続体を 図-3 に示すような mesh に分割し

$$\left. \begin{aligned} \widehat{X}\widehat{X}_{i,j,k} &= \widehat{X}\widehat{X}_{i,j,k} + (\lambda + 2\mu) \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_{i,j,k} - U_{i+1,j,k}) + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta y} (V_{i,j,k} - V_{i,j+1,k}) + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta z} (W_{i,j,k} - W_{i,j,k+1}) \\ \widehat{Y}\widehat{Y}_{i,j,k} &= \widehat{Y}\widehat{Y}_{i,j,k} + (\lambda + 2\mu) \frac{\Delta t}{\Delta y} (V_{i,j,k} - V_{i,j+1,k}) + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_{i,j,k} - U_{i+1,j,k}) + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta z} (W_{i,j,k} - W_{i,j,k+1}) \\ \widehat{Z}\widehat{Z}_{i,j,k} &= \widehat{Z}\widehat{Z}_{i,j,k} + (\lambda + 2\mu) \frac{\Delta t}{\Delta z} (W_{i,j,k} - W_{i,j,k+1}) + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_{i,j,k} - U_{i+1,j,k}) + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta y} (V_{i,j,k} - V_{i,j+1,k}) \\ \widehat{X}\widehat{Y}_{i,j,k} &= \widehat{X}\widehat{Y}_{i,j,k} + \mu \frac{\Delta t}{\Delta y} (U_{i,j-1,k} - U_{i,j,k}) + \mu \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_{i-1,j,k} - V_{i,j,k}) \end{aligned} \right\}$$

図-3

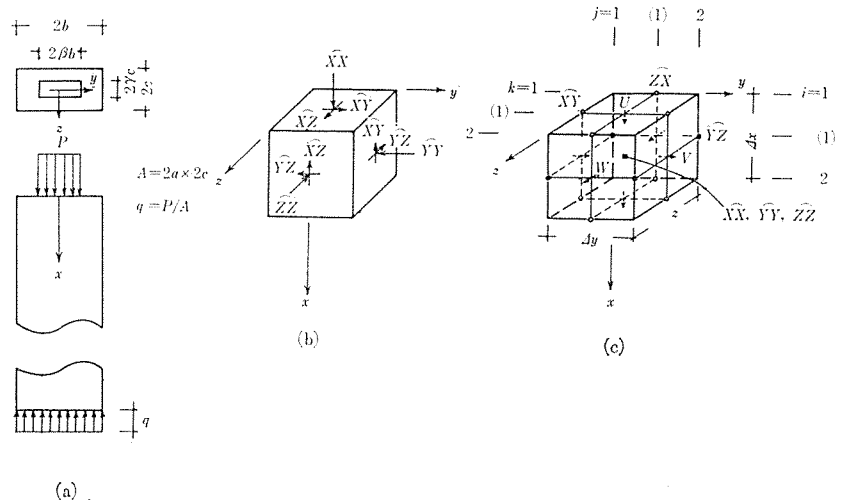


各節点に式 (5) および式 (6) を交互に適用すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} U_{i,j} &= \frac{1}{1 + (1/2)K} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}K\right) U_{i,j} + \frac{\Delta t}{\rho \Delta x} \right. \\ &\quad \cdot \left(\widehat{X}\widehat{X}_{i-1,j} - \widehat{X}\widehat{X}_{i,j} \right) + \frac{\Delta t}{\rho \Delta y} \left(\widehat{X}\widehat{Y}_{i,j} - \widehat{X}\widehat{Y}_{i,j+1} \right) \left. \right\} \\ V_{i,j} &= \frac{1}{1 + (1/2)K} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}K\right) V_{i,j} + \frac{\Delta t}{\rho \Delta y} \right. \\ &\quad \cdot \left(\widehat{Y}\widehat{Y}_{i,j-1} - \widehat{Y}\widehat{Y}_{i,j} \right) + \frac{\Delta t}{\rho \Delta x} \left(\widehat{X}\widehat{Y}_{i,j} - \widehat{X}\widehat{Y}_{i+1,j} \right) \left. \right\} \\ &\dots\dots\dots(7) \\ \widehat{X}\widehat{X}_{i,j} &= \widehat{X}\widehat{X}_{i,j} + \frac{E}{1 - \nu^2} \left\{ \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_{i,j} - U_{i+1,j}) \right. \\ &\quad \left. + \nu \frac{\Delta t}{\Delta y} (V_{i,j} - V_{i,j+1}) \right\} \\ \widehat{Y}\widehat{Y}_{i,j} &= \widehat{Y}\widehat{Y}_{i,j} + \frac{E}{1 - \nu^2} \left\{ \frac{\Delta t}{\Delta y} (V_{i,j} - V_{i,j+1}) \right. \\ &\quad \left. + \nu \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_{i,j} - U_{i+1,j}) \right\} \\ \widehat{X}\widehat{Y}_{i,j} &= \widehat{X}\widehat{Y}_{i,j} + \frac{E}{2(1 + \nu)} \left\{ \frac{\Delta t}{\Delta y} (U_{i,j-1} - U_{i,j}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\nu \Delta t}{\Delta x} (V_{i-1,j} - V_{i,j}) \right\} \\ &\dots\dots\dots(8) \end{aligned} \right\}$$

上述の式 (7), (8) が, 2次元問題の数値計算用基礎式である。図-4 に示すような3次元載荷状態の場合にも同様な手法により数値計算用基礎式を導くことができる。以下に, 式の誘導の過程は省略し, 結果のみを示す。

図-4



$$\left. \begin{aligned} \widehat{Y}Z_{i,j,k} &= \widehat{Y}Z_{i,j,k} + \mu \frac{\Delta t}{\Delta y} (W_{i,j-1,k} - W_{i,j,k}) + \mu \frac{\Delta t}{\Delta z} (V_{i,j,k-1} - V_{i,j,k}) \\ \widehat{Z}X_{i,j,k} &= \widehat{Z}X_{i,j,k} + \mu \frac{\Delta t}{\Delta x} (W_{i-1,j,k} - W_{i,j,k}) + \mu \frac{\Delta t}{\Delta z} (U_{i,j,k-1} - U_{i,j,k}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{i,j,k} &= \frac{1}{1+(1/2)K} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}K\right) U_{i,j,k} + \frac{\Delta t}{\rho \Delta x} (\widehat{X}X_{i-1,j,k} - \widehat{X}X_{i,j,k}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Delta t}{\rho \Delta y} (\widehat{X}Y_{i,j,k} - \widehat{X}Y_{i,j+1,k}) + \frac{\Delta t}{\rho \Delta z} (\widehat{X}Z_{i,j,k} - \widehat{X}Z_{i,j,k+1}) \right\} \\ V_{i,j,k} &= \frac{1}{1+(1/2)K} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}K\right) V_{i,j,k} + \frac{\Delta t}{\rho \Delta y} (\widehat{Y}Y_{i,j-1,k} - \widehat{Y}Y_{i,j,k}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Delta t}{\rho \Delta x} (\widehat{X}Y_{i,j,k} - \widehat{X}Y_{i+1,j,k}) + \frac{\Delta t}{\rho \Delta z} (\widehat{Y}Z_{i,j,k} - \widehat{Y}Z_{i,j,k+1}) \right\} \\ W_{i,j,k} &= \frac{1}{1+(1/2)K} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}K\right) W_{i,j,k} + \frac{\Delta t}{\rho \Delta z} (\widehat{Z}Z_{i,j,k-1} - \widehat{Z}Z_{i,j,k}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Delta t}{\rho \Delta x} (\widehat{X}Z_{i,j,k} - \widehat{X}Z_{i+1,j,k}) + \frac{\Delta t}{\rho \Delta y} (\widehat{Y}Z_{i,j,k} - \widehat{Y}Z_{i,j+1,k}) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 λ, μ は Lamé の定数で弾性係数 E およびポワソン比 ν により次式のように表わされる。

$$\lambda = \nu E / (\nu + 1) (1 - 2\nu) \dots\dots\dots (11)$$

$$\mu = E / 2(\nu + 1) \dots\dots\dots (12)$$

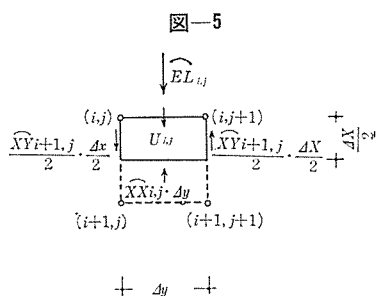
また、 U, V, W は、それぞれ、 x, y, z 方向の変位速度を表わす。また、垂直応力およびせん断応力は 図-4 に示した方向を正とする。

3. 境界条件

面に垂直な応力が作用している境界においては、例えば、2次元载荷状態の場合には 図-5 に示すような微少部分に関する力のつり合条件式から、力に関する境界条件を変位速度に関する境界条件に変換する。すなわち、図-5 の $\Delta y \times \left(\frac{\Delta x}{2}\right)$ の微少部分に作用する x 方向の力のつり合より次式を得る。

$$\begin{aligned} U_{i,j} &= \frac{1}{1+(1/2)K} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}K\right) U_{i,j} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2 \Delta t}{\rho \Delta x} (\widehat{E}L_{i,j} - \widehat{X}X_{i,j}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(\frac{\widehat{X}Y_{i+1,j} - \widehat{X}Y_{i+1,j+1}}{4} \right) \right\} \dots (13) \end{aligned}$$

3次元载荷状態の場合にも同様な考え方から、 $x = \text{const.}$ の面に垂直応力 $EL_{i,j,k}$ が作用する節点の境界条件として次式を得る。



$$\begin{aligned} U_{i,j,k} &= \frac{1}{1+(1/2)K} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}K\right) U_{i,j,k} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2 \Delta t}{\rho \Delta x} (\widehat{E}L_{i,j,k} - \widehat{X}X_{i,j,k}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(\frac{\widehat{X}Y_{i+1,j,k} - \widehat{X}Y_{i+1,j+1,k}}{4} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{\Delta z} \left(\frac{\widehat{Z}X_{i+1,j,k} - \widehat{Z}X_{i+1,j,k+1}}{4} \right) \right\} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$y = \text{const.}$ および $z = \text{const.}$ の面にある節点に垂直応力が作用する場合にも、それぞれ V および W に関して同様な式を導くことができる。また、垂直応力の作用しない節点においてはこれ等の式で $\widehat{E}L = 0$ とおけばよい。また、面に平行な外力が作用する境界においては、境界におけるせん断力を、直接節点荷重として与えてやればよい。

4. 数値計算のための諸定数

(1) 時間刻み Δt

一般に、振動方程式の中心差分計算においては、物体の中を伝搬する物理的な意味での波動速度より、計算の進行速度の方が早くないと解は得られない。したがって、弾性体における縦波の伝搬速度を C とすれば、1次元の弾性棒の場合には次式が成り立つ

$$C \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1 \dots\dots\dots (15)$$

式 (15) を m 次元の弾性体の場合に拡張すると³⁾

$$C \frac{\Delta t}{\Delta x} < \frac{1}{m} \dots\dots\dots (16)$$

Δt は、式 (16) を満足する範囲で、できるだけ大きくとる方が収束性がよい。 C の値は、一般に3次元弾性体の縦波の伝搬速度を表わす式 (17) を用いればよい。

$$C = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \dots\dots\dots (17)$$

以下の計算では、 $E=3 \times 10^9$, $\rho=2.4 \times 10^{-3}$, $\nu=\frac{1}{6}$, $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1.0$ として、2次元載荷状態の場合には、 $\Delta t = 0.6 \times 10^{-4}$, 3次元載荷状態の場合には $\Delta t = 0.45 \times 10^{-4}$ の値を用いた。

(2) 減衰定数 K

収束性をよくするために、一般的にどのような減衰定数をとればよいかということは、理論的に求められない。以下の計算では、断面一様な弾性棒が、両端に動的な軸方向荷重を受けた場合の限界減衰定数から類推して減衰定数を決めた。すなわち、この場合の応力変位の関係ならびに動的力のつり合条件式は次のようになる。

$$\widehat{X}\widehat{X} - E \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (18)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \widehat{X}\widehat{X}}{\partial x} - \frac{K}{\Delta t} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

式(18)を t に関して、式(19)を x に関して微分し、まとめると次式を得る。

$$\frac{\partial^2 \widehat{X}\widehat{X}}{\partial x^2} - \frac{K}{\Delta t} \frac{1}{C^2} \frac{\partial \widehat{X}\widehat{X}}{\partial t} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \widehat{X}\widehat{X}}{\partial t^2} = 0 \dots\dots (20)$$

ただし、 $C = \sqrt{E/\rho}$

いま、固有円振動数を ω とすれば、限界減衰定数 K_{cr} は、

$$K_{cr} = 2 \omega \Delta t \dots\dots\dots (21)$$

このときの角速度 V_ω は、

$$V_\omega = C/\sqrt{2} \dots\dots\dots (22)$$

したがって、両端自由な棒の軸方向固有円振動数は、 l を棒の長さ、 n を差分計算を行なうための分割数とすれば次のようになる。

$$\omega = \frac{V_\omega}{l} \pi = \frac{C \pi}{\sqrt{2} l} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{C}{n \Delta x} \dots\dots\dots (23)$$

式(21)および式(23)より

$$K_{cr} = \sqrt{2} \pi \cdot \frac{C \Delta t}{n \Delta x} \dots\dots\dots (24)$$

一般に K としては、 $0.035 \sim 0.6 K_{cr}$ をとればよいといわれている。そこで、2次元載荷状態の end block が、図-6 に示したような中央集中荷重 ($\beta=0.5$) を受ける場合について、種々の減衰定数の値を用いて計算を行ない、計算の繰返し回

図-6 2次元中央集中荷重計算用 end block

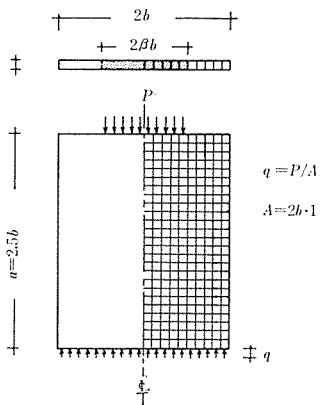
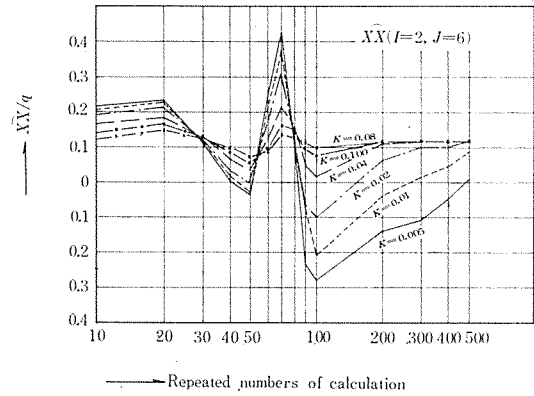


図-7 減衰定数 K による収束性に関する計算結果



数と求めた応力の値とを图示すると図-7 のようになる。なお、この場合の限界減衰定数は、 $n=25$, $\Delta x=1$, $\Delta t=0.6 \times 10^{-4}$, $C = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}} = 1.16 \times 10^4$ として式(24)から計算すると $K_{cr} = 0.123$ となる。

図-7 に示したように、減衰定数が K_{cr} の約 65% ($K=0.08$) の場合に最も収束性がよく、約 200 回で一定値に収束する。また $K = (0.3 \sim 0.8) K_{cr}$ の範囲にあればほぼ同程度の収束性を示す。上述の結果をもとに、以後の計算では、2次元載荷状態の場合には、 $K=0.06$, 3次元載荷状態の場合には $K=0.045$ の値を用いた。

5. 数値計算結果—2次元載荷状態の場合

(1) 中央集中荷重

図-6 に示したような end block の $x=0$ の面に、中央集中荷重が作用する場合について、荷重の集中度 β を 9 通り ($\beta=0.1 \sim 0.9$) に変えて計算を行なった。

計算結果より、中心軸上 (実際には $y=0.05b$) に生ずる y 方向の引張応力 $\widehat{Y}Y_{TENS}$ の分布を図-8 に示

図-8 中心軸上 ($y=0.05b$) の割裂応力の分布

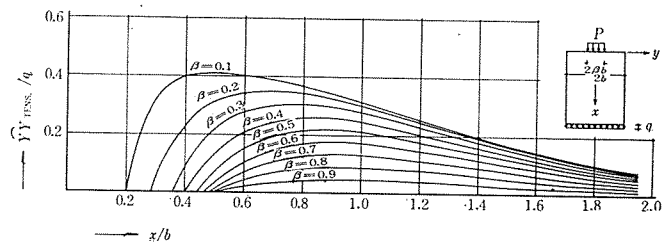


図-9

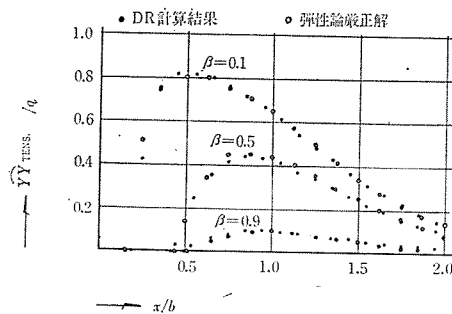
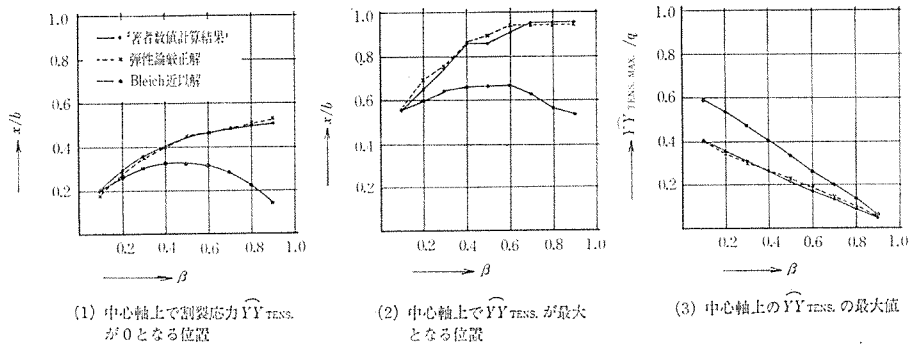


図-10 中心軸上割裂応力分布特性の比較



す。図-9には、本計算結果より求めた中心軸上の $\hat{Y}Y_{TENS.}$ の分布と、2次元弾性理論厳正解による分布との比較を、 $\beta=0.1, 0.5$ および 0.9 の場合について示す。図-10には中心軸上で $\hat{Y}Y=0$ となる位置、 $\hat{Y}Y_{TENS.}$ が最大となる位置および $\hat{Y}Y_{TENS.}$ の最大値 $\hat{Y}Y_{TENS.MAX.}$ の β による変化の様子を示す。同図には比較のため、弾性理論による厳正解および建築学会プレストレストコンクリート設計施工規準に、割裂補強筋設計のための参考資料として掲げられている Bleich の近以理論解による値も示してある。

図-9 および 図-10 より、著者の計算結果と、2次元弾性理論厳正解とはきわめてよく一致するが、Bleich の近似解はこれ等と著しく異なることが解る。

図-11には参考のために、本計算結果より求めた中

図-11 中心軸上の割裂合力の分布

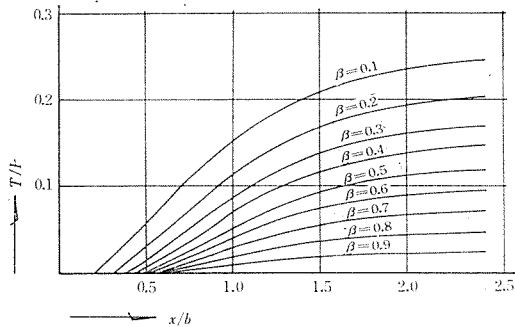
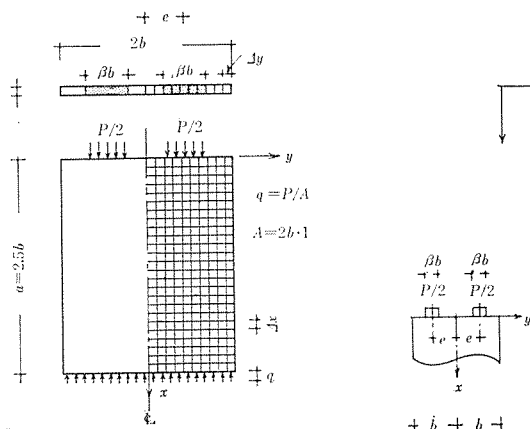


図-12 2次元2点集中荷重計算用 end block



心軸上の割裂合力 T と作用荷重 P との比を示す。

(2) 2点集中荷重

図-12に示すように、 $x=0$ の面に、中心軸に関して対称な、2点集中荷重が作用する場合について、集中度 β および中心軸からの偏心距離 e の種々な組合せに対して数値計算を行なった。

計算結果より、 $\beta=0.3$ および 0.5 の場合について $y=0.05b, 0.25b, 0.45b, 0.65b$ および $0.85b$ の位置における $\hat{Y}Y$ の x 軸方向の分布の様子を図-13, 14に示す。また、計算結果より描いた $\hat{Y}Y_{TENS.}$ の等応力線図の代表例を図-15, 16に示す。

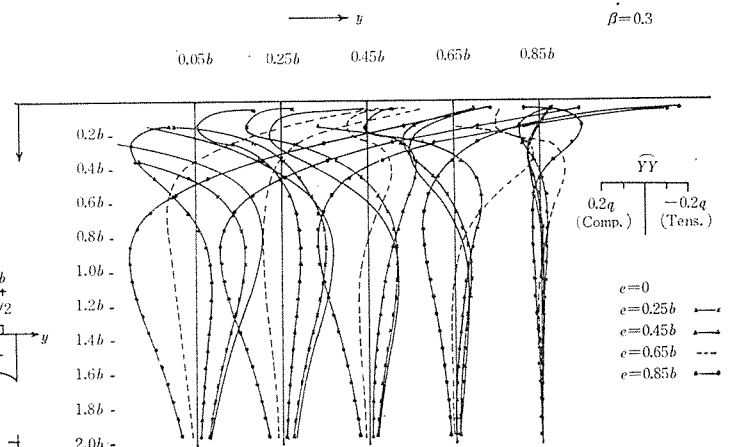
e が增大するにつれて、中心軸近傍の載荷面近くに著しく大きな引張応力が生ずる。また載荷軸上の $\hat{Y}Y_{TENS.}$ の分布の様子は、 e によって著しく異なるが、全体的にみると e の増大によって $\hat{Y}Y$ の引張域が上方に移動する。

(3) 偏心荷重

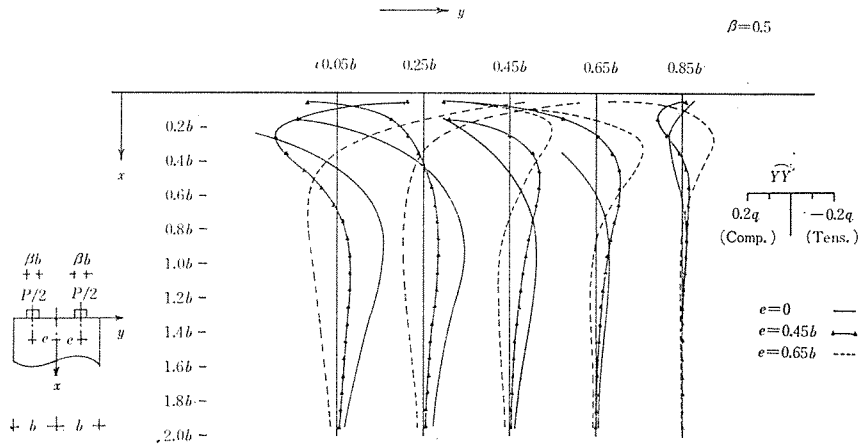
図-17に示すように、 $x=0$ の面に偏心集中荷重を受ける場合について、集中度 β および偏心距離 e を種々変えて計算を行なった。この場合には、図示のごとく $a=3b$ とし、幅 $2b$ を 10 等分して計算を行なった。

計算結果より得られた $\hat{Y}Y$ の分布を図-18, 19にまとめて示す。計算結果より描いた $\hat{Y}Y_{TENS.}$ の等応力線

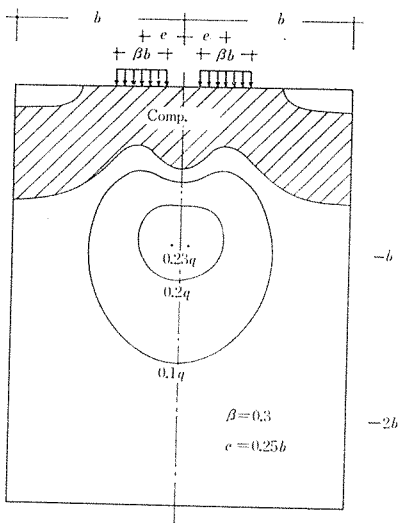
図-13 2点集中荷重を受ける定着域の割裂応力分布 ($\beta=0.3$)



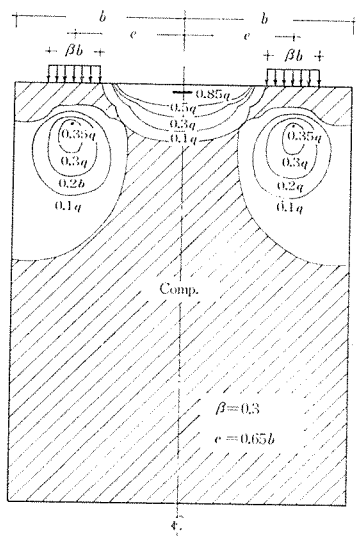
図—14 2点集中荷重を受ける定着域の割裂応力分布 ($\beta=0.5$)



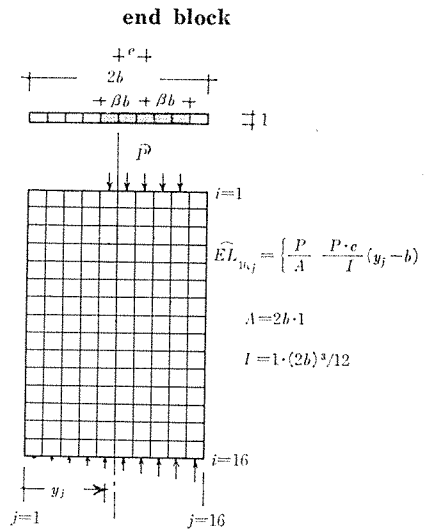
図—15



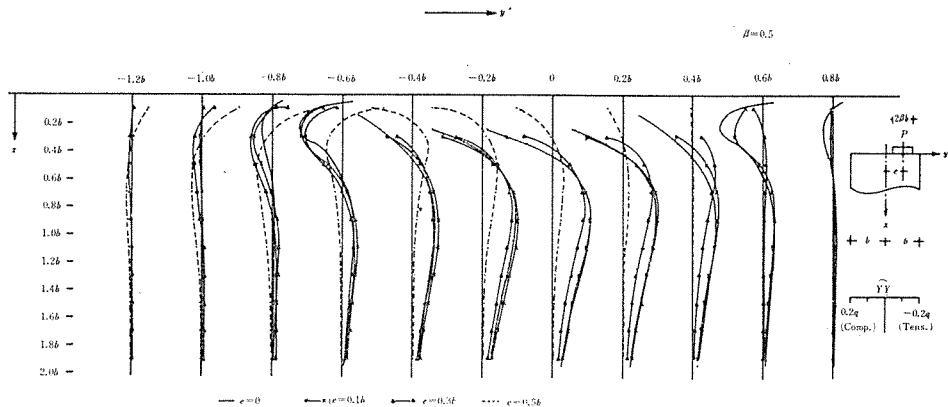
図—16



図—17 2次元偏心集中荷重計算用



図—18 偏心集中荷重を受ける定着域の割裂応力分布 ($\beta=0.5$)



図の代表例を 図—20~22 に示す。

偏心距離が増大すると、载荷軸上の割裂応力の値は小さくなり、しかも全体に引張域は上方に移動する。また、载荷軸から離れた上面に著しく大きな引張域が生ずる。

6. 数値計算結果—3次元载荷状態の場合

図—23 に示すように、短形断面の end block に中央集中荷重が作用する場合の応力を、 β および r の種々の組合せに対して計算した。

図—24~27 は、 y 方向の集中度 β が等しい場合に、

図-19 偏心集中荷重を受ける定着域の割裂応力分布 ($\beta=0.3$)

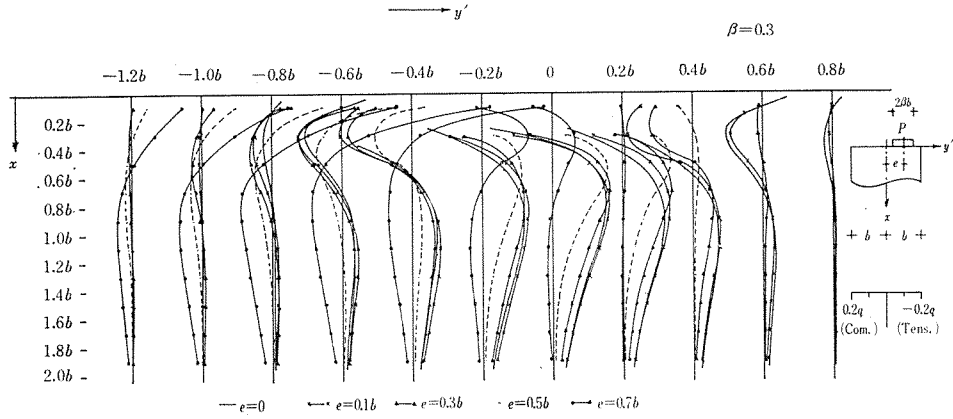


図-20

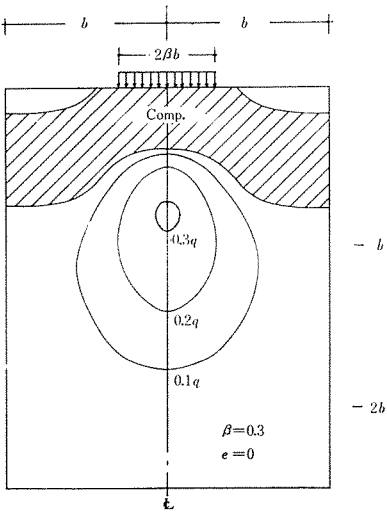


図-21

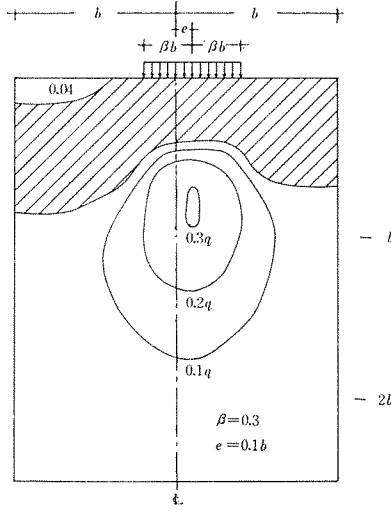


図-22

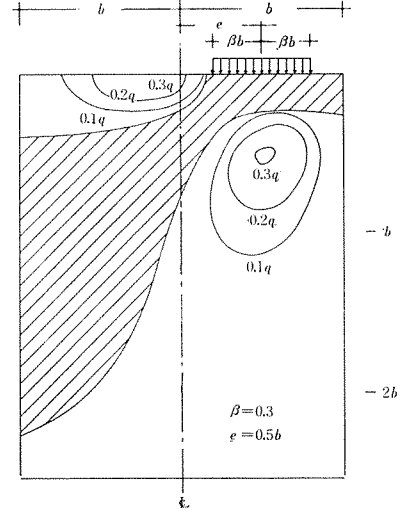
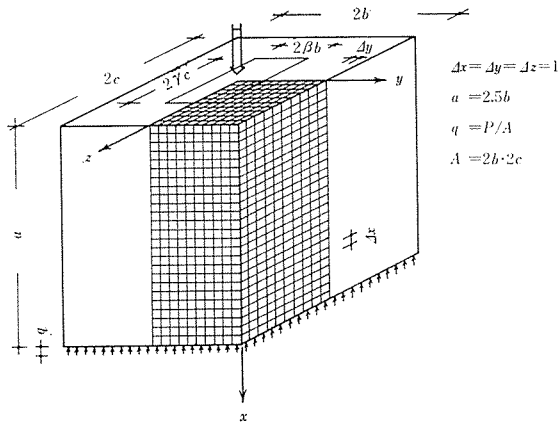


図-23 3次元中央集中荷重計算用 end block



y 方向の割裂応力 $\widehat{Y}Y_{TENS.}$ の分布が、奥行方向 (z 方向) の集中度 r によってどのように変わるか、また、 β および r が等しい場合に $\widehat{Y}Y_{TENS.}$ の分布が奥行方向の位置 (z/c) によってどう変わるかを示すものである。同図において $r=1.0$ の場合は、2次元荷状態に相当する。

図-28 は、 $y=0.05b$ における y 方向の割裂応力最大値 $\widehat{Y}Y_{TENS.MAX}$ が、奥行方向の位置によってどのよ

うに変化するかを示したものである。

β の値が小さい場合には、 r の値が小さくなると、すなわち、奥行方向の集中度が高くなると、中心近くではきわめて大きな割裂応力が生ずる。 $\beta=0.1, r=0.1$ の場合には、 $\widehat{Y}Y_{TENS.MAX}$ の値は同じ β に対応する 2次元荷状態の値の約 4.4 倍になる。

同じ β に対して、中心軸近く ($z/c=0.05$) では、奥行方向の集中度 r の値が小さいほど、割裂応力の最大値は大きくなるが、表面近く ($z/c=0.95$) では、この傾向は逆転し、 r が小さいほど、割裂応力の最大値は小さくなる。 β が 0.5 以上になると、奥行方向の集中度 $r=0.1$ の場合でも奥行方向の応力状態の変化は少なくなり、全体的に 2次元荷状態の場合の分布に近づく。 $\beta=0.7$ の場合には、 r による応力状態の変化はほとんどなくなる。

図-29 には、 $\widehat{Y}Y$ の Z 方向の平均値より求めた割裂応力分布を示す。同図より、奥行方向の変化が著しい $\beta=r=0.1$ の場合でも、奥行方向の平均値でみると、2次元荷状態の場合とほぼ等しい応力分布となる。

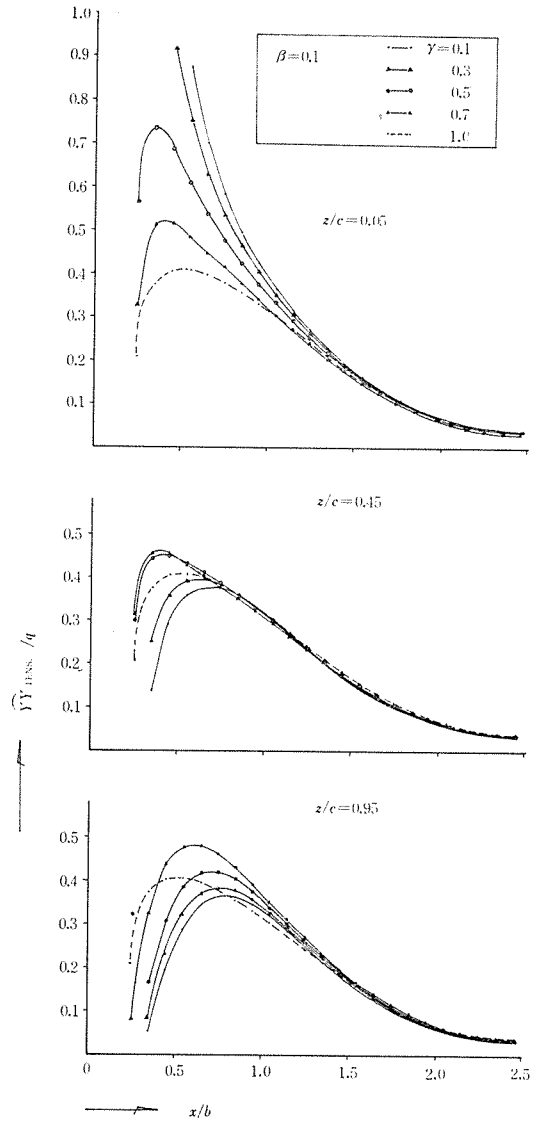


図-24 3次元載荷状態の奥行方向各位置($z/c=0.05, 0.45, 0.95$)における割裂応力 $\widehat{Y}Y_{TENS.}$ の分布 ($\beta=0.1, \gamma=0.1\sim 1.0$)

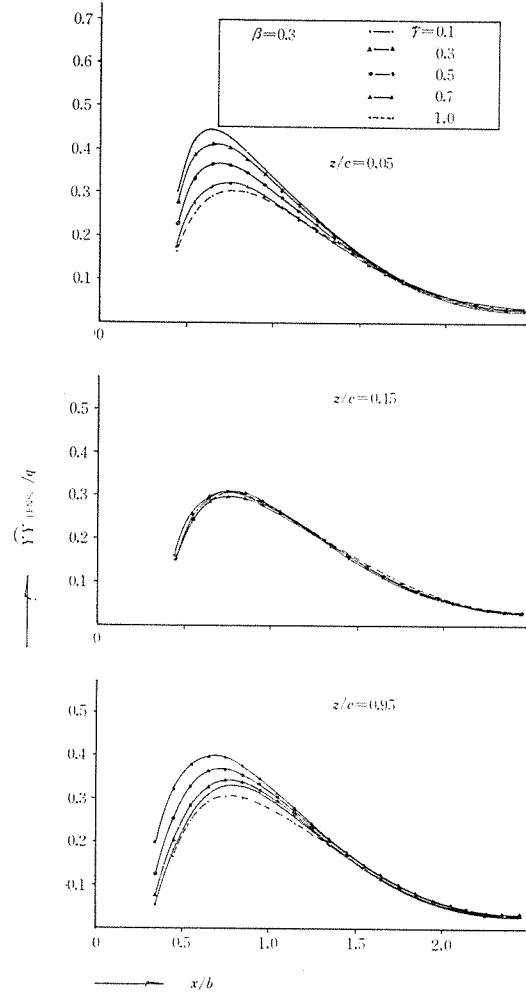


図-25 3次元載荷状態の奥行方向各位置($z/c=0.05, 0.45, 0.95$)における割裂応力 $\widehat{Y}Y_{TENS.}$ の分布 ($\beta=0.3, \gamma=0.1\sim 1.0$)

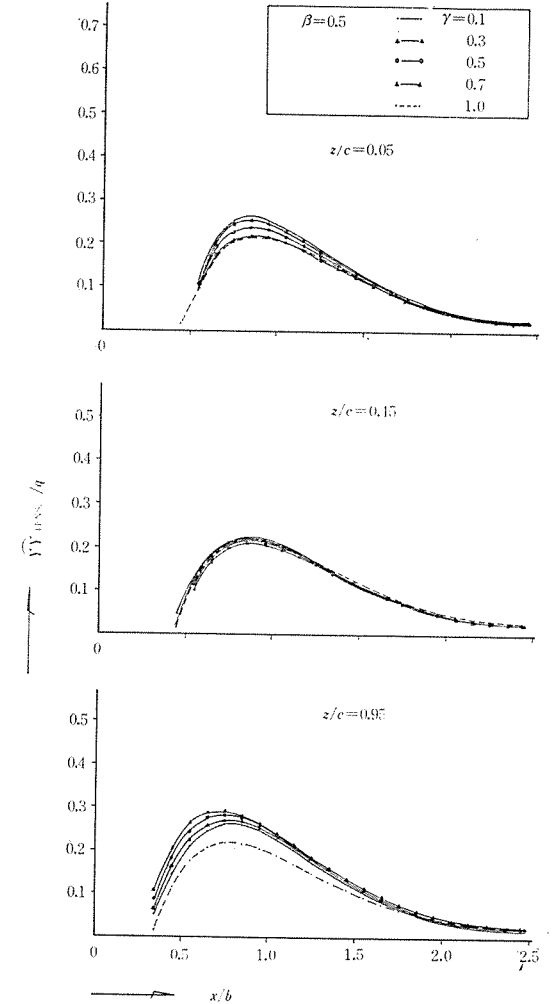
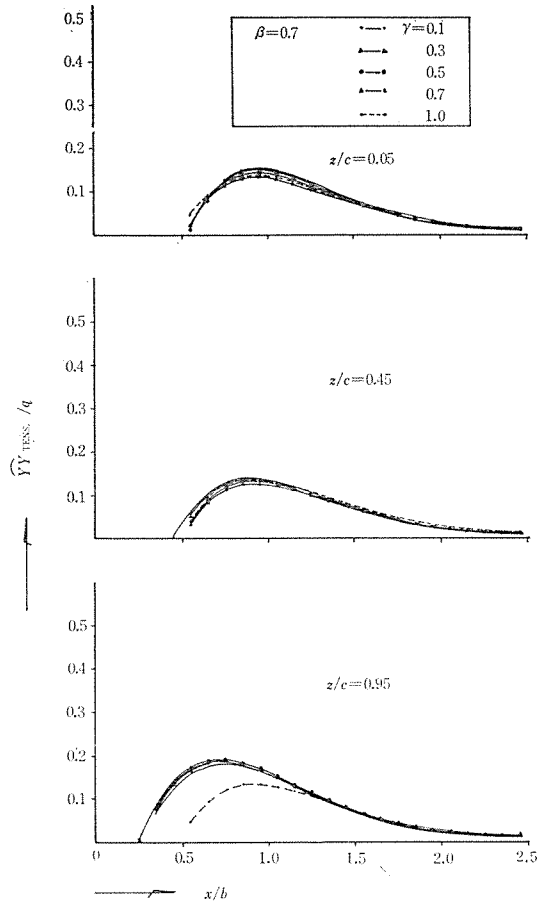
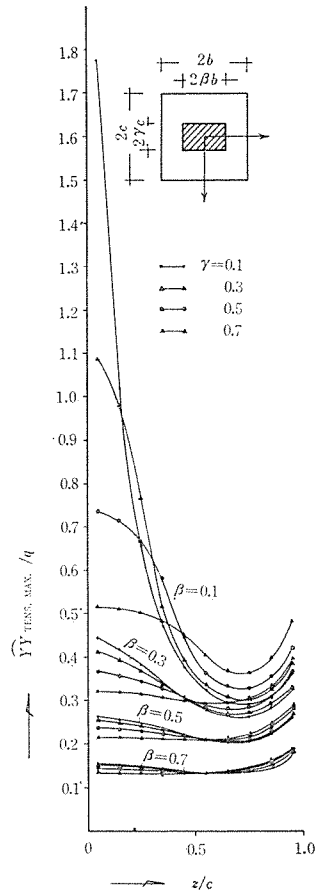


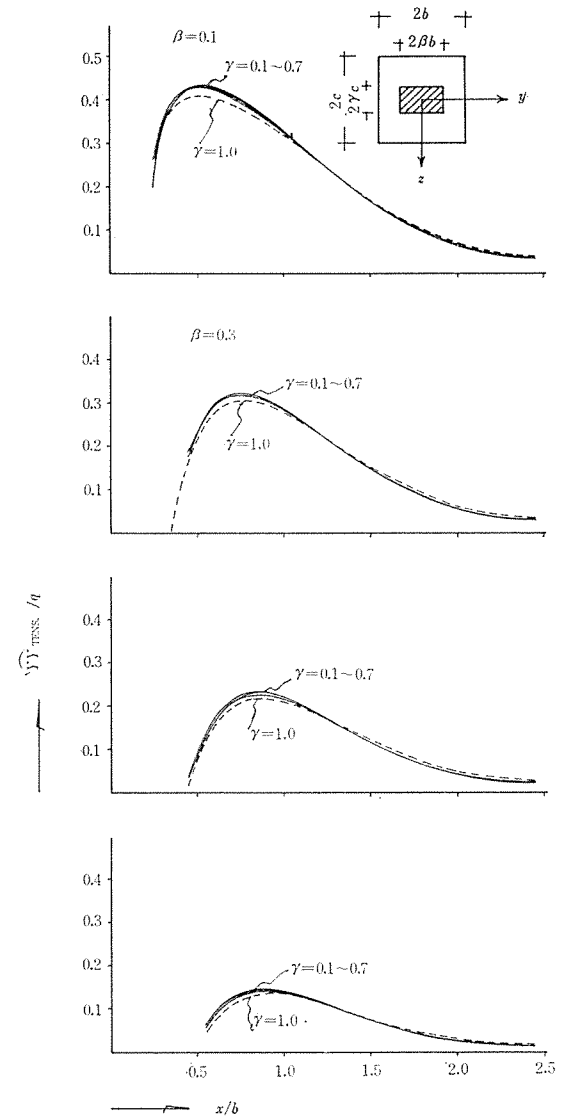
図-26 3次元載荷状態の奥行方向各位置($z/c=0.05, 0.45, 0.95$)における割裂応力 $\widehat{Y}Y_{TENS.}$ の分布 ($\beta=0.5, \gamma=0.1\sim 1.0$)



図一27 3次元載荷状態の奥行方向各位置($z/c=0.05, 0.45, 0.95$)における割裂応力 $\widehat{Y}_{TENS-MAX}$ の分布 ($\beta=0.7, \gamma=0.1\sim 1.0$)



図一28 3次元載荷状態の割裂応力の最大値 $\widehat{Y}_{TENS-MAX}$ の奥行方向の変化



図一29 3次元載荷状態の割裂応力 \widehat{Y}_{TENS} の奥行方向に対する平均値の材軸方向の分布