報　告

プレストレスト コンクリート部材中での PC 鋼材のレラクセーション

猪　股　俊　司*

1. 見掛レラクセーション

一般にＰＣ鋼材のレラクセーションは一定ひずみのもとでのＰＣ鋼材引張応力度の減少として測定される。しかしながら，実際にＰＣ部材中に使用されると，コンクリートの乾燥収縮，クリープによって，ＰＣ鋼材のひずみは時間とともに減少するものである。したがって，ＰＣ部材中のＰＣ鋼材レラクセーションは，ある定められたひずみ変化をうけるときの引張応力度減少として規定されなければならない。このような場合のレラクセーションを見掛レラクセーションと呼び，ひずみ一定状態のもとでのものを純レラクセーションと呼ぶこととする。図―1 で時点 t_0 で引張力 P_0，ひずみ ε_{p0} を作用させたＰＣ緊張材を時点 t_i まで一定ひずみに保持し，時点 t_i でひずみ変化 $\Delta\varepsilon_p(t_i)$ を与えるものとする。引張力の全減少を $N_p(t_i)$，純レラクセーションを $\overline{\Delta P}_{0r}(t_i)$ とすると，両者の差

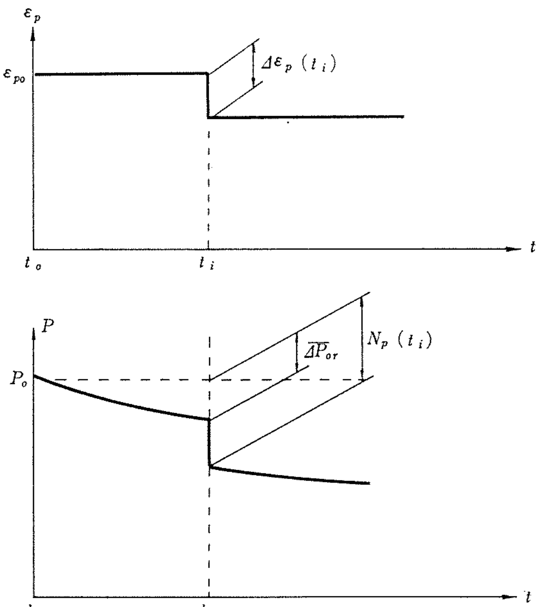
$$N_p(t_i)-\overline{\Delta P}_{0r}(t_i) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

は，ＰＣ緊張材ひずみ変化によって生ずる引張力変化である。よってこのひずみ変化によって生ずる引張力減少量のみを考慮したときの時点 t_i での引張力

$$P_0-\{N_p(t_i)-\overline{\Delta P}_{0r}(t_i)\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

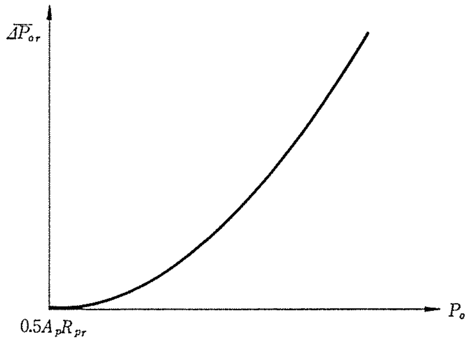
は，その後ひずみ変化のおこらないものとするときのＰＣ緊張材純レラクセーションに対する初引張力と考えることができる。

図―1　時点 t_i でひずみ $\Delta\varepsilon_p(t_i)$ を与えたときのレラクセーション



FIP-CEB 規準によると，純レラクセーションと初引張力との関係は図―2 のようである。初引張力がＰＣ緊張材引張強さの 50 % のとき，純レラクセーションは0であり，初引張力の増加とともに2次パラボラにしたがって増加する。よって，初引張力 P_0 のときのレラクセーションの時間的変化を式 (3) で与えるものとすると，初引張力が式 (2) で与えられるように時点 t_i で変化するとすれば，その後 ($t>t_i$) の純レラクセーションは式 (4) で与えられることとなる (図―3)。

図―2　レラクセーションと初引張力との関係



$$\overline{\Delta P}_{0r\infty}\cdot g(t-t_0) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

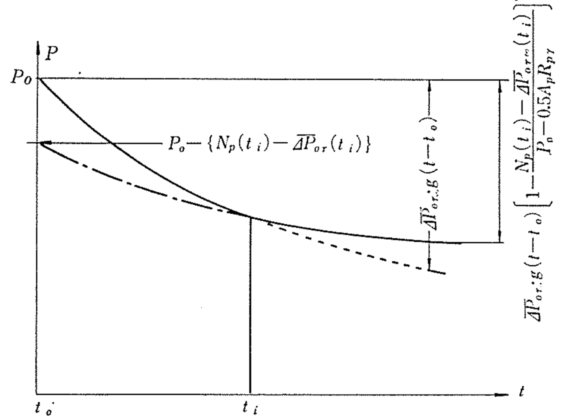
ここに，

$\overline{\Delta P}_{0r\infty}$：時点 t_0 で初引張力 P_0 を作用させたときの純レラクセーション最終値

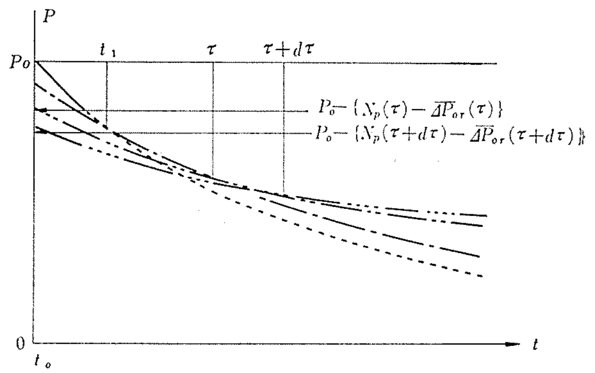
$g(t-t_0)$：ひずみ持続時間 $(t-t_0)$ に関する関数であ

*工博　株式会社日本構造橋梁研究所　副社長

図—3　時点 t_i 以後のレラクセーション



図—4　連続的にひずみ変化のあるときのレラクセーション



って，$f(0)=0$; $f(\infty)=1.0$ である。

$$\overline{\varDelta P}_{0r\infty}\cdot g(t-t_0)\cdot\left[\frac{P_0-\{N_p(t_i)-\overline{\varDelta P}_{0r}(t_i)\}-0.5\,A_p\cdot R_{pr}}{P_0-0.5\,A_pR_{pr}}\right]^2$$

$$=\overline{\varDelta P}_{0r\infty}\cdot g(t-t_0)\left[1-\frac{N_p(t_i)-\overline{\varDelta P}_{0r}(t_i)}{P_0-0.5\,A_pR_{pr}}\right]^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

ここに，A_p：PC緊張材断面積*

* R_{pr}：PC鋼材引張強度

$t>t_i$

時点 τ でのPC緊張材ひずみ変化があると，これによるレラクセーションは，初引張力が式 (2) で与えられた場合に相当するものとなるものである。よって，$d\tau$ 時間（図—4）におこるレラクセーション（ひずみ変動を受ける場合であるから，見掛レラクセーションである）$\varDelta P_r$ の変化は次式で与えられる。

$$\frac{\partial\varDelta P_r}{\partial\tau}d\tau=\overline{\varDelta P}_{0r\infty}\{g(\tau+d\tau-t_0)-g(\tau-t_0)\}\left[1-\frac{N_p(\tau)-\overline{\varDelta P}_{0r}(\tau)}{P_0-0.5\,A_pR_{pr}}\right]^2$$

$$=\overline{\varDelta P}_{0r\infty}\cdot\frac{\partial g}{\partial\tau}\cdot d\tau\cdot\left[1-\frac{N_p(\tau)-\overline{\varDelta P}_{0r}(\tau)}{P_0-0.5\,A_pR_{pr}}\right]^2$$

よって，時点 t_n における見掛レラクセーション $\varDelta P_r(t_n)$ は，

$$\varDelta P_r(t_n)=\int_{t_0}^{t_n}\overline{\varDelta P}_{0r\infty}\cdot\frac{\partial g}{\partial\tau}\left[1-\frac{N_p(\tau)-\overline{\varDelta P}_{0r}(\tau)}{P_0-0.5\,A_pR_{pr}}\right]^2 d\tau \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

式 (5) の積分において，[ ] 内の数値を各積分区間の両端の値の平均を用い一定と仮定する。

$$\varDelta P_r(t_n)=\sum_{i=1}^{n}\left[1-\frac{1}{2}\frac{\{N_p(t_{i-1})+N_p(t_i)\}-\{\overline{\varDelta P}_{0r}(t_{i-1})+\overline{\varDelta P}_{0r}(t_i)\}}{P_0-0.5\,A_p\cdot R_{pr}}\right]^2\overline{\varDelta P}_{0r\infty}\cdot\int_{t_{i-1}}^{t_i}dg$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\overline{\varDelta P}_{0r\infty}\cdot\{g(t_i-t_0)-g(t_{i-1}-t_0)\}\times\left[1-\frac{1}{2}\frac{\{N_p(t_{i-1})+N_p(t_i)\}-\{\overline{\varDelta P}_{0r}(t_{i-1})+\overline{\varDelta P}_{0r}(t_i)\}}{P_0-0.5\,A_pR_{pr}}\right] \cdots\cdots(6)$$

しかるに，

$$\overline{\varDelta P}_{0r\infty}\{g(t_i-t_0)-g(t_{i-1}-t_0)\}=\overline{\varDelta P}_{0r}(t_i)-\overline{\varDelta P}_{0r}(t_{i-1}) \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

が与えられるから，式 (6) は次のように書ける。

$$\varDelta P_r(t_n)=\sum_{i=1}^{n}\{\overline{\varDelta P}_{0r}(t_i)-\overline{\varDelta P}_{0r}(t_{i-1})\}\times\left[1-\frac{1}{2}\frac{\{N_p(t_{i-1})+N_p(t_i)\}-\{\overline{\varDelta P}_{0r}(t_{i-1})+\overline{\varDelta P}_{0r}(t_i)\}}{P_0-0.5\,A_pR_{pr}}\right]\cdots\cdots(8)$$

ここに，$\overline{\varDelta P}_{0r}(t_i)$，$\overline{\varDelta P}_{0r}(t_{i-1})$ は，それぞれ時点 t_i，t_{i-1}，における純レラクセーション

$\varDelta P_r(t_n)$，変動するひずみ変化を受けたときの時点 t_n における見掛レラクセーション

各時点での純レラクセーションは試験によって定められている。したがって，各時点でのPC緊張材全引張力減少（コンクリートの乾燥収縮，クリープによるものを含む）が既知であれば，式 (8) によって任意時点での見掛レラクセーションを定めることが可能である。

t_0 において $\overline{\varDelta P}_{0r}(t_0)$ および $N(t_0)$ はいずれも 0 であるから，t_1 時点において

$$\varDelta P_r(t_1)=\overline{\varDelta P}_{0r}(t_1)\left[1-\frac{1}{2}\frac{N_p(t_1)-\varDelta\overline{P_{0r}}(t_1)}{P_0-0.5\,A_p\cdot R_{pr}}\right]^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(9\text{a})$$

となる。さらに t_2 時点では

$$\varDelta P_r(t_2)=\varDelta P_r(t_1)+\{\overline{\varDelta P}_{0r}(t_2)-\overline{\varDelta P}_{0r}(t_1)\}\times\left[1-\frac{1}{2}\cdot\frac{\{N_p(t_1)+N_p(t_2)\}-\{\overline{\varDelta P}_{0r}(t_2)+\overline{\varDelta P}_{0r}(t_1)\}}{P_0-0.5A_p\cdot R_{pr}}\right]^2 \quad (9\,\mathrm{b})$$

以下まったく同様に順次計算を進めることができる。すなわち，考える時点の前の時点の値がわかれば計算は進められる。

2. PC 部材中の PC 緊張材引張力の全減少量

PC鋼材の見掛レラクセーションを求めるには，全引張力減少量を各時点において求める必要のあることは，式 (9) からあきらかである。

以下数値計算によりクリープひずみ累加式を用いて各時点でのPC緊張材引張力減少を求めるものとする。

コンクリートのクリープひずみは弾性ひずみに次のクリープ関数を乗じて求められる。

$$\varphi(t,T)=k(T)\varphi_N f(t-T)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

ここに，$\varphi(t,T)$：コンクリート材令 T に載荷されたとき，時点 t におけるクリープ関数，

φ_N：基準クリープ係数（環境の湿度，コンクリート配合，部材断面仮想厚さ，に関係する。FIP-CEB 規準参照）

$f(t-T)$：載荷後の経過日数の関数であって，$f(0)=0$；$f(\infty)=1.0$ である。

クリープひずみの累加式によると，材令 T_0 で弾性ひずみが ε_{c0}，材令 T_i で弾性ひずみが ε_{ci} であるとき，時点 t_n におけるクリープひずみは次式で与えられる。

$$\varepsilon_{c0}\cdot k_0\cdot\varphi_N\cdot f(t_n-T_0)+\sum_{i=1}\varepsilon_{ci}\cdot k_i\cdot\varphi_N\cdot f(t_n-T_i)\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

ここに，$k_0=k(T_0)$

$k_i=k(T_i)$

PC部材断面でPC緊張材が一段に集中配置されているものと考えられる場合，PC緊張材全断面積を A_p，コンクリート断面積を A_c，コンクリート断面図心に関するコンクリート断面の断面2次モーメントを I_c，PC緊張材断面図心とコンクリート断面図心との距離を e_p とする。

コンクリートのクリープ，乾燥収縮，PC鋼材レラクセーションによるPC緊張材引張力の全減少量を N_p とする。

コンクリート材令 T_0 のときプレストレスを与えるものとし，PC緊張材断面図心位置コンクリート応力度を，σ_{c0} で表わすのとする。

σ_{c0} による任意時点でのクリープひずみは，

$$\frac{\sigma_{c0}}{E_{c0}}\cdot k_0\cdot\varphi_N\cdot f(t-T_0)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

で与えられる。任意時点 τ におけるPC緊張材引張力の減少量の変化量を，

$$\frac{\partial N_p(\tau)}{\partial\tau}\cdot d\tau$$

で表わすと，これによるPC緊張材図心位置コンクリートひずみは，弾性ひずみとクリープひずみとの和として，次式で与えられる。

$$-\frac{1}{E_c(\tau)}\cdot\left[\frac{1}{A_c}+\frac{e_p{}^2}{I_c}\right]\cdot\frac{\partial N_p(\tau)}{\partial\tau}\cdot[1+k(\tau)\cdot\varphi_N\cdot f(t-\tau)]d\tau$$
$$=-\frac{1}{A_cE_c(\tau)}\left(1+\frac{e_p{}^2}{r_c{}^2}\right)\cdot\frac{\partial N_p(\tau)}{\partial\tau}\cdot[1+k(\tau)\varphi_N\cdot f(t-\tau)]d\tau\cdots\cdots\cdots(13)$$

ここに，$E_c(\tau)$：材令 τ におけるコンクリート弾性係数。コンクリートの乾燥収縮ひずみの最終値を $\varepsilon_{s\infty}$，その進行度をクリープ進行度と同一とすると，プレストレスを与えたのちに生ずるコンクリートひずみは，時点 t_n において次のようになる。

$$\varepsilon_c(t_n)=\frac{\sigma_{c0}}{E_{c0}}\cdot k_0\cdot\varphi_N\cdot f(t_n-T_0)+\varepsilon_{s\infty}\cdot f(t_n-T_0)+-\frac{1}{A_cE_{c0}}\left(1+\frac{e_p{}^2}{r_c{}^2}\right)\int_{T_0}^{t_n}\frac{\partial N_p(\tau)}{\partial\tau}\cdot\frac{E_{c0}}{E_c(\tau)}\cdot[1+k(\tau)\varphi_N\cdot f(t-\tau)]d\tau\cdots\cdots(14)$$

PC緊張材のひずみ変化は，全引張力減少量と見掛レラクセーションとの差に相当するものである。すなわち，

$$\varepsilon_p(t_n)=\frac{N_p(t_n)-\varDelta P_r(t_n)}{A_p\cdot E_p}\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

である。

PC緊張材断面図心位置のコンクリートひずみと，PC緊張材ひずみとの適合条件式は式 (14)，(15) の両式を用いて次式で与えられる。

$$N_p(t_n)-\varDelta P_r(t_n)=A_p\cdot\left[\frac{E_p}{E_{c0}}\cdot\sigma_{c0}\cdot k_0\cdot\varphi_N+E_p\cdot\varepsilon_{s\infty}\right]\cdot f(t_n-T_0)+-\frac{A_p}{A_c}\cdot\frac{E_p}{E_{c0}}\left(1+\frac{e_p{}^2}{r_c{}^2}\right)\int_{T_0}^{t_n}\frac{\partial N_p(\tau)}{\partial\tau}\cdot\frac{E_{c0}}{E_c(\tau)}[1+k(\tau)\cdot\varphi_N\cdot f(t_n-\tau)]d\tau\cdots\cdots(16)$$

$$\left.\begin{aligned}n&=\frac{E_p}{E_{c0}}\\ \omega_p&=\frac{A_p}{A_c}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

とおき，かつコンクリートヤング係数の時間的変化を無視すると $(E_{c0}=E_c(\tau))$，式 (16) は次のように書ける。

$$N_p(t)=\varDelta P_r(t_n)+A_p(n\,\sigma_{c0}\cdot k_0\cdot\varphi_N+E_p\cdot\varepsilon_{s\infty})$$
$$f(t_n-T_0)+-n\,\omega_p\left(1+\frac{e_p{}^2}{r_c{}^2}\right)\int_{T_0}^{t_n}\frac{\partial N_p}{\partial\tau}$$

$$[1+k(\tau)\cdot\varphi_N\cdot f(t_n-\tau)]d\tau \cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

式 (18) において $\varDelta P_r(t_n)$ は N_p の関数であるから，この積分方程式の一般解を求めることは非常に困難である。よって式 (18) の積分記号中の［ ］内の値を，各積分区間 ($t_{i-1}\sim t_i$) の中間値によって代用し，これを一定値とすると，近似的に次のようになる。

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i}\frac{\partial N_p}{\partial\tau}[1+k(\tau)\cdot\varphi_N\cdot f(t_n-\tau)]d\tau$$
$$\fallingdotseq\left[1+k\left(\frac{t_{i-1}+t_i}{2}\right)\cdot\varphi_N\cdot f\left(t_n-\frac{t_{i-1}+t_i}{2}\right)\right]$$
$$\cdot\int_{t_{i-1}}^{t_i}\frac{\partial N_p}{\partial\tau}\cdot d\tau=\left[1+k\left(\frac{t_{i-1}+t_i}{2}\right)\right.$$
$$\left.\cdot\varphi_N\cdot f\left(-t_n\frac{t_{i-1}+t_i}{2}\right)\right]\{N_p(t_i)-N_p(t_{i-1})\}$$

よって，式 (18) は次のように書ける。

$$N_p(t_n)=\varDelta P_r(t_n)+A_p(n\,\sigma_{c0}\cdot k_0\cdot\varphi_N+E_p\cdot\varepsilon_{s\infty})$$
$$\cdot f(t_n-T_0)+-n\,\omega_p\left(1+\frac{e_p^2}{r_c^2}\right)\cdot\sum_{i=1}^{n}\cdot a_{i,n}$$
$$\cdot\{N_p(t_i)-N_p(t_{i-1})\}\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

ここに，$a_{i,n}=1+k\left(\dfrac{t_{i-1}+t_i}{2}\right)\cdot\varphi_N\cdot f\left(t_n-\dfrac{t_{i-1}+t_i}{2}\right)$

$t_0=T_0$

式 (19) において $N_p(t_0)=N_p(T_0)=0$ であるから，

$$N_p(t_n)=\varDelta P_r(t_n)+A_p(n\,\sigma_{c0}\cdot k_0\cdot\varphi_N+E_p\cdot\varepsilon_{s\infty})$$
$$\cdot f(t_n-T_0)+-n\,\omega_p\left(1+\frac{e_p^2}{r_c^2}\right)[(a_{1,n}-a_{2,n})$$
$$\cdot N_p(t_1)+(a_{2,n}-a_{3,n})\cdot N_p(t_2)+\cdots\cdots$$
$$+(a_{n-1,n}-a_{n,n})\cdot N_p(t_{n-1})+a_{n,n}\cdot N_p(t_n)]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

と書ける。

よって，式 (20) から $N_p(t_n)$ は次のように与えられる。

$$\left\{1+n\,\omega_p\left(1+\frac{e_p^2}{r_c^2}\right)\cdot a_{n,n}\right\}\cdot N_p(t_n)=\varDelta P_r(t_n)$$
$$+A_p(n\,\sigma_{c0}\cdot k_0\cdot\varphi_N+E_p\cdot\varepsilon_{s\infty})\cdot f(t_n-T_0)+$$
$$-n\,\omega_p\left(1+\frac{e_p^2}{r_c^2}\right)\cdot\sum_{i=1}^{n-1}(a_{i,n}-a_{i+1,n})\cdot N_p(t_i)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

式 (21) は，時点 t_n における $N_p(t_n)$ の値は，t_n 以前の時点における N_p が既知の場合，これを求めるための式である。

すなわち，数値計算にあたって時点 $t_1, t_2, \cdots\cdots, t_n$ を選び（初めの時点ではなるべく経過時間 $t_i-T_0=t_i-t_0$ が小さくなるようにするのがよい），順次次式を用いて計算をする。

$$N_p(t_1)=\frac{1}{1+n\,\omega_p(1+e_p^2/r_c^2)a_{1,1}}[\varDelta P_r(t_1)$$
$$+A_p(n\,\sigma_{c0}k_0\varphi_N+E_p\varepsilon_{s\infty})f(t_1-T_0)]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots(22.\mathrm{a})$$

$$N_p(t_2)=\frac{1}{1+n\,\omega_p(1+e_p^2/r_c^2)a_{2,2}}[\varDelta P_r(t_2)$$
$$+A_p(n\,\sigma_{c0}k_0\varphi_N+E_p\varepsilon_{s\infty})f(t_2-T_0)+$$
$$-n\,\omega_p(1+e_p^2/r_c^2)(a_{1,2}-a_{2,2})\cdot N_p(t_1)]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots(22.\mathrm{b})$$

$$N_p(t_3)=\frac{1}{1+n\,\omega_p(1+e_p^2/r_c^2)a_{3,3}}[\varDelta P_r(t_3)$$
$$+A_p(n\,\sigma_{c0}k_0\varphi_N+E_p\varepsilon_{s\infty})f(t_3-T_0)+$$
$$-n\,\omega_p(1+e_p^2/r_c^2)\{(a_{1,3}-a_{2,3})\cdot N_p(t_1)$$
$$+(a_{2,3}-a_{3,3})N_p(t_2)\}]\cdots\cdots\cdots\cdots(22.\mathrm{c})$$

同様にして順次 $N_p(t_i)$ を計算する。以上の計算にあたって，見掛レラクセーション $\varDelta P_r(t_i)$ は $N_p(t_i)$ の関数であって，当初は未知である。よって近似的に次のような繰返し計算を実施するものとする。

式 (22.a) で $N_p(t_1)$ を求めるにあたって，見掛レラクセーション $\varDelta P_r(t_1)$ の代わりに，真のレラクセーション$N_p(t_1)$ を用いる。すなわち，$N_p(t_1)$ の第1近似値を次のようにする。

$$N_p(t_1)=\frac{1}{1+n\,\omega_p(1+e_p^2/r_c^2)a_{1.1}}[\overline{\varDelta P}_{0r}(t_1)$$
$$+A_p(n\,\sigma_{c0}k_0\varphi_N+\varepsilon_{s\infty})f(t_1-T_0)]\cdots(23.\mathrm{a})$$

この $N_p(t_1)$ の第1近似値を式 (9.a) に代入して見掛レラクセーションの第1近似値を求める。この第1近似値の $\varDelta P_r(t_1)$ を用い，式 (22.a) により $N_p(t_1)$ の第2近似値を定め，これを式 (9.a) に代入して $\varDelta P_r(t_1)$ の第2近似値を求める。以下同様にして近似値の精度を上げる。

$N_p(t_2)$ を計算するには式 (22.b) の $\varDelta P_r(t_2)$ の代わりに真のレラクセーション $\varDelta P_{0r}(t_2)$ を用い，$N_p(t_2)$ の第1近似値を，

$$N_p(t_2)=\frac{1}{1+n\,\omega_p(1+e_p^2/r_c^2)a_{2,2}}[\overline{\varDelta P}_{0r}(t_2)$$
$$+A_p(n\,\sigma_{c0}k_0\varphi_N+E_p\varepsilon_{s\infty})f(t_2-T_0)+$$
$$-n\,\omega_p(1+e_p^2/r_c^2)(a_{1,2}-a_{2,2})N_p(t_1)]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots(23.\mathrm{b})$$

によって求める。この第1近似 $N_p(t_2)$ を式 (9.b) に代入して $\varDelta P_r(t_2)$ の第1近似値を定め，これを式 (22.b) に代入して $N_p(t_2)$ の第2近似値を求める。この第2近似値の $N_p(t_2)$ を式 (9.b) に代入 $\varDelta Pr(t_2)$ の第2近似値を定める。以下同様な計算を繰返す。

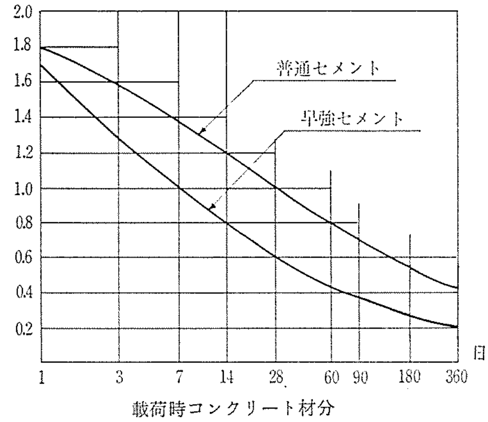
以上の計算によって任意時点での見掛レラクセーションを計算することが可能である。

3．数値計算結論

以上の数値計算を実施するにあたって，$k(T)$，$f(t)$，$g(t)$ 等の関数を数式で表わす必要がある。

$k(T)$，$f(t)$ は FIP-CEB 規準に示してある図となる

図―5　$k(T)$　曲　線



べく一致するようにするため，次の関数を用いる。

載荷時材令の影響を与える k（図―5）。

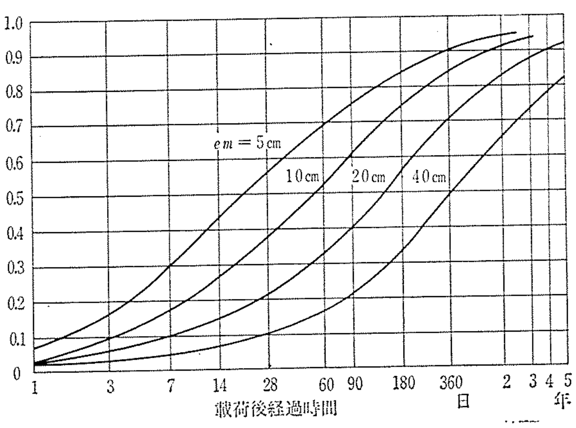
$$\left.\begin{array}{l}\text{普通ポルトランドセメント}\\ \quad k(T)=\dfrac{9.69}{4.4+\sqrt{T}}\\ \text{早強ポルトランドセメント}\\ \quad k(T)=\dfrac{4.05}{1.4+\sqrt{T}}\end{array}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

早強ポルトランド セメントに関しては，国産品と FIP-CEB 規準で示すものとの圧縮強度発揮の相違を考えて補正してある。

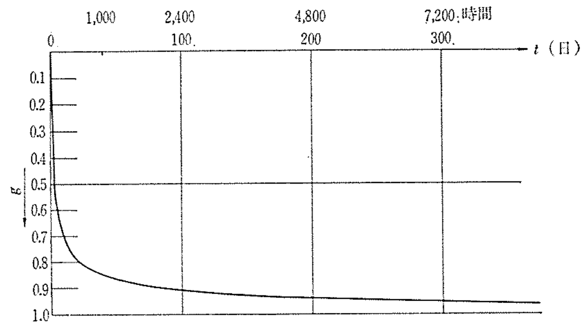
クリープの進行度は断面の仮想厚さによって異なり，m を月数（30 日を1か月とする）で表わすと次のようになる（図―6）。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{仮想厚を}\quad e_m=5\text{ cm} & f(m)=\dfrac{(2.21+m)m}{1+(3.6+m)m}\\ \qquad\qquad e_m=10\text{ cm} & f(m)=\dfrac{(1.14+m)m}{1+(3.36+m)m}\\ \qquad\qquad e_m=20\text{ cm} & f(m)=\dfrac{(0.84+m)m}{1+(6.04+m)m}\\ \qquad\qquad e_m=40\text{ cm} & f(m)=\dfrac{(0.75+m)m}{1+(1.39+m)m}\end{array}\right\}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

図―6　$f(t)$　曲　線



図―7　曲　線　g



P C鋼材真のレラクセーション進行度は FIP-CEB 規準によると，

$$\log\frac{\overline{P}_{0r}(t)}{P_0}=k_1+k_2\log t\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

である。ここでは次の関数を用いるものとする（図―7）。

$$g(t)=\sqrt[3]{\frac{(2.21+m)m}{1+(3.6+m)m}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

ここに，m=月数，30 日とする。

この関数の形については国産P C鋼材についての長期レラクセーション試験結果をまとめて定める必要があるが，以下数値計算の便を考え，式（27）を用いることとしたが，立方根より平方根の方が実際に近いかも知れない。

計　算　例

直径 10 cm の円柱供試体中心にP C 鋼より線 10.8 mmϕ を配置し，コンクリート材令 $T_0=7$ 日でプレストレスを与えるものとする。

P C鋼より線の初引張応力度 $\sigma_{p0}=130\text{ kg/mm}^2$，引張強度は $175\text{ kg/mm}^2=R_{pr}$ とする。

FIP-CEB 規準によると，最終レラクセーション（百分率）は次のようになる。$0.80\,R_{pr}$ 初引張応力度に対して 16 % とする。

$$\sigma_{p0}/R_{pr}=130/175=0.7429$$

よって，$\sigma_{p0}=130\text{ kg/mm}^2$ に対するレラクセーション百分率は次式で与えられる。

$$16\%\times\left(\frac{\sigma_{p0}-0.5\,R_{pr}}{0.8\,R_{pr}-0.5\,R_{pr}}\right)^2=16\%$$
$$\times\left(\frac{0.242\,9}{0.30}\right)^2=10.5\%$$

すなわち，$\overline{\Delta P}_{0r\infty}$ は次のように与えられる。

$$\overline{\Delta P}_{0r\infty}=0.105\times13\,000\times0.703=960\text{ kg}$$

コンクリート部材は湿度 70% の場所に置かれ，セメントは普通ポルトランド，セメントで，単位セメント量 $c=500\text{ kg/cm}^2$，$w/c=0.4$ のコンクリート配合とする。

仮想厚さは，

$$e_m=\frac{\pi/4\,D^2}{\pi/2\,D}=\frac{1}{2}\times 10=5\ \text{cm}$$

であるが，φ_N，$\varepsilon_{s\infty}$ の値は FIP-CEB 規準の表から次のように与えられる。

$$\varphi_N=2.3\times 1.0\times 1.20=2.76$$

$$\varepsilon_{s\infty}=27.5\times 10^{-5}\times 1.0\times 1.20=33\times 10^{-5}$$

材令 7 日（$m=7/30=0.233\,3$ 月）までの乾燥収縮を差引いて，計算に用いられる $\varepsilon_{s\infty}$ は，次のようになる。

$$\varepsilon_{s\infty}=33\times 10^{-5}\left[1-\frac{(2.21+0.233\,3)\times 0.233\,3}{1+(3.6+0.233\,3)\times 0.233\,3}\right]$$

$$=23.0\times 10^{-5}$$

プレストレスを与えた直後のコンクリート圧縮応力度

$$\sigma_{c0}=\frac{0.703\times 13\,000}{\pi\times 5^2}=116.4\ \text{kg/cm}^2$$

$$n\,\omega_p=6\times 0.703/\pi\times 5^2=0.053\,705$$

以下，普通セメントに対する $k(T)$，$e_m=5$ cm に対する $f(t)$ の式 (24)，(25) の両式を用いて $a_{i,n}$ を求める。計算時点を 表—1 のように選定する。

表—1 の数値を用いて $a_{i,n}$ を求めると 表—2 のようになる。

たとえば，$a_{3,6}$ は次のようにして求められる。

$t_n-(t_{i-1}+t_i)/2=t_6-(t_2+t_3)/2=97-(10+14)/2=85$ 日$=2.833\,3$ 月であるから，

$$k=1.23$$

$$a_{3,6}=1+1.23\times 2.76$$

$$\times\frac{(2.21+2.833\,3)\times 2.833\,3}{1+(3.6+2.833\,3)\times 2.833\,3}=3.522\,8$$

$$k_0=9.69/(4.4+\sqrt{T_0})=9.69/(4.4+\sqrt{7})=1.37$$

であるから，

$$(n\sigma_{c0}k_0\varphi_N+E_p\varepsilon_{s\infty})A_p$$

$$=(6\times 116.4\times 1.37\times 2.76+20\times 10^5\times 23\times 10^{-5})\times 0.703=2\,180\ \text{kg}$$

よって式 (21) から $N_p(t_n)$ の第 1 近似値を求め，式 (8) により $\varDelta P_r(t_n)$ の第 1 近似値を定め，これを式 (21) に代入 $N_p(t_n)$ の第 2 近似値を，さらに式 (8) で $\varDelta P_r(t_n)$ の第 2 近似値を順次計算する。

たとえば，

<u>t_1 における値</u>

式 (21) で $\varDelta P_r(t_1)=\overline{\varDelta P}_{0r}(t_1)$ とおいて $N_p(t_1)$ の第 1 近似値を求める。

$$N_p(t_1)=\frac{1}{1+0.053\,705\times 1.131\,6}[389+2\,180\times 0.066\,6]=504\ \text{kg}$$

これを式 (8) に代入 $\varDelta P_r(t_1)$ の第 1 近似値を求める。

$$\varDelta P_r(t_1)=389\times\left(1-\frac{1}{2}\times\frac{504-389}{2\,988}\right)^2=374\ \text{kg}$$

$N_p(t_1)$，$\varDelta P_r(t_1)$ の第 2 近似値

$$N_p(t_1)=\frac{1}{1.060\,8}(374+2\,180\times 0.066\,6)=489\ \text{kg}$$

$$\varDelta P_r(t_1)=389\times\left(1-\frac{1}{2}\times\frac{489-389}{2\,988}\right)^2=376\ \text{kg}$$

よって第 2 近似値までの計算で十分である。

<u>t_2 における値</u>

式 (21) で $\varDelta P_r(t_2)=\overline{\varDelta P}_{0r}(t_2)$ とおいて $N_p(t_2)$ の第 1 近似値を求め，式 (8) で $\varDelta P_r(t_2)$ の第 1 近似値を求める。

$$N_p(t_2)=\frac{1}{1+0.053\,705\times 1.240\,9}$$

$$\times[530+2\,180\times 0.168\,6-0.053\,705\times(1.548\,7-1.240\,9)\times 489]=834$$

$$\varDelta P_r(t_2)=376+(530-389)\left[1-\frac{1}{2}\times\frac{489+834-530-389}{2\,988}\right]^2=499$$

よって第 2 近似値は，

$$N_p(t_2)=\frac{1}{1.066\,6}(499+360)=805\ \text{kg}$$

$$\varDelta P_r(t_2)=376+141\times 0.937\,2^2=500\ \text{kg}$$

以下まったく同様にして計算を進める。

計算結果は 表—3 に示す（図—8，9）。

表—3 によると見掛レラクセーションの最終値は 740 kg であって，これは純レラクセーション $\varDelta P_{0r\infty}=960$

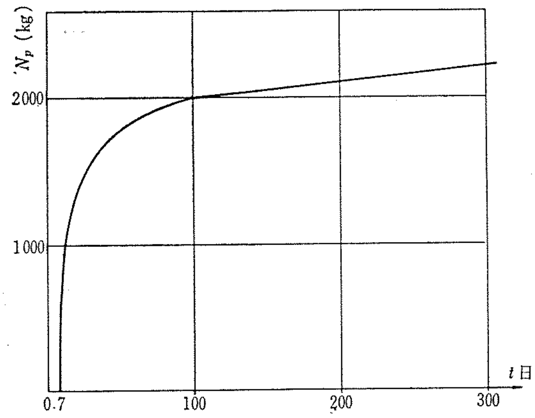
表—1　k, f, g, $\overline{\varDelta P}_{0r}$ の計算値

i	t_i (日)	t_i-t_0	$(t_{i-1}+t_i)/2$	k	$f(t_i-t_0)$	$g(t_i-t_0)$	$\overline{\varDelta P}_{0r}(t_i)$ (kg)
0	7	0			0	0	0
1	8	1	7.5	1.36	0.066 6	0.405 4	389
2	10	3	9	1.31	0.168 6	0.552 4	530
3	14	7	12	1.23	0.300 9	0.669 5	642
4	21	14	17.5	1.13	0.431 1	0.755 4	725
5	42	35	31.5	0.97	0.600 4	0.843 6	810
6	97	90	69.5	0.76	0.751 4	0.909 1	873
7	307	300	202	0.52	0.891 2	0.962 3	924
8	∞	∞	∞	0.00	1.000 0	1.000 0	960

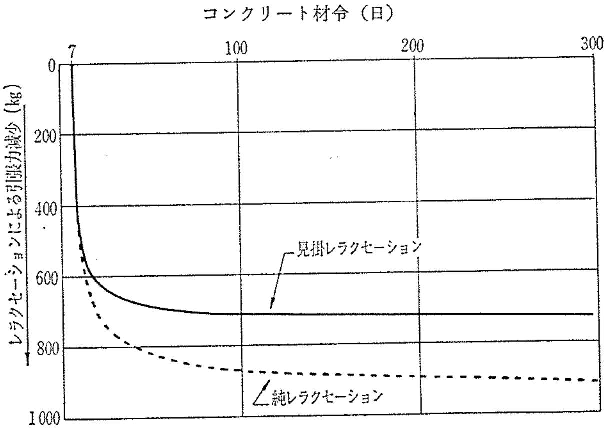
表—2　$a_{i,n}=1+k\left(\frac{t_{i-1}+t_i}{2}\right)\varphi_N f\left(\frac{t_n-t_{i-1}+t_i}{2}\right)$

i \ n	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1.131 6							
2	1.548 7	1.240 9						
3	2.080 5	1.880 0	1.414 3					
4	2.592 0	2.451 8	2.178 0	1.590 5				
5	3.244 6	3.133 6	2.945 9	2.673 5	2.006 8			
6	3.817 9	3.705 1	3.522 8	3.287 2	2.884 5	2.169 6		
7	4.345 2	4.220 5	4.020 7	3.770 1	3.366 0	2.824 4	2.109 6	
8	4.754 0	4.615 6	4.394 8	4.119 0	3.677 2	3.097 6	2.435 2	1.432 5

図—8　PC 緊張材全引張力減少の進行度



図—9　純レラクセーションと見掛レラクセーション



表—3　$N_p(t_n)$, $\Delta P_r(t_n)$ (kg)

t_i	$N_p(t_i)$	$\Delta P_r(t_i)$
7	0	0
8	489	376
10	805	500
14	1 129	585
21	1 406	639
42	1 727	685
97	1 994	712
307	2 234	730
∞	2 428	740

表—4　コンクリートクリープ乾燥収縮のみによるPC鋼材引張力の減少

t_i (日)	減少量 (kg)
7	0
8	137
10	343
14	600
21	843
42	1 143
97	1 401
307	1 639
∞	1 836

kg の 78.7% に相当する。

PC鋼材のレラクセーションを無視し，コンクリートのクリープおよび乾燥収縮のみによるPC鋼材引張力の減少量を求めるには，式 (21) において $\Delta P_r(t_n)=0$ とすればよい。本例の場合について計算結果は 表—4 のようになる。

コンクリートクリープおよび乾燥収縮による引張力の減少量を一般の設計に用いられる計算式によって求めると，次のようになる。

$$A_p\cdot\frac{n\,\sigma_{c0}\varphi+E_p\varepsilon_s}{1+n\dfrac{\sigma_{c0}}{\sigma_{p0}}\left(1+\dfrac{\varphi}{2}\right)}=0.703$$

$$\times\frac{6\times116.4\times1.37\times2.76+20\times10^5\times23\times10^{-5}}{1+6\times\dfrac{116.4}{13\,000}\left(1+\dfrac{1.37\times2.76}{2}\right)}=1887\ \mathrm{kg}$$

この結果は 表—4 に示す $t=\infty$ における値とほとんど一致している。

もし乾燥収縮，クリープとPC鋼材レラクセーションとの相関を無視するものとすれば，表—3，4 の値からPC鋼材レラクセーションによるPC緊張材引張力の減少量は，

$$2\,428-1\,836=592\ \mathrm{kg}$$

となる。これは純レラクセーション値の 62% に相当するものである。

PC鋼材はPC部材中においては，レラクセーションとクリープ，乾燥収縮も相互に関係し合うため，純レラクセーションに比較して，PC緊張材引張力減少に対する影響は著しく小さいものとなる。

3. 結　論

本論文での検討範囲内において次のことが明らかである。

1)　PC鋼材レラクセーションとコンクリートのクリープ，乾燥収縮とは相互に関係し合うため，PC部材中でのPC鋼材レラクセーションによるPC緊張材引張力減少量は，ひずみ一定のもとで求められる純レラクセーションを用いて求められるものに比較して著しく小さいものとなる。

2)　この見掛レラクセーションを計算するには，式 (8) および式 (21) を用いなければならない。

3)　見掛レラクセーションは，PC鋼材純レラクセーションの進行度と，コンクリート クリープ進行度との相対的進行度に関係するのみならず，クリープ値，乾燥収縮度の絶対値とにも関係がある。したがって，コンクリートのクリープ，乾燥収縮の値のみに関連させて，PC鋼材レラクセーションのPC緊張材引張力減少量に対する影響値を与えることはできない。すなわち，部材寸法（これはクリープ，乾燥収縮進行度に関係する）に大きい関係があることに注意する必要がある。

1972.4.10・受付