

PC 合成連続桁のクリープおよび収縮応力解析

彦 坂 熙*

1. 緒 言

PC 合成桁橋は、架橋地点付近のヤードでプレテンション方式またはポストテンション方式にて PC 桁を作製し、これを橋脚上に据え付けたのち床版コンクリートを打設して桁全断面を合成するもので、桁架設のための足場がいらない利点があるほか、プレキャスト部材は均一高品質のものが生産できるので、高速道路の高架橋などで標準規格として定まった設計のものを用いる場合は経済上からも有利になるといわれている¹⁾。さらにプレキャスト PC 桁を多スパンにわたり単純桁として架設したのち中間支点上で連結して連続構造とすれば、自動車の走行性や構造物の耐震性、経済性において多くの利点が期待できる反面、正負の曲げモーメントが交互に作用する中間支点上の連続性の確保に問題があり、またプレキャスト部と場所打部のコンクリートのクリープ差、乾燥収縮差により支点到 2 次的不静定モーメントが発生することも設計上の一つの問題点となる。このような PC 合成連続桁の力学的挙動に関しては、すでに実験を主とするいくつかの研究結果が報告されてきているが^{2), 3), 4), 5)}、本論ではとくにクリープおよび収縮応力についてその解析法を述べ、計算例によりこれらの応力の特性を吟味検討する。

PC 合成連続桁のクリープおよび収縮応力については、場所打部とプレキャスト部の新旧コンクリートのクリープ係数を同一と仮定した Mattock の近似解²⁾があるが、新旧コンクリートの間では材令差により当然クリープ係数にもかなりの差があると考えられる。わが国の PC 道路橋示方書解説⁶⁾には単純桁について Mattock の理論を一部修正した計算式が示されているが、連続合成桁の取扱いは示されていない。大浜および小林⁵⁾は、連続桁についてコンクリートのヤング係数の時間的変化と新旧コンクリート間のクリープ特性の相違を考えた計算式を提示しているが、文献 2) と同じく等断面連続桁を対象としたものである。実際の橋梁に用いられる PC

合成連続桁は、桁端部の拡幅により変断面桁になっており、さらに、中間支点付近の床版を一次床版として打設したのち床版プレストレスを導入し、次いで残りの床版を 2 次床版として打設するような施工法をとる場合⁷⁾、2 次床版自重は主桁と 1 次床版よりなる変断面連続桁に作用することになるから、変断面の PC 合成連続桁を対象としたクリープおよび収縮応力の合理的かつ実用的な計算式が必要となる。なお、PC 合成桁は鋼桁—コンクリート床版合成桁と弾性力学的には類似の構造物であり、両者のクリープおよび収縮応力解析にも、なんらかの関連性があると思われる。

以上の観点より、著者は PC 合成桁のクリープおよび収縮応力解析の基本式を導いたうえで、まず等断面連続桁の解法を示し、次いでそれを変断面連続桁に拡張応用した近似解法を述べ、鋼桁—床版連続合成桁の理論との関連を明らかにする。ただし、簡単のためコンクリートのヤング係数の時間的変化を無視し、クリープ係数には慣用の Whitney の法則を用いることにする。

2. 記号および断面諸値

本論に用いる記号および断面諸値のうち一般的なものは次のとおりであり、特殊なものについては文中でそのつど説明する。なお、脚字 1 はプレキャスト主桁、脚字 2 は場所打床版に関する量を表わす (図—1 参照)。

E_1, E_2 : コンクリートのヤング係数

A_1, A_2 : 主桁および床版の断面積

I_1, I_2 : 主桁および床版のそれぞれの重心軸 (C_1-C_1 および C_2-C_2) に関する断面 2 次モーメント。

$n = E_1/E_2$: 主桁と床版のコンクリートのヤング係数比

a_1 : 合成断面の重心軸 ($V-V$) から C_1-C_1 までの距離

a_2 : $V-V$ から C_2-C_2 までの距離

$a = a_1 + a_2$: C_1-C_1 から C_2-C_2 までの距離

$I_v = I_1 + A_1 a_1^2 + \frac{1}{n} (I_2 + A_2 a_2^2)$: $V-V$ に関する合成断面の換算総断面 2 次モーメント

* 九州大学講師 工学部土木工学教室

y_1, y_1' : C_1-C_1 から主桁下縁および上縁までの距離
 y_2, y_2' : C_2-C_2 から床版下縁および上縁までの距離

3. 弾性理論

図-1のごとく、合成桁に作用する外力としてモー

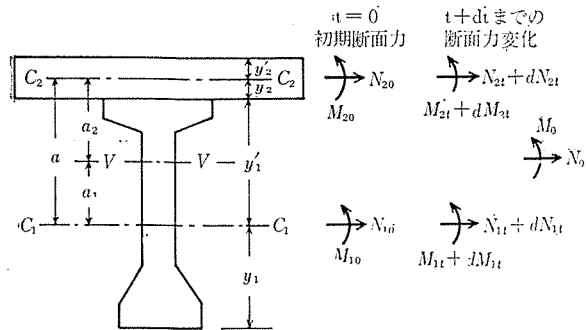


図-1

メント M_0 および合成断面の重心に働く軸力 N_0 を与えるとき、主桁の曲げモーメント M_{10} 、その重心に働く軸力 N_{10} 、および床版の曲げモーメント M_{20} 、軸力 N_{20} は、弾性理論より次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} M_{10} &= \frac{I_1}{I_v} M_0, & N_{10} &= \frac{a_2}{a} N_0 + \frac{A_1 a_1}{I_v} M_0 \\ M_{20} &= \frac{I_2}{n I_v} M_0, & N_{20} &= \frac{a_1}{a} N_0 - \frac{A_1 a_1}{I_v} M_0 \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

また、式(1)の断面力による応力が次式で算定される。

$$\left. \begin{aligned} \text{主桁下縁: } \sigma_{10} &= \frac{N_{10}}{A_1} + \frac{M_{10}}{I_1} y_1 \\ \text{主桁上縁: } \sigma_{10}' &= \frac{N_{10}}{A_1} - \frac{M_{10}}{I_1} y_1' \\ \text{床版下縁: } \sigma_{20} &= \frac{N_{20}}{A_2} + \frac{M_{20}}{I_2} y_2 \\ \text{床版上縁: } \sigma_{20}' &= \frac{N_{20}}{A_2} - \frac{M_{20}}{I_2} y_2' \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

4. クリープおよび収縮応力解析の基本式

本論は床版打設時以降に新旧コンクリートのクリープ差および収縮差により生ずる応力の解析を目的とするため、この応力の計算を開始する時を時間の基準とする。文献 2) および 5) では、乾燥収縮ひずみ差、プレキャスト主桁のプレストレス、プレキャスト主桁が受けもつ合成断面の全自重、の3つの影響に分けて応力解析が行なわれているが、実際の設計においては、これら以外に緒言にも述べたように1次、2次床版を区別したり、床版に導入されるプレストレスの影響を考慮する必要が生ずる場合もある。それぞれの影響の取扱いは基本的には同じであるから、本論ではこれらをすべてまとめた一般式で記述する。

いま、図-1のごとく計算開始時刻 $t=0$ における主桁および床版の初期断面力 $M_{10}, N_{10}, M_{20}, N_{20}$ が、任

意時刻 $t+dt$ にはそれぞれ $M_{1t}+dM_{1t}, N_{1t}+dN_{1t}, M_{2t}+dM_{2t}, N_{2t}+dN_{2t}$ だけ変化するものとする。 $t=0$ 以降のプレキャスト桁および床版のクリープ係数を $\varphi_1(t), \varphi_2(t)$ 、また両者の乾燥収縮ひずみ差を $S(t)$ とし、これらの間に次の関係が成立するものとする。

$$\varphi_1(t) = m \varphi_2(t), \quad S(t) = \frac{S_n}{\varphi_{2n}} \varphi_2(t) \dots (3)$$

ただし、 m は定数、 S_n, φ_{2n} はそれぞれ $t \rightarrow \infty$ における $S(t), \varphi_2(t)$ の終局値である。

dt 時間における床版および主桁の軸方向ひずみおよび回転角ひずみを考え、平面保持の仮定を用いれば次の2式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{E_2 A_2} (dN_{2t} + N_{20} d\varphi_2 + N_{2t} d\varphi_2) - dS \\ = \frac{1}{E_1 A_1} (dN_{1t} + N_{10} d\varphi_1 + N_{1t} d\varphi_1) \\ - \frac{a}{E_1 I_1} (dM_{1t} + M_{10} d\varphi_1 + M_{1t} d\varphi_1) \\ \frac{1}{E_2 I_2} (dM_{2t} + M_{20} d\varphi_2 + M_{2t} d\varphi_2) \\ = \frac{1}{E_1 I_1} (dM_{1t} + M_{10} d\varphi_1 + M_{1t} d\varphi_1) \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

式(3)の関係を考慮のうえ式(4)の両辺を $d\varphi_2$ で割って整理すれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{E_2 A_2} \left(\frac{dN_{2t}}{d\varphi_2} + N_{20} + N_{2t} \right) - \frac{S_n}{\varphi_{2n}} \\ = \frac{1}{E_1 A_1} \left(\frac{dN_{1t}}{d\varphi_2} + m N_{10} + m N_{1t} \right) \\ - \frac{a}{E_1 I_1} \left(\frac{dM_{1t}}{d\varphi_2} + m M_{10} + m M_{1t} \right) \dots (5a) \\ \frac{1}{E_2 I_2} \left(\frac{dM_{2t}}{d\varphi_2} + M_{20} + M_{2t} \right) \\ = \frac{1}{E_1 I_1} \left(\frac{dM_{1t}}{d\varphi_2} + m M_{10} + m M_{1t} \right) \dots (5b) \end{aligned} \right\}$$

式(5)は静定・不静定構造あるいは等断面・変断面のいかんを問わずPC合成桁の任意点における断面力の間常に成立すべき本論の基本式である。

5. 2次不静定モーメントが生じない場合の解

PC合成連続桁では、コンクリートのクリープおよび収縮差により2次不静定モーメントが発生するため、任意の断面に作用する外力モーメントは時間的に一定でない。そのような場合の応力解析は次節 6. 以降に譲り、ここでは2次不静定モーメントが生じない場合の解析を行なう。いま図-1において合成断面に働く外力モーメント M_0 および軸力 N_0 が一定とすれば、任意時刻の軸力および C_1-C_1 軸に関するモーメントのつり合いを考えると次式が成立する。

$$N_{1t} = -N_{2t} \dots\dots\dots (6a)$$

$$M_{1t} = N_{2t}a - M_{2t} \dots\dots\dots (6b)$$

通常のPC合成桁橋では式(6b)において M_{2t} は十分無視できるから実用的には

$$M_{1t} = N_{2t}a \dots\dots\dots (6b)'$$

としてよい。式(6b)において M_{2t} を無視できない特殊な場合には、式(6b)をそのまま用いた厳密解析も可能であるが⁸⁾、ここでは省略する。

式(6a), (6b)' を式(5a)に代入し、 N_{2t} について整理すれば、

$$\left\{ 1 + \frac{A_2}{nA_1} \left(1 + \frac{A_1 a^2}{I_1} \right) \right\} \frac{dN_{2t}}{d\varphi_2} + \left\{ 1 + \frac{mA_2}{nA_1} \left(1 + \frac{A_1 a^2}{I_1} \right) \right\} N_{2t} = \frac{E_2 A_2 S_n}{\varphi_{2n}} - N_{20} + \frac{mA_2}{nA_1} \left(N_{10} - \frac{A_1 a}{I_1} M_{10} \right)$$

ここで $\alpha = 1 / \left\{ 1 + \frac{A_2}{nA_1} \left(1 + \frac{A_1 a^2}{I_1} \right) \right\}$ とおけば上式は

$$\frac{dN_{2t}}{d\varphi_2} + \{ \alpha + (1-\alpha)m \} N_{2t} = \alpha \left\{ \frac{E_2 A_2 S_n}{\varphi_{2n}} - N_{20} + \frac{mA_2}{nA_1} \left(N_{10} - \frac{A_1 a}{I_1} M_{10} \right) \right\} \dots (7)$$

$\varphi_2 = 0$ のとき $N_{2t} = 0$ なることを考慮すれば式(7)の解は

$$N_{2t} = -N_{1t} = \left\{ \frac{E_2 A_2 S_n}{\varphi_{2n}} - N_{20} + \frac{mA_2}{nA_1} \left(N_{10} - \frac{A_1 a}{I_1} M_{10} \right) \right\} \cdot \frac{\alpha}{\alpha + (1-\alpha)m} [1 - e^{-\{\alpha + (1-\alpha)m\}\varphi_2}] \dots\dots\dots (8)$$

さらに式(6b)' より M_{1t} が求められる。この M_{1t} を式(5b)の右辺に代入のうえ整理すれば次の微分方程式をうる。

$$\frac{dM_{2t}}{d\varphi_2} + M_{2t} = \frac{mI_2}{nI_1} M_{10} - M_{20} + \frac{I_2}{nI_1} \alpha \left\{ \frac{E_2 A_2 S_n}{\varphi_{2n}} - N_{20} + \frac{mA_2}{nA_1} \left(N_{10} - \frac{A_1 a}{I_1} M_{10} \right) \right\} \cdot \frac{\alpha}{\alpha + (1-\alpha)m} [m + \alpha(1-m)e^{-\{\alpha + (1-\alpha)m\}\varphi_2}]$$

$\varphi_2 = 0$ のとき $M_{2t} = 0$ なることを考慮すれば上式の解は

$$M_{2t} = \left(\frac{mI_2}{nI_1} M_{10} - M_{20} \right) (1 - e^{-\varphi_2}) + \frac{I_2}{nI_1} \alpha \left\{ \frac{E_2 A_2 S_n}{\varphi_{2n}} - N_{20} + \frac{mA_2}{nA_1} \left(N_{10} - \frac{A_1 a}{I_1} M_{10} \right) \right\} \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha} \left[1 - e^{-\varphi_2} - \frac{\alpha}{\alpha + (1-\alpha)m} \{ 1 - e^{-\{\alpha + (1-\alpha)m\}\varphi_2} \} \right] \dots\dots\dots (9)$$

6. 等断面PC合成連続桁の解

図-2(a)のごとき $(K+1)$ 径間の等断面PC合成連続桁を考え、左端から $0, 1, 2, \dots, K+1$ の支点番号を

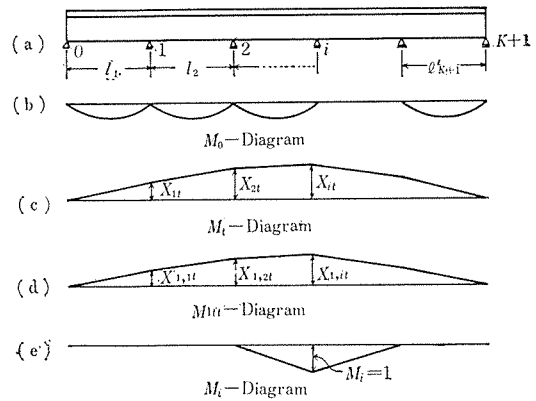


図-2

付す。PC鋼材緊張力や各種の死荷重(プレキャスト桁自重, 横桁自重, 1次・2次床版自重など)により時刻 $t=0$ に合成桁の各断面に作用する断面力 $M_{10}, N_{10}, M_{20}, N_{20}$ はコンクリートのクリープおよび収縮によりそれぞれ $M_{1t}, N_{1t}, M_{2t}, N_{2t}$ だけ変化するが、PC合成連続桁では2次不静定モーメントが発生するため、上記断面力の変化量は2次不静定モーメントが生じない場合の解と、2次不静定モーメントに起因する量との和になる。いま前者に肩字0、後者に脚字 tt を付して表わすことにすれば、

$$\left. \begin{aligned} M_{1t} &= M_{1t}^0 + M_{1tt}, & N_{1t} &= N_{1t}^0 + N_{1tt} = -N_{2t} \\ M_{2t} &= M_{2t}^0 + M_{2tt}, & N_{2t} &= N_{2t}^0 + N_{2tt} \end{aligned} \right\} (10)$$

ここに、式(6b)', (8), (9)より

$$\left. \begin{aligned} M_{1t}^0 &= aN \frac{\varphi_2}{\varphi} (1 - e^{-\alpha\varphi}) \\ N_{2t}^0 &= -N_{1t}^0 = N \frac{\varphi_2}{\varphi} (1 - e^{-\alpha\varphi}) \\ M_{2t}^0 &= \left(\frac{mI_2}{nI_1} M_{10} - M_{20} \right) (1 - e^{-\varphi_2}) \\ &\quad + \frac{I_2}{nI_1} aN \frac{\alpha}{1-\alpha} \left\{ 1 - e^{-\varphi_2} - \frac{\varphi_2}{\varphi} (1 - e^{-\alpha\varphi}) \right\} \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

ただし $N = \frac{E_2 A_2 S_n}{\varphi_{2n}} - N_{20} + \frac{mA_2}{nA_1} \left(N_{10} - \frac{A_1 a}{I_1} M_{10} \right)$

$$\varphi = \left(1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} m \right) \varphi_2 = \varphi_2 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \varphi_1$$

$t=0$ においてPC合成桁断面に作用する外力モーメント M_0 が、任意時刻 t には2次不静定モーメントの発生にともない $M_0 + M_t$ に変化するものとし、第 i 支点における M_t の値を X_{it} 、これに対応するプレキャスト主桁断面のモーメント M_{1tt} の第 i 支点における値を $X_{i,1t}$ とする(図-2(b), (c), (d)参照)。図-2(a)の K 次不静定連続桁の K 個の中間支点到にヒンジをそう入した静定基本系において、同図(e)のごとく第 i 支点到に単位モーメントを作用させた場合の曲げモーメントを M_i とすれば、 M_{1tt} は次式で表わされる。

$$M_{1tt} = \sum_{i=1}^K M_i X_{i,1t} \dots\dots\dots (12)$$

不静定力 $X_{1, it}$ を求める連立方程式は次式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1K} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{K1} & \delta_{K2} & \dots & \delta_{KK} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{dX_{1,1t}}{d\varphi_1} + X_{1,1t} \\ \frac{dX_{1,2t}}{d\varphi_1} + X_{1,2t} \\ \dots \\ \frac{dX_{1,Kt}}{d\varphi_1} + X_{1,Kt} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_{1t} \\ \delta_{2t} \\ \dots \\ \delta_{Kt} \end{pmatrix} = 0 \quad (13)$$

ここに、

$$\delta_{ji} = \int_l \frac{M_j M_i}{E_1 I_1} dx \quad (14 a)$$

$$\delta_{jt} = \int_l \frac{M_j M_{10}}{E_1 I_1} dx + \int_l \frac{M_j}{E_1 I_1} \left(\frac{dM_{1t}^0}{d\varphi_1} + M_{1t}^0 \right) dx \quad (14 b)$$

なお、単純桁を連結して連続桁としたのちに作用する荷重については

$$\int_l \frac{M_j M_{10}}{E_1 I_1} dx = 0 \quad (15)$$

が成立する。

式 (13) の左辺の δ_{ji} を要素とする K 行 K 列の行列式を $|D|$ で表わし、その j 行 i 列要素 δ_{ji} の余因数を A_{ji} とすれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{dX_{1, it}}{d\varphi_1} + X_{1, it} &= -\frac{1}{|D|} \sum_{j=1}^K \left[A_{ji} \left\{ \int_l \frac{M_j M_{10}}{E_1 I_1} dx \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \int_l \frac{M_j}{E_1 I_1} \left(\frac{dM_{1t}^0}{d\varphi_1} + M_{1t}^0 \right) dx \right\} \right] \\ &\quad (i=1, 2, \dots, K) \end{aligned}$$

式 (3) の関係を用い、かつ $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ のとき $M_{1tt} = 0$ なることを考慮すれば上式の解は

$$\begin{aligned} X_{1, it} &= -\frac{1}{|D|} \sum_{j=1}^K \left[A_{ji} \left\{ (1 - e^{-\varphi_1}) \int_l \frac{M_j M_{10}}{E_1 I_1} dx \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \int_l \frac{M_j M_{1t}^0}{E_1 I_1} dx \right\} \right] \end{aligned}$$

上式の $X_{1, it}$ を式 (12) に代入して M_{1tt} が次式で求められることになる。

$$\begin{aligned} M_{1tt} &= (1 - e^{-\varphi_1}) \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j M_{10}}{E_1 I_1} dx \\ &\quad + \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j M_{1t}^0}{E_1 I_1} dx \quad (16) \end{aligned}$$

$$\text{ここに、} B_j = -\frac{1}{|D|} \sum_{i=1}^K A_{ji} M_i \quad (17)$$

さて、式(10)の M_{1t} , N_{1t} , M_{2t} , N_{2t} は基本式 (5 a, b) を満足し、式(11)の M_{1t}^0 , N_{1t}^0 , M_{2t}^0 , N_{2t}^0 も同じく式 (5 a, b) を満足するから、 M_{1tt} , N_{1tt} , M_{2tt} , N_{2tt} の間には次式が成立することになる。

$$\frac{1}{E_2 A_2} \left(\frac{dN_{2tt}}{d\varphi_2} + N_{2tt} \right) = \frac{1}{E_1 A_1} \left(\frac{dN_{1tt}}{d\varphi_2} + m N_{1tt} \right)$$

$$-\frac{a}{E_1 I_1} \left(\frac{dM_{1tt}}{d\varphi_2} + m M_{1tt} \right) \quad (18 a)$$

$$\frac{1}{E_2 I_2} \left(\frac{dM_{2tt}}{d\varphi_2} + M_{2tt} \right) = \frac{1}{E_1 I_1} \left(\frac{dM_{1tt}}{d\varphi_2} + m M_{1tt} \right) \quad (18 b)$$

$N_{1tt} = -N_{2tt}$ を考慮のうえ式 (18 a, b) を整理すれば

$$\begin{aligned} \frac{dN_{2tt}}{d\varphi_2} + \{\bar{a} + (1 - \bar{a})m\} N_{2tt} \\ = -\bar{a} \frac{A_2 a}{n I_1} \left(\frac{dM_{1tt}}{d\varphi_2} + m M_{1tt} \right) \quad (19 a) \end{aligned}$$

$$\frac{dM_{2tt}}{d\varphi_2} + M_{2tt} = \frac{I_2}{n I_1} \left(\frac{dM_{1tt}}{d\varphi_2} + m M_{1tt} \right) \quad (19 b)$$

$$\text{ここに、} \bar{a} = 1 / \left(1 + \frac{A_2}{n A_1} \right)$$

しかるに式 (16) より

$$\begin{aligned} \frac{dM_{1tt}}{d\varphi_2} + m M_{1tt} &= m \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j M_{10}}{E_1 I_1} dx \\ &\quad + \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j}{E_1 I_1} a N_{\frac{\varphi_2}{\varphi}} \{m + (1 - m)\alpha e^{-\alpha\varphi}\} dx \end{aligned}$$

であるから、式 (18 a, b) の解が結局次式で求められる。

$$\begin{aligned} N_{2tt} = -N_{1tt} &= \bar{a} \frac{A_1 a}{n I_1} \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j M_{1t}^0}{E_1 I_1} \frac{\alpha}{\bar{a} - \alpha} dx \\ &\quad - \frac{A_2 a}{n I_1} (1 - e^{-\bar{a}\varphi'}) \left\{ \bar{a} \frac{\varphi_2}{\varphi'} \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j}{E_1 I_1} a N_{\frac{\alpha}{\bar{a} - \alpha}} dx \right. \\ &\quad \left. + \frac{\varphi_1}{\varphi'} \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j M_{10}}{E_1 I_1} dx \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{2tt} &= \frac{I_2}{n I_1} (1 - e^{-\varphi_2}) \left\{ \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j}{E_1 I_1} a N_{\frac{\alpha}{1 - \alpha}} dx \right. \\ &\quad \left. + m \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j M_{10}}{E_1 I_1} dx \right\} - \frac{I_2}{n I_1} \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j M_{1t}^0}{E_1 I_1} \frac{\alpha}{1 - \alpha} dx \quad (21) \end{aligned}$$

式 (11), (16), (20), (21) を用いて式 (10) の断面力変化量がすべて求められれば、クリープおよび収縮差応力が次式で算定される。

$$\left. \begin{aligned} \text{主桁下縁: } \sigma_{1t} &= \frac{N_{1t}}{A_1} + \frac{M_{1t}}{I_1} y_1 \\ \text{主桁上縁: } \sigma_{1t}' &= \frac{N_{1t}}{A_1} - \frac{M_{1t}}{I_1} y_1' \\ \text{床版下縁: } \sigma_{2t} &= \frac{N_{2t}}{A_2} + \frac{M_{2t}}{I_2} y_2 \\ \text{床版上縁: } \sigma_{2t}' &= \frac{N_{2t}}{A_2} - \frac{M_{2t}}{I_2} y_2' \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

なお、外力モーメント M_0 の変化量 M_t は次式より求められる。

$$M_t = M_{1tt} + M_{2tt} - N_{2tt} a \quad (23)$$

7. 変断面 PC 合成連続桁の解

図-3 (a) のごとく ($K+1$) 径間の変断面 PC 合成連続桁を考え、断面 2 次モーメント I_1 および I_v の第 i 支点における値をそれぞれ $I_{1, i}$, $I_{v, i}$ とする (図-3 (b), (c) 参照)。6. に述べた等断面連続桁の解法を変断面連

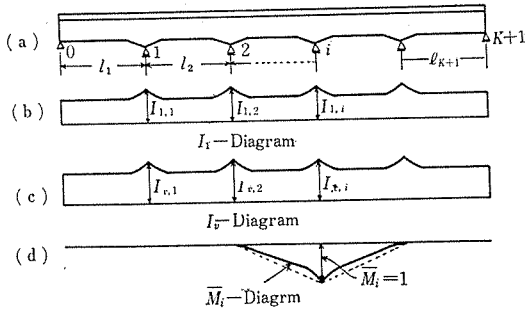


図-3

続桁に拡張する場合、式 (10), (11) は変断面桁に対してもそのまま成立するが、式 (12), (13) は成立しない。そこで次のような近似的取扱いにより解を導くことにする。いま 図-3 (a) の K 次不静定変断面 PC 合成連続桁の K 個の中間支点到にヒンジをそ入した静定基本系において、第 i 支点到に単位モーメント $X_{it}=1$ を作用させた場合の合成断面の曲げモーメントを 図-2 (e) と同じく M_i , $X_{it}=I_{v,i}/I_{1,i}$ を作用させた場合のプレキャスト主桁の曲げモーメントを新たに \bar{M}_i とすれば (図-3(d) 参照), M_i と \bar{M}_i の間には

$$\bar{M}_i = M_i \frac{I_{v,i}}{I_v} \frac{I_1}{I_{1,i}} \dots\dots\dots (24)$$

の関係が成立する。 $X_{it}=I_{v,i}/I_{1,i}$ のとき $X_{1,it}=1$ であるから、 M_{1tt} は式 (12) の代りに近似的に

$$M_{1tt} = \sum_{i=1}^K \bar{M}_i X_{1,it} \dots\dots\dots (25)$$

で表わされるものとする。さらに、式 (14 a) の δ_{ji} 代りに新たに

$$\delta_{ji} = \int_l \frac{M_j \bar{M}_i}{E_1 I_1} dx \dots\dots\dots (26)$$

と定義すれば、式 (13) をそのまま用いて未知量 $X_{1,it}$ を求めることができる。このとき δ_{jt} は式 (14 b) のままでさしつかえない。以下の解析手順は等断面連続桁の場合とまったく同じで M_{1tt} , $N_{2tt} = -N_{1tt}$, および M_{2tt} が式 (16), (20), (21) で求められる。ただし、変断面桁の場合は式 (17) の代りに

$$B_j = -\frac{1}{|D|} \sum_{i=1}^K A_{ji} \bar{M}_i \dots\dots\dots (27)$$

を用いること、および式 (20) の \bar{a} が x の被積分関数でないことに注意を要する。

8. 鋼桁一床版合成桁との関係

上に導いた各式において $\varphi_1=0$ とすれば、プレキャスト主桁のクリープを無視し、場所打ち床版コンクリートのクリープのみを考慮する場合の理論式が得られる。

$\varphi_1=0$ のとき、 $m=0$ かつ $\varphi=\varphi'=\varphi_2$ であるから、まず式 (11) より

$$\left. \begin{aligned} M_{1t}^0 &= a \left(\frac{E_2 A_2 S_n}{\varphi_{2n}} - N_{20} \right) (1 - e^{-\alpha \varphi_2}) \\ N_{2t}^0 &= -N_{1t}^0 = \left(\frac{E_2 A_2 S_n}{\varphi_{2n}} - N_{20} \right) (1 - e^{-\alpha \varphi_2}) \\ M_{2t}^0 &= -M_{20} (1 - e^{-\varphi_2}) + \frac{I_2}{n I_1} a \left(\frac{E_2 A_2 S_n}{\varphi_{2n}} - N_{20} \right) \frac{\alpha}{1 - \alpha} (e^{-\alpha \varphi_2} - e^{-\varphi_2}) \end{aligned} \right\} \dots (28 a)$$

次いで式 (16), (20), (21) より

$$\left. \begin{aligned} M_{1tt} &= \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j M_{1t}^0}{E_1 I_1} dx \\ N_{2tt} &= -N_{1tt} = \bar{a} \frac{A_2 a}{n I_1} \left\{ \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j M_{1t}^0}{E_1 I_1} \frac{\alpha}{\bar{a} - \alpha} dx - (1 - e^{-\bar{a} \varphi_2}) \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j}{E_1 I_1} a \left(\frac{E_2 A_2 S_n}{\varphi_{2n}} - N_{20} \right) \frac{\alpha}{\bar{a} - \alpha} dx \right\} \\ M_{2tt} &= \frac{I_2}{n I_1} \left\{ (1 - e^{-\varphi_2}) \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j}{E_1 I_1} a \left(\frac{E_2 A_2 S_n}{\varphi_{2n}} - N_{20} \right) \frac{\alpha}{1 - \alpha} dx - \sum_{j=1}^K B_j \int_l \frac{M_j M_{1t}^0}{E_1 I_1} \frac{\alpha}{1 - \alpha} dx \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28 b)$$

合成桁の主桁を鋼桁 (クリープ係数 $\varphi_1=0$) に置き換えたと考えれば、式 (28 a) は静定の鋼桁一床版合成桁におけるクリープおよび収縮応力計算式として周知の Sontag の解⁹⁾ と一致し、また式 (28 b) は著者が導いた変断面連続鋼桁一床版合成桁におけるクリープおよび収縮応力計算式¹⁰⁾ と合致する。したがって、鋼桁一床版連続合成桁のクリープおよび収縮応力解析は、本論の PC 合成連続桁のクリープおよび収縮応力解析において $\varphi_1=0$ とした特例と見なすことができる。

9. 計算例

図-4 は日本道路公団が採用しているポストテンション 3 径間 PC 合成連続桁 (変断面、支間 35 m + 35 m + 35 m) の一例であり、道路公団の設計要領によれば、その施工順序は次のとおりである。

- 1) 主桁を製作ヤードにて作製し、プレストレッシングを行なう。
- 2) プレストレッシングを完了した主桁を、約 90 日後単純桁として橋脚上の仮支承上に置く。横桁コンクリートを打設、緊張する。
- 3) 支点上の横桁を打設して主桁の連結ケーブルを緊張する。
- 4) 1 次床版を打設して床版ケーブルを緊張する。
- 5) 2 次床版を打設する。
- 6) 地覆、高欄、舗装工事を実施する。

主桁の PC 鋼材断面積は $A_p=66.89 \text{ cm}^2$, 床版断面は $A_2=5248 \text{ cm}^2$, $I_2=3.01 \times 10^5 \text{ cm}^4$ で、他の断面諸値を

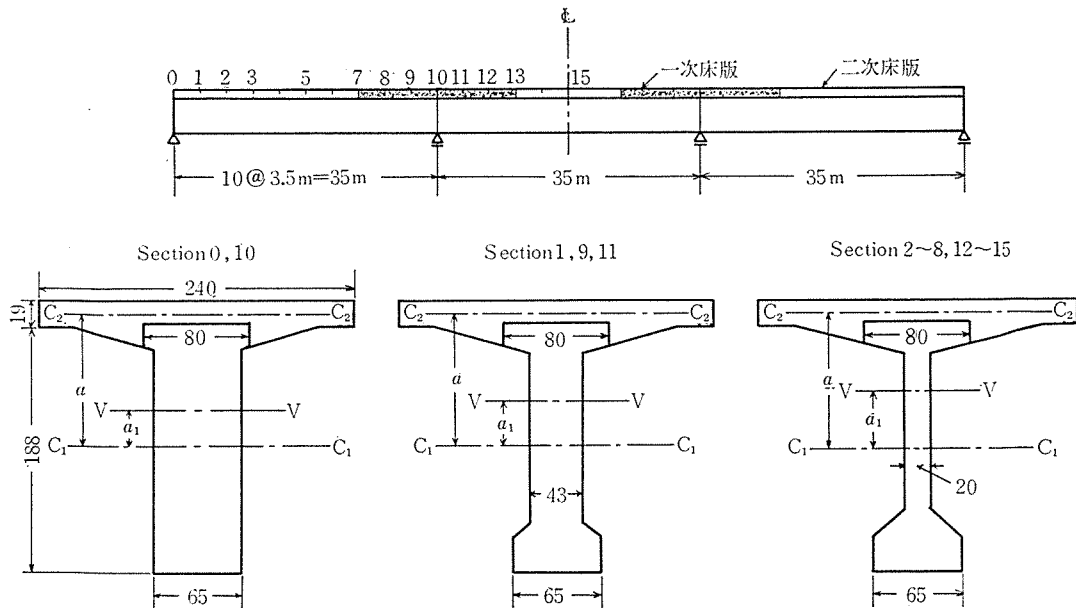


図-4

表-1 に示す。

表-1 断面諸値

Section	0, 10	1, 9, 11	2~8, 12~15
A_1 (cm ²)	12637	9536	6748
I_1 (cm ⁴)	3.921×10^7	3.427×10^7	3.053×10^7
I_y (cm ⁴)	7.357×10^7	6.626×10^7	5.957×10^7
a_1 (cm)	27.4	33.5	42.7
a (cm)	98.4	99.2	101.8
y_1 (cm)	96.9	96.2	93.6
y_1' (cm)	93.1	93.8	96.4
α	0.3861	0.3438	0.2961
$\bar{\alpha}$	0.7217	0.6618	0.5807

材料の諸定数は次のごとくとする。

$$E_1 = 3.5 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, E_2 = 3.25 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$n = E_1/E_2 = 1.08, S_{n1} = 9 \times 10^{-5}$$

なおクリープ係数は ① $\varphi_1 = 0.4, \varphi_2 = 2$, ② $\varphi_1 = 0.8, \varphi_2 = 2$, ③ $\varphi_1 = 0.4, \varphi_2 = 4$, ④ $\varphi_1 = 0.8, \varphi_2 = 4$, の4つの場合について計算を行なったが、ここでは主として、 φ_1 と φ_2 の差が比較的小さい ② と、それが大きい ③ の結果を示すことにする。

(1) 主桁プレストレスによるクリープ

計算開始時刻 $t=0$ におけるP C鋼材の平均引張応力度を 80 kg/mm^2 とすれば、鋼材緊張力は 535.1 t となり、主桁プレストレスのみによるクリープの影響を解析する場合のP C合成桁の初期断面力は、 $N_{10} = -535.1 \text{ t}$, $N_{20} = M_{20} = 0$ で曲げモーメント M_{10} の分布はP C鋼材の曲線配置により図-5 (a)のごとくである。ただし文献 2) と同じく本論でも鋼材緊張力の時間的変化は考えない。図-5 (b), (c), (d) は、桁の軸方向に沿っての床

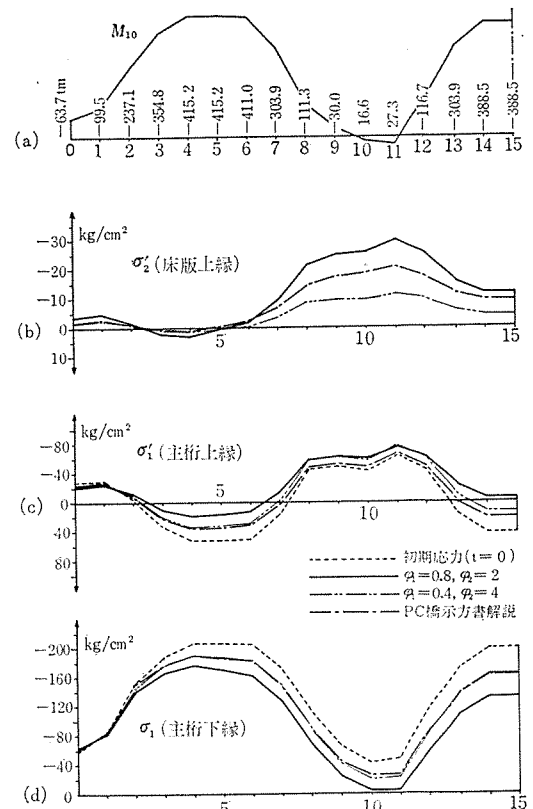


図-5

版上縁応力 ($t=0$ においては0) および主桁上・下縁のプレストレスの分布状況がコンクリートのクリープにより変化する状況をプロットしたものであり、同図中の一点鎖線は、P C道路橋示方書解説⁶⁾ に示されている単純P C合成桁のクリープ応力算定式を連続桁に拡張し、設計標準クリープ係数 $\varphi_1 = 0.8, \varphi_2 = 2$ に対して解析した結果を示す。以下の図-6, 8, 9 においても同様である。

(2) 主桁自重によるクリープ

プレキャストPC桁の自重は、架設当初単純桁としての主桁に作用し、その初期曲げモーメント M_{10} の分布は図-6 (a) のとおりである。このとき他の初期断面力 N_{10} , M_{20} , N_{20} がすべて0になることはないまでもない。同図 (b), (c), (d) は主桁自重による応力のクリープによる変化の様態を示したものである。

(3) 横桁および床版自重によるクリープ

横桁自重は単純桁としての主桁に作用する。1次床版の自重は主桁連結後の連続桁に部分分布荷重として作用し、次いで2次床版自重が主桁と1次床版を合成した変断面連続桁に部分分布荷重として作用する。これら横桁

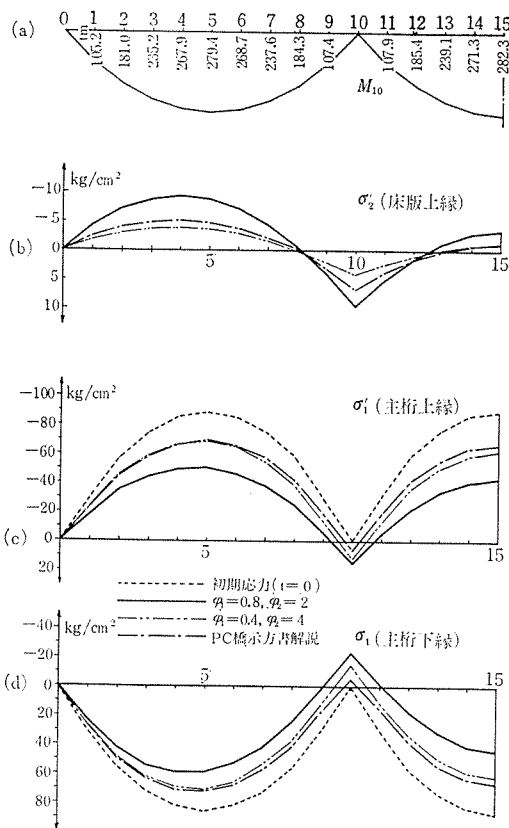


図-6

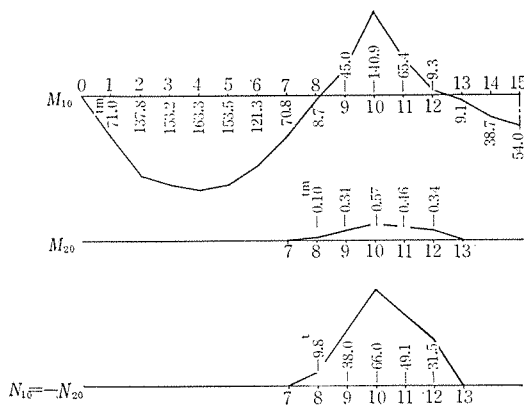


図-7

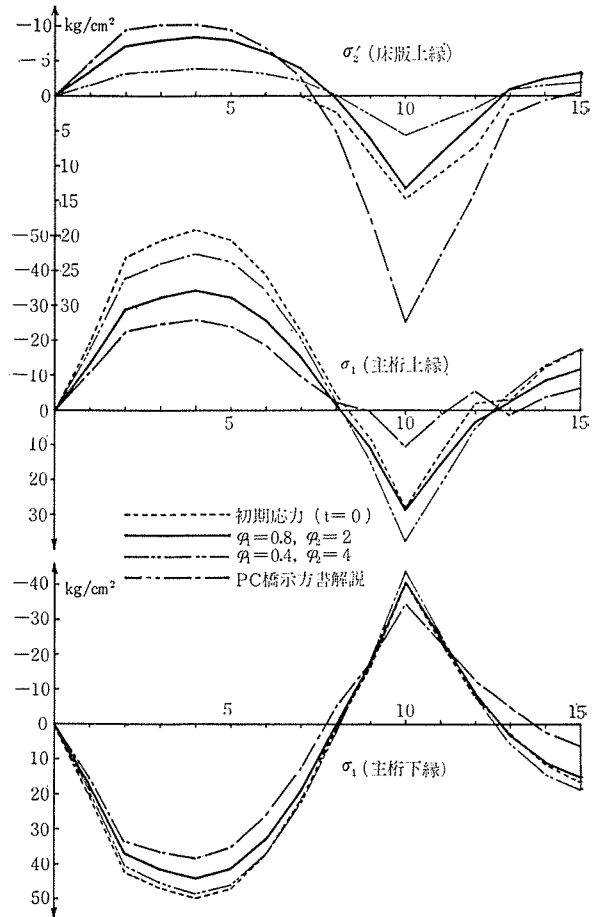


図-8

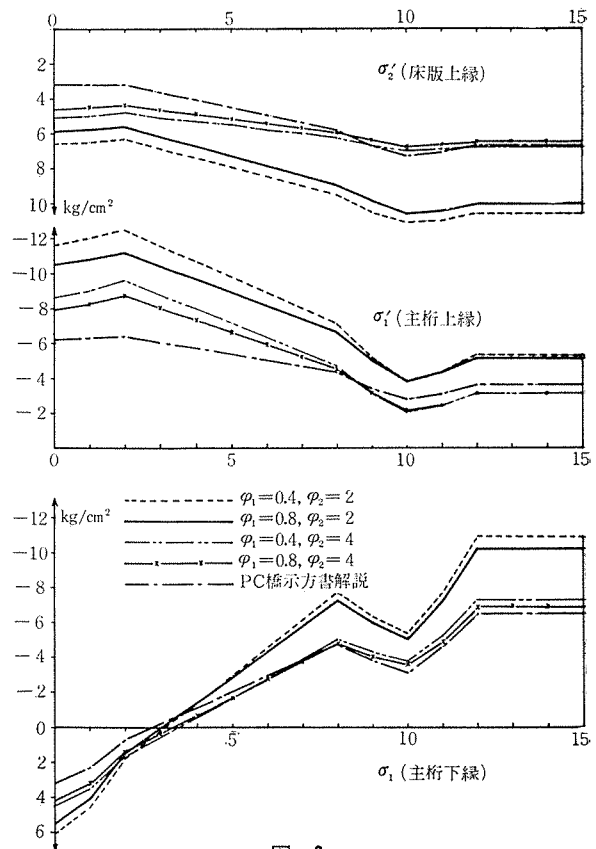


図-9

表—2 クリープ差応力および収縮差応力

(kg/cm²)

ク リ ー プ 係 数	断 面		5			10			15		
	応 力 変 化 量		σ_{1t}	σ_{1t}'	σ_{2t}'	σ_{1t}	σ_{1t}'	σ_{2t}'	σ_{1t}	σ_{1t}'	σ_{2t}'
$\varphi_1=0.8$ $\varphi_2=2$	ク リ ー プ 差 応 力	主桁プレストレス	37.7	-34.9	0.8	38.9	-17.1	-25.6	67.8	-48.0	-11.7
		主桁自重	-26.5	38.1	-8.7	-23.0	14.5	9.6	-42.6	46.5	-3.4
		横桁・床版自重	-5.3	16.3	-8.0	0.0	0.7	-1.5	-1.3	5.4	-3.1
		計	5.9	19.5	-15.9	15.9	-1.9	-17.5	23.9	3.9	-18.2
	収 縮 差 応 力		-2.9	-8.9	7.3	-5.0	-3.8	10.6	-10.2	-5.1	10.1
$\varphi_1=0.4$ $\varphi_2=4$	ク リ ー プ 差 応 力	主桁プレストレス	19.5	-19.8	0.7	22.3	-14.4	-9.1	35.7	-30.0	-3.9
		主桁自重	-14.9	20.2	-3.5	-15.2	11.5	4.2	-25.3	27.2	-1.0
		横桁・床版自重	-0.9	6.1	-3.7	-3.7	9.5	-9.1	2.3	0.1	-1.8
		計	3.7	6.5	-6.5	3.4	6.6	-14.0	12.7	-2.7	-6.7
	収 縮 差 応 力		-1.7	-7.2	5.5	-3.8	-2.0	7.0	-7.3	-3.1	6.8

および床版自重により当初PC連続合成桁に生ずる断面力 M_{10} , M_{20} , $N_{10} = -N_{20}$ の分布は 図—7 のとおりであり、 図—8 は 図—7 の断面力により生ずる初期応力がコンクリートのクリープにより変化する状況を示したものである。なお、この場合床版自重は連続桁としての主桁に作用するため式 (15) が成立する。

(4) 乾燥収縮差応力

プレキャスト主桁と場所打床版のコンクリートの最終収縮ひずみ差を $S_n = 9 \times 10^{-5}$ とする。上記 (1), (2), (3) と異なり、この場合の初期応力は主桁、床版とも 0 である。 図—9 は φ_1, φ_2 の 4 つの組合せに対する最終収縮差応力を桁軸方向に沿ってプロットし、あわせてPC道路橋示方書解説の計算式を用いた結果と比較したものである。

(5) 総合的考察

上記 (1)~(4) においては、プレストレス、荷重および収縮差などの種類別にクリープの影響を示したが、実際の構造物にはこれらの影響が重ね合わさって現われてくる。ここでは、PC合成連続桁におけるクリープおよび収縮差の影響を総合的に考察してみよう。

まず、主桁プレストレス、主桁自重および横桁、床版自重によるクリープの結果生ずる応力を合計したものをクリープ差応力と呼ぶことにし、収縮差応力とともに、点 5 (側径間中央)、点 10 (中間支点) および点 15 (中央径間中央) における計算結果をまとめて表—2 に示した。主桁プレストレスによるクリープと主桁自重によるクリープの結果生ずる応力は、主桁においては異符号となって相殺されるから、結局クリープ差応力はあまり大きくなる。主桁のクリープ差応力は上下縁ともお

むね引張応力であるが、乾燥収縮差応力が圧縮応力であるためさらに相殺される。他方、床版には収縮差により引張応力が生ずるが、クリープ差応力が圧縮応力であるためやはり相殺され、このように主桁、床版ともにクリープおよび収縮差応力があまり大きくなることはないことは、PC合成連続桁の設計上好都合といえる。なお、設計の際には、以上のほかに一次床版に導入されるプレストレスのクリープおよび収縮による変化も考慮する必要がある。

10. 結 び

プレキャストPC主桁と場所打ち床版よりなる多径間PC合成連続桁のクリープおよび収縮応力の一解法を提示し、実橋に対する算例によりその応力の特性を述べた。

本法によれば、プレストレス、死荷重、乾燥収縮などの影響をすべて同一計算式で求めることができ、特に変断面連続桁に適用可能なこと、および鋼桁—床版連続合成桁のクリープ・収縮応力解法との相互関係が明瞭な点に特色があるが、実用性を考慮していくつかの仮定、近似を用いており、今後さらに実測値との比較などにより検討する必要がある。

おわりに、本研究にあたり、川崎製鉄鋼構造研究所の山崎徳也博士 (前九州大学教授) より懇切なるご指導と助言を賜わり、また日本道路公団の八尋勇次氏と九州大学大学院の田中康順君にご協力を頂いたことを記して深甚なる謝意を表す。なお、本研究には昭和 47 年度文部省科学研究費の補助を受け、数値計算には九州大学大型計算機センターの FACOM 230-60 を使用したことを

付記する。

参 考 文 献

- 1) 岡田 清, 神山 一: プレストレスト コンクリートの設計, 国民科学社, 昭和 38 年 1 月
- 2) 高速道路調査会: プレキャスト・プレストレスト コンクリート橋—PC合成桁の実験と理論解析—, 昭和 42 年 1 月
- 3) 高速道路調査会: PCプレテンション桁橋の連結構造に関する研究報告書, コンクリート構造分科会報告 No. 7, 昭和 47 年 1 月
- 4) 鈴木貫太郎, 佐藤重尚, 山本隆治: 連続PC活荷重合成桁模型実験, プレストレスト コンクリート, Vol. 14, No. 2, 昭和 47 年 4 月
- 5) 大浜文彦, 小林和夫: プレキャストコンクリート連続合成ばりの力学的挙動に関する研究, 土木学会論文報告集,

- No. 206, 昭和 47 年 10 月
- 6) 日本道路協会: プレストレスト コンクリート橋示方書解説, 昭和 44 年 1 月
 - 7) 日本道路公団: 高速道路標準設計—ポストテンション連続合成桁基本設計計算書—昭和 41 年 10 月
 - 8) Hikosaka, H.: "Analysis of Creep and Shrinkage in Full-Composite and Semi-Composite Prestressed Concrete Girders". Proceedings of the Symposium on New Techniques in the Construction of Structures. Dec., 1971.
 - 9) Sattler, K.: Theorie der Verbundkonstruktionen, 2 Aufl., Berlin, Verlag Ernst & Sohn, 1959.
 - 10) 彦坂 照: 変断面連続合成桁橋のクリープおよび収縮応力解法, 土木学会論文報告集, No. 199, 昭和 47 年 3 月


1973.1.29・受付

会 員 増 加 に つ い て お 願 い

会員数はその協会活動に反映するもので、増加すればそれだけ多くの便益が保障されています。現在の会員数は 2 000 余名ですが、まだまだ開拓すべき分野が残されており。お知合いの方を一人でも余計にご紹介下さい。事務局へお申し出下されば入会申込書はすぐお送りいたします。

申込先: 〒104 東京都中央区銀座 2 の 12 の 4 銀鹿ビル 3 階

社団法人 プレストレスト コンクリート技術協会 TEL (541) 3595



PC長大橋梁に
豊富な経験

山陽新幹線
芦田川橋りょう

KK オリエンタルコンクリート株式会社

取締役社長 東 善 郎

東京都千代田区五番町五番地 TEL (261) 1171(代)

• 技術提携会社

フランス. S.E.E.E 社
G. T. M. 社

• 関連会社

アメリカ. STRESSTEEL 社



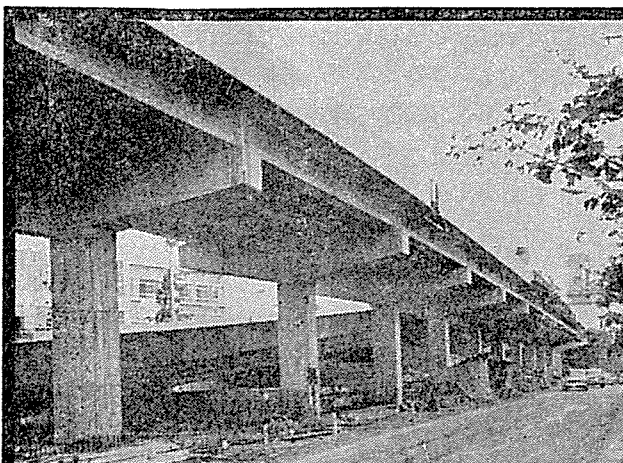
妙高大橋：建設省北陸地方建設局
(スパン65+85+85+65m 4 径間連続プレキャストコンクリート橋、橋脚高約50m)
S.E.E.E. 工法 当社において設計並びに振動解析 現在施工中

取締役会長	加藤三重次
取締役社長	巽千代造
取締役技術部長	上野博
取締役設計部長	森元肇夫
技術顧問	山内一郎



新構造技術株式会社

本社 東京都新宿区内藤町1番地(渋谷ビル) ㊦ 160 電話 (03)(354) 3851番 (代表)
工場 神奈川県厚木市戸田長淵2 5 1 4 番 ㊦ 243 電話 (0462)(22) 2199・3418番
大阪事務所 大阪市西区靱本町2-86(西本町ビル) ㊦ 550 電話 (06) (443) 7 6 6 5 番



首都高速度道路高架橋

プレストレスト
コンクリート
建設工事 フレシナー工法
MDC工法

設計・施工
部 材
製造・販売

豊田コンクリート株式会社

取締役社長 西田 赫

本社 愛知県豊田市トヨタ町6 電話 0565 (2) 1818(代)
名古屋販売本部 名古屋市中村区笹島町1-221-2 電話 052 (581) 7501(代)
東京販売本部 東京都港区西新橋2-16-1 電話 03 (436) 5461~3
全国タバコセンタービル2階
工場 豊田第一工場、豊田第二工場、海老名工場