

PC 部材の破壊強度設計の基礎(II)

“曲げ部材”

研究小委員会

神山一* 小林明夫** 阿部源次***

1. まえがき

曲げ部材は、弾性設計法においては通常の使用状態において許容応力度を満足することにより設計が成り立つものである。許容応力度は、コンクリート、鋼材などの使用材料の破壊強度に対して、コンクリート、PC鋼材などの品質の変動、荷重の変動、施工誤差、安全側の近似計算などを考慮して、余裕を見込んで定めた数値である。

曲げ部材の破壊に対する安全度は、部材の破壊に対する抵抗曲げモーメントと作用荷重との比によって部材の安全は確保されたものとするのであるが、この安全度はコンクリートが弾塑性的な材料でないために、材料の破壊強度と使用荷重に対する応力度との比とはかなり異なっている。それで荷重作用により求まる断面力は、材料強度より求まる断面力にある安全係数を考慮した断面力より大きくないとする設計法が限界状態設計法である。

また、コンクリート構造物はコンクリートにひびわれを生じやすいので、限界状態設計法では部材のひびわれとの関連を検討する。曲げ部材においては、ひびわれの検討条件は次の4種類としている。

I種：荷重の組合せのもっとも不利な状態でも、部材に引張力を生じない。

II種：荷重の組合せのもっとも不利な状態でも、ひびわれを生じない。また、変動荷重の一部が作用した場合、引張応力を生じない。

III種：荷重の組合せのもっとも不利な状態で、ひびわれ発生を認める。さらに、変動荷重の一部が作用した場合、ひびわれを発生するか、または引張応力を生ずる。

IV種：ひびわれの発生を認める。ここで発生したひびわれは、部材のおかれた環境とか状態のもとでその幅は制限される。腐食性の大気中とか水中にある場合、荷重がくり返し作用する場合等

である。

通常行っている設計では、I種とはフルプレストレッシングによる設計であり、II、III種はパーシャルプレストレッシングに相当するが、II種はひびわれを発生させないので制限されたパーシャルプレストレッシングともいるべきものであり、III種はPRCに相当する。またIV種は鉄筋コンクリートに相当する。

曲げ部材に関連した限界状態では、使用限界状態としては変形限界状態、ひびわれ発生限界状態、ひびわれ幅限界状態などがある。変形限界状態では、構造物の使用状態での変形が部材の使用目的に対して過大となる場合であって、列車または自動車の通過によって生ずるたわみが過大であると、乗心地を害したり、動搖を大きくして走行安全性を失ったりする。単純桁の場合では、スパン・桁高の比に制限を設けたり、部材に配置される鋼材比によって計算方法を変えたり、全曲げモーメントに対する活荷重モーメントの比によって、たわみの限界状態の算定をする。

ひびわれ発生限界状態は、コンクリートにひびわれが発生する限界の状態で、工場地帯のように腐食性、酸性の多い空気中のPC桁等について検討を行う。

ひびわれ幅の限界状態は、部材の周囲の条件、PC鋼材の腐食に対する配慮、美観を害することに対する配慮などを検討するものであり、鋼材応力度の増加分の制限、部材がくり返し荷重を受けるかどうか、鉄筋の引張強度、直径、かぶり、配置、鋼材応力、コンクリート強度などの多くの要素によって相違する。

次に、事実上の破壊状態を示す終局限界状態としては、断面の破壊の終局状態がある。これは単純ばかりの部材では、スパン中央の断面において最大の耐荷力に相当する状態である。これは計算上の断面力が設計荷重にある安全係数を乗じた値以上であることを証すればよい。

2. 現行の曲げ破壊モーメントの計算

現在行われている曲げ部材の破壊モーメントの計算は次のように行われている。

1) コンクリートの引張力を無視し、引張側のコシク

* 工博 早稲田大学教授 理工学部土木工学科

** 国鉄構造物設計事務所課長補佐

*** 日本鋼弦コンクリート株式会社 技術部長

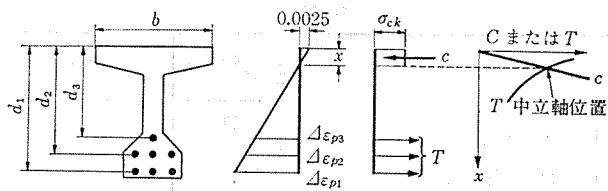


図-1

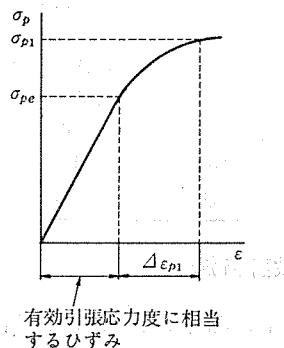


図-2

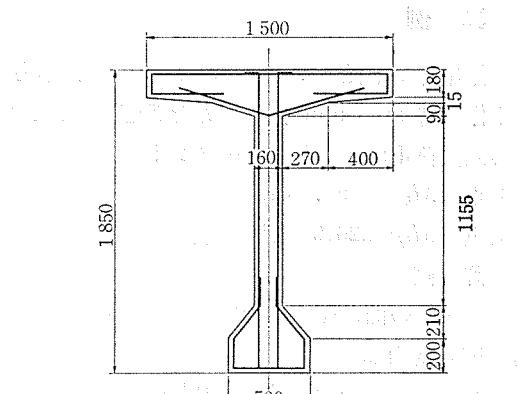


図-3

リートには、ひびわが発生しているものとする。総ひずみは、断面の中立軸からの距離に比例する。

2) コンクリート断面の圧縮応力分布は、簡単のため矩形分布とし、破壊時のひずみは 2.5×10^{-3} とする(図-1)。

3) 中立軸位置を仮定し、1) の平面保持の仮定によってPC鋼材のひずみ増加を求める。PC鋼材の応力-ひずみ曲線を用いて有効引張力度からの引張応力の増を求める。

$$\Delta\epsilon_{p1} = 0.0025 \times \frac{d_1 - x}{x}$$

図-2より、PC鋼材に作用する引張力 σ_{p1} を求める。したがって、全引張力は、

$$T = A_{p1} \cdot \sigma_{p1} + \dots$$

4) コンクリートの圧縮側の合計は、

$$C = \int_0^x b \cdot \sigma_{ck} dx$$

5) 部材の内力が平衡するためには、 $C = T$ である。

x を仮定し、 C, T をそれぞれ計算して C 曲線と T 曲線との交点を求めると、その点が破壊時の中立軸 x を与える。破壊時の曲げモーメントは

$$M_u = A_p \cdot \sigma_{p1} \left(d - \frac{x}{2} \right) + \dots$$

6) 次の荷重状態に対して、安全であることを確かめる。鉄道橋の場合

$$M_u > 1.3 D + 2.5(L+I)$$

$$M_u > 1.75(D+L+I)$$

道路橋の場合

$$M_u > 1.3 D + 2.5(D+I)$$

$$M_u > 1.8(D+L+I)$$

3. 限界状態設計による破壊曲げモーメントの計算

1) 材料強度および荷重作用に対して、設計強度に達しない可能性、あるいは使用期間内の超過荷重を考慮して部分安全係数を適用する。材料強度には材料別に一定の低減係数を、荷重作用には設計計算の誤差、施工誤差、荷重組合せなどを考慮して割増し係数を適用する。

また、プレストレッシング力に対して安全係数を考慮する規定もある。

2) 圧縮縁コンクリートの最大ひずみ量、および引張側鋼材ひずみ量に制限を考える(表-3)。

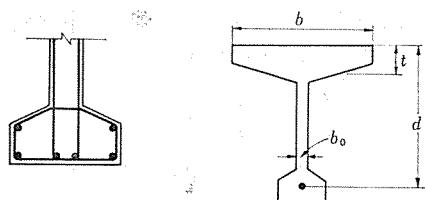
3) 平面保持の法則は成立するものとし、コンクリートの引張部分は無視する。

4) コンクリートの計算用応力度-ひずみ曲線は、バーラボラ矩形または、結果に大差がなければ矩形分布とする。

PC鋼材、鉄筋の計算応力度-ひずみ曲線は近似した曲線を使用する。

5) 中立軸位置を仮定し、コンクリートとPC鋼材および鉄筋の引張応力とがつりあうことを確かめて、PC緊張材断面図心に関するモーメントを求めれば、破壊時曲げモーメントを算出できる。この場合、コンクリートが最大圧縮ひずみに達していて鋼材引張ひずみに余裕がある場合と、鋼材引張ひずみは最大に達していてコンクリートに余裕がある場合がある。いずれの場合も鉄筋は断面破壊時には計算降伏応力度に達しているものとする。現在行われている設計では、パーシャルプレストレスで設計を行った場合以外は引張縁に配置されている軸方向筋の断面積は少ない。これはⅠ種またはⅡ種で設計を行ったり、安全側の措置として施工誤差によるプレストレスの減少量を5%程度見込んでいるためである。また最小鉄筋量は、ポストテンション部材では9mm鉄筋を25cm以下の間隔で配置することとしている。その

表-1



	鉄道橋			道路橋
主桁数	4	6	8	4
スパン(m)	34.2	34.2	44.2	35.0
b(m)	1.80	1.45	1.05	1.50
b ₀ (m)	0.25	0.25	0.25	0.16
t(m)	0.31	0.31	0.31	0.21
d(m)	3.079	2.475	1.969	1.705
PC鋼材ケーブル 数(本)	7 (12-φ12.4)	7 (12-φ12.4)	8 (12-φ12.4)	11 (12-φ7)
PC鋼材断面積 (cm ²)	78.04	78.04	89.18	50.8
鉄筋本数(φ13)	6	6	6	6
鉄筋断面積(cm ²)	7.6	7.6	7.6	7.6
有効緊張力(t)	695	632	696	383
A _p /bd	14.1×10 ⁻⁴	2.17×10 ⁻⁴	43.3×10 ⁻⁴	19.8×10 ⁻⁴
A _s /bd	1.37×10 ⁻⁴	2.11×10 ⁻⁴	3.67×10 ⁻⁴	2.97×10 ⁻⁴
設計曲げモーメント (t-m)	1 877	1 297	1 063	608
抵抗曲げモーメント (t-m)	3 946	3 059	2 435	1 291
現行の計算による 破壊時モーメント (t-m)	3 285	2 270	1 861	1 094
限界状態の設計に よる破壊時モーメント (t-m) (鉄筋の影響を無視)	3 217	2 459	1 760	1 102

ため実際の桁の設計では 13 mm 鉄筋が 20 cm 程度に配置されるものが普通である。ひびわれを許容する設計では鉄筋量は多くなり、部材の変形、ひびわれ幅制限、ひびわれ発生、破壊モーメントに効いてくる。

鉄道および道路で標準設計として一般に使用されている単純 I 型 (T型) 桁について、現行の設計法による場合と限界状態設計法による場合の破壊時モーメントを比較してみると、表-1 のようになる。引張縁近くに配置されている鉄筋量はごくわずかであるので、現行の設計法による場合と限界状態設計法による場合は無視した。また、限界状態設計法は、猪股俊司博士 (本誌 Vol. 15, No. 4) によった。鉄筋の影響を無視する限りにおいては、従来の結果と大差はないようと思われる。

次に、道路橋 ($l=35.0$ m, 断面諸元は表-1 と同じ)について、従来の設計法と限界状態設計法の 2 種類を行うと表-2 のようになる。なお、限界状態設計法の計算は 4. に示してある。

表-2

	現行の設計法 (鉄筋無視)	限界状態 設計法
PCケーブル本数	11 (12-φ7)	9 (12-φ7)
PC鋼材断面積(cm ²)	50.8	41.6
鉄筋本数	6 (φ13)	6 (φ22)
鉄筋断面積(cm ²)	7.6	23.3
緊張力(t)	383	351.5
A_p/bd	19.8×10^{-4}	16.1×10^{-4}
A_s/bd	2.97×10^{-4}	9.03×10^{-4}
設計曲げモーメント(t-m)	608	608
抵抗曲げモーメント(t-m)	1291	1017
破壊時曲げモーメント(t-m)	1094	911

3. 各国の設計方法

曲げ部材の設計に關係あると思われる設計項目を、各國の設計法について表-3 に示す。

4. 計算例

永久荷重作用時：下縁で 20 kg/cm² 以上の圧縮応力
変動荷重作用時：0.1 mm 幅 (疲労を考慮) のひびわれを許容設計荷重による曲げモーメント

$$\text{永久荷重 } M_G = 386.7 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$$\text{変動荷重 } M_Q = 220.9 \text{ (衝撃を含む)}$$

応力度の許容値

$$\text{コンクリートの曲げ圧縮応力度 } \sigma_{ca} = 130 \text{ kg/cm}^2$$

鉄筋の応力度増加量は

$$\Delta\sigma_a = w_{\max} \times 10^5 = 0.01 \times 10^5 = 10^3 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{PC鋼材 } 12\text{-}\phi 7 \text{ mm}$$

引張応力度の制限値は引張強度の 0.65 とする

$$\sigma_{pa} = 10 075 \text{ kg/cm}^2$$

断面諸係数はコンクリート断面とし、その値を以下に示す。

$$A_0 = 0.6793 \text{ m}^2$$

表-4

$\frac{\Delta\sigma_{pa}}{n_p} < \frac{\sigma_{sa}}{n_s}$	$\frac{\Delta\sigma_{pa}}{n_p} < \frac{\sigma_{sa}}{n_s}$		
d_p の範囲	m の範囲	達成される制限応力度	m の範囲
$0 < d_p < d_{p0}$	$m < m_{sc}$	σ_{sa}	$m < m_{sc}$
	$m > m_{sc}$	σ_{sa}	$m > m_{sc}$
	$m < m_{sp}$	$\Delta\sigma_{pa}$	
$d_{p0} < d_p < d_{p1}$	$m_{sp} < m < m_{sc}$	σ_{sa}	
	$m > m_{sc}$	σ_{ca}	
$d_{p1} < d_p$	$m < m_{cp}$	$\Delta\sigma_{pa}$	
	$m > m_{cp}$	σ_{ca}	

表-5

x, y	x_{xy}	m_{xy}
s, c	$d_s \cdot \frac{\sigma_{ca}}{\sigma_{ca} + \sigma_{sa}/n_s}$	$\frac{\sigma_{sa}}{n_s(d_s - x)} \cdot K(x)$
s, p	$\frac{(\sigma_{sa}/n_s) \cdot d_p - (\Delta\sigma_{pa}/n_p) \cdot d_s}{(\sigma_{sa}/n_s) - (\Delta\sigma_{pa}/n_p)}$	$\frac{\Delta\sigma_{pa}}{n_p(d_p - x)} \cdot K(x)$
c, p	$d_p \cdot \frac{\sigma_{ca}}{\sigma_{ca} + \Delta\sigma_{pa}/n_p}$	$\frac{\sigma_{ca}}{x} \cdot K(x)$

ここに, $K(x) = I_{cx} - I_{px} + (d_s - x)(Q_{cx} - Q_{px})$

$$y_0' = 0.705 \text{ m}$$

$$y_u = 1.145 \text{ m}$$

$$I = 0.3019 \text{ m}^4$$

$$i^2 = 0.4445 \text{ m}^2$$

$$e_p = 1.00 \text{ m} \quad (\text{下縁から } 14.5 \text{ cm \text{と仮定}})$$

永久荷重作用時: 下縁で 20 kg/cm^2 以上の圧縮応力度となるための必要なプレストレッシング力 P は

$$\frac{P}{A_0} \left(1 + \frac{e_p \cdot y_u}{i^2} \right) - \frac{M_G}{I} \cdot y_u \geq 200 \text{ t/m}^2$$

$$\frac{P}{0.6793} \left(1 + \frac{1.00 \times 1.145}{0.4445} \right) - \frac{386.7}{0.3019} \times 1.145 \geq 200$$

$$\therefore P = \frac{1666.6}{5.264} = 317 \text{ t}$$

したがって、プレストレッシング力の特性値

$$P_K = P_0 - 1.15 \Delta P_{p+s+r} - \Delta P_{f+e}$$

ここに

P_0 : 引張端引張力

ΔP_{f+e} : 弹性変形および摩擦による損失理論値

Δ_{p+s+r} : コンクリートのクリープ、乾燥収縮、PC 鋼材のレラクセーションによる損失理論値

PC鋼材は 12-7 mm ケーブルを 9 本用いる

1 ケーブルの PC 鋼材断面積 $A_{p1} = 4.62$

$$\therefore A_p = 4.62 \times 9 = 41.58 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_p = \frac{P}{A_p} = \frac{317 \times 10^3}{41.58} = 7624 \text{ kg/cm}^2$$

PCケーブル位置でのコンクリート応力度は、永久荷重のみ作用した状態で、

$$\begin{aligned} \sigma_{cp} &= \frac{A_p \cdot \sigma_p}{A_0} \left(1 + \frac{e_p^2}{i^2} \right) - \frac{M_G \cdot e_p}{I} \\ &= \frac{317}{0.6793} \left(1 + \frac{1.0^2}{0.4445} \right) - \frac{386.7 \times 1.00}{0.3019} \\ &= 236 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

基本状態での PC 鋼材応力度は

$$\begin{aligned} \sigma_{p0} &= \sigma_p + n\sigma_{cp} \\ &= 7624 + 6 \times 23.6 = 7766 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

したがって、PC 鋼材の引張応力度増加量に対する余裕は

$$\Delta\sigma_{pa} = \sigma_{p0} - \sigma_{p0} = 2309 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \frac{\Delta\sigma_{pa}}{n_p} > \frac{\Delta\sigma_{sa}}{n_s}$$

$$P_0 = A_p \cdot r_{p0} = 41.58 \times 7766 = 322.9 \text{ t}$$

$$m = M_G + M_Q + P_0(d_s - d_p)$$

$$d_p = 1.705 \text{ m}$$

$$d_s = 1.750 \text{ m}$$

とすれば

$$m = 386.7 + 220.9 + 322.9 \times (1.75 - 1.705)$$

$$= 622 \text{ t} \cdot \text{m}$$

表-4 より (m_{sc}) のみについて検討すればよい。

表-5 より

$$x_{sc} = d_s \cdot \frac{\sigma_{ca}}{\sigma_{ca} + \sigma_{sa}/n_s}$$

$$= 175 \times \frac{130}{130 + 166.7} = 0.767 \text{ m}$$

したがって、 $x = 0.767 \text{ m}$ の場合の Q_{cx} , Q_{px} , I_{cx} , I_{px} は数値計算の結果、以下のようになる。

$$Q_{cx} = 0.23174$$

$$Q_{px} = 0.02080$$

$$I_{cx} = 0.14720$$

$$I_{px} = 0.01951$$

したがって、表-5 より

$$m_{sc} = \frac{\sigma_{sa}}{n_s(d_s - x)} \cdot K(x)$$

$$\text{ここに } K(x) = I_{cx} + I_{px} + (d_s - x)(Q_{cx} - Q_{px})$$

上式より

$$\begin{aligned} m_{sc} &= \frac{10000}{6 \times (1.75 - 0.767)} \{ 0.1472 + 0.01951 \\ &\quad + (1.75 - 0.767)(0.23174 - 0.02080) \} \\ &= 634.2 \text{ t} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

$m < m_{sc}$ であるから表-4 より達成される引張応力度は σ_{sa} となる。

σ_c の第一近似値

$$\sigma_{c1} = \sigma_{ca} \left(\frac{m}{m_{sc}} \right)$$

$$= 1300 \times \left(\frac{622}{634.2} \right) = 1275 \text{ t/m}^2$$

$$x_1 = d_s \cdot \frac{\sigma_{ca}}{\sigma_{ca} + \sigma_{sa}/n}$$

$$= 1.75 \times \frac{127.5}{127.5 + 166.7} = 0.758 \text{ m}$$

したがって、

$$Q_{cx1} = 0.22812$$

$$Q_{px1} = 0.02362$$

$$I_{cx1} = 0.14306$$

$$I_{px1} = 0.02237$$

となる。

$$m_1 = \frac{\sigma_{sa}}{n_s(d_s - x_1)} \cdot K(x_1)$$

表-3 曲げに関する各國の規定

	CEB-FIP (1970)	DIN 1045 (1972)	ACI 318-71 (1971)	BSI CP-110 (1972)
1. 荷重値	$1.5(D_k + L_k)$ または $0.9D_k + 1.5L_k$	$1.70 \sim 2.1(D_k + L_k)$	$1.4D_k + 1.7L_k$	$1.4D_k + 1.6L_k$
2. コンクリート ○コンクリート強度と 特性値	工場製品 $f_{cd} = \left(\frac{0.85}{1.4}\right) f_{ck}$ 一般の場合 $f_{cd} = \left(\frac{0.85}{1.5}\right) f_{ck}$	$f_{cd} = (0.55 \sim 0.70) f_{wk}$	$f_{cd} = 0.85 f_{ck}$	$f_{cd} = \left(\frac{0.67}{1.5}\right) f_{wk}$
○コルククリートの応力 ひずみの形状および 終局ひずみ値	$0.85 R_b' = 0.85 \frac{R_b'}{r_b}$ $0.85 R_{bk}' / r_b$ 	$\beta_R = 0.6 \beta_w N^*$ $\epsilon_cu = 0.002 \sim 0.0035$	 $\epsilon_cu = 0.003$	$f_{cd} = 0.85 f_{ck}$ $f_{cd} = 0.67 f_{wk} / r_b$ $\epsilon_cu = 0.0035$
3. 鋼材 ○PC鋼材: 鉄筋の応力-ひずみ曲線; 終局 ひずみ曲線	 $\epsilon_{su} = 0.01$	鉄筋 $\beta_{st}^{50}/\epsilon_5$ $\epsilon_{su} = 0.005$	$f_{yd} = f_{yk}$ 規定なし	PC鋼材 $0.6 f_{pu} / r_m$ f_{pu} / r_m $\epsilon_{su} = 0.005$ 鉄筋 $0.8 f_y / r_m$ $\frac{f_y}{r_m + f_y / 2000}$ $\epsilon_{su} = 0.002$ 規定なし
○鋼材ヤング係数	鉄 鋼 棒 $2.1 \times 10^7 \text{ N/cm}^2$ ストランド $2.0 \times 10^7 \text{ N/cm}^2$ ケーブル $1.95 \times 10^7 \text{ N/cm}^2$	鉄 筋 21000 kp/mm^2 鋼線, 鋼棒 21000 kp/mm^2 鋼より線 19000 kp/mm^2	鉄 筋 $2.9 \times 10^7 \text{ psi}$ ($2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$) PC鋼材 試験または製造業者により与えられる。	鉄筋, PC鋼材 200 kN/mm^2

4. 部分安全係数 コンクリート 鋼材 プレストレッシング	一般的の場合 $r_d=1.5$, 工場製品 $r_b=1.4$ $r_a=1.15$ 最大荷重, 最小プレストレス $r_p=0.9$ 最小荷重, 最大プレストレス $r_p=1.0$	規定なし 規定なし 規定なし	規定なし 規定なし 規定なし	$r_m=1.5$ $r_m=1.15$ 規定なし																																																																				
5. 終局破壊抵抗モーメント	$M_u = \psi b \cdot x \cdot R_{eu} \cdot (d_p - \delta_{gx}) + A_s \cdot R_{se} \cdot (d_s - d_p)$		$M_u = f_{ps} A_{ps} \left(d - \frac{x}{2} \right)$ $f_{pu} = f_{pu} \left(1 - 0.5 \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} \right)$	$M_u = f_{pb} A_{ps} \left(d - \frac{x}{2} \right)$																																																																				
6. 最小鋼材量	鉄筋または付着ある鋼材量 全断面に対して0.15%以上	<table border="1"> <thead> <tr> <th>コンクリートの強度等級</th> <th>ρS_1 %</th> <th>B_{st} %</th> <th>B_{ss} %</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Bn 250</td> <td>0.13%</td> <td>0.07%</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Bn 350</td> <td>0.17%</td> <td>0.09%</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Bn 450</td> <td>0.19%</td> <td>0.10%</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Bn 550</td> <td>0.21%</td> <td>0.11%</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>スラブ: 少くとも上表の1/2 梁の上下面: 上表による 梁のウェブ: $d/2$について上表を下まわらない。</p>	コンクリートの強度等級	ρS_1 %	B_{st} %	B_{ss} %	Bn 250	0.13%	0.07%		Bn 350	0.17%	0.09%		Bn 450	0.19%	0.10%		Bn 550	0.21%	0.11%		$w_p < 0.3$ $w + w_p - w' < 0.3$ $w_w + W_{pw} - W'_w < 0.3$ $A_s = \frac{N_c}{0.5 f_y}$ または $0.004 A$ (付着ある場合)	$A_p > 0.15 b h$																																																
コンクリートの強度等級	ρS_1 %	B_{st} %	B_{ss} %																																																																					
Bn 250	0.13%	0.07%																																																																						
Bn 350	0.17%	0.09%																																																																						
Bn 450	0.19%	0.10%																																																																						
Bn 550	0.21%	0.11%																																																																						
7.たわみ	<ul style="list-style-type: none"> モーメントの0点間隔 l_i $l_i/h > 12$なら検討不要 短期たわみ 矩形梁 $p_0 > 0.5\%$ T形梁 $p_0 > 0.1\% \left(\frac{b}{b_0} \geq 10 \right)$ 曲げ剛性 $E_a \cdot A_a \cdot z(h-x) p_0 < 0.1\%$ $f = \beta l^2 \left(\frac{M_1}{E_a I_1} + \frac{4}{3} \frac{M_{II}}{E_a \cdot A_a \cdot z(h-x)} \right)$ $\leq \beta l^2 \frac{M}{E_a \cdot A_z (h-x)} M_1 + M_{II} = M$ 長期たわみ 	$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI}$	<ul style="list-style-type: none"> 短期たわみ $l/16$(単純支持)なら検討不要 ひび割れのない場合コンクリート全断面の断面2次モーメントを使用 長期たわみ 	<ul style="list-style-type: none"> 短期たわみ I, II種: 弾性解析 III種: $M_D < 0.25 M_{D+L}$ 弾性解析 $M_D > 0.25 M_{D+L}$ 曲率と Mとの関係により求める。 長期たわみ 																																																																				
8. ひび割れ	<ul style="list-style-type: none"> III種 繰り返し荷重が全くないか僅かしかない場合 $W_{max} = \Delta \sigma_a \cdot 4000 \cdot 10^{-6} \leq W_{lim}$ 繰り返し荷重のある場合 $W_{max} = \Delta \sigma_a \times 10^{-6} \leq W_{lim}$ 	<ul style="list-style-type: none"> 鋼材応力度の増加分 $\leq 2400 \text{kg/cm}^2$ 	$f_y \geq 2812 \text{kg/cm}^2$ の場合は $z = f_s \sqrt{d_c \cdot A} \leq 25850 \text{kg/cm}^2$ となるように配筋する $f_s = 0.6 f_y$	<ul style="list-style-type: none"> コンクリート断面は全断面有効とする。 曲げ引張応力度に対する限界ひび割れ幅 <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"></th> <th rowspan="2">限算ひびわれ幅 mm</th> <th colspan="3">コンクリート等級による応力度 N/mm²</th> </tr> <tr> <th>30</th> <th>40</th> <th>50</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>プレテンション</td> <td>0.10</td> <td>—</td> <td>4.1</td> <td>4.8</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0.15</td> <td>—</td> <td>4.6</td> <td>5.3</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0.20</td> <td>—</td> <td>5.0</td> <td>5.8</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0.25</td> <td>—</td> <td>5.5</td> <td>6.3</td> </tr> <tr> <td>ポストテンション(グラウト)</td> <td>0.10</td> <td>3.2</td> <td>4.1</td> <td>4.8</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0.15</td> <td>3.5</td> <td>4.6</td> <td>5.3</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0.20</td> <td>3.8</td> <td>5.0</td> <td>5.8</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0.25</td> <td>4.1</td> <td>5.5</td> <td>6.3</td> </tr> <tr> <td>PC鋼材が引張緑近くに分散している部材</td> <td>0.10</td> <td>—</td> <td>5.3</td> <td>6.3</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0.15</td> <td>—</td> <td>5.8</td> <td>6.8</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0.20</td> <td>—</td> <td>6.3</td> <td>7.3</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0.25</td> <td>—</td> <td>6.8</td> <td>7.8</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> 高さ別、コンクリート引張緑近くに配置される鉄筋比によって補正する 		限算ひびわれ幅 mm	コンクリート等級による応力度 N/mm ²			30	40	50	プレテンション	0.10	—	4.1	4.8		0.15	—	4.6	5.3		0.20	—	5.0	5.8		0.25	—	5.5	6.3	ポストテンション(グラウト)	0.10	3.2	4.1	4.8		0.15	3.5	4.6	5.3		0.20	3.8	5.0	5.8		0.25	4.1	5.5	6.3	PC鋼材が引張緑近くに分散している部材	0.10	—	5.3	6.3		0.15	—	5.8	6.8		0.20	—	6.3	7.3		0.25	—	6.8	7.8
	限算ひびわれ幅 mm	コンクリート等級による応力度 N/mm ²																																																																						
		30	40	50																																																																				
プレテンション	0.10	—	4.1	4.8																																																																				
	0.15	—	4.6	5.3																																																																				
	0.20	—	5.0	5.8																																																																				
	0.25	—	5.5	6.3																																																																				
ポストテンション(グラウト)	0.10	3.2	4.1	4.8																																																																				
	0.15	3.5	4.6	5.3																																																																				
	0.20	3.8	5.0	5.8																																																																				
	0.25	4.1	5.5	6.3																																																																				
PC鋼材が引張緑近くに分散している部材	0.10	—	5.3	6.3																																																																				
	0.15	—	5.8	6.8																																																																				
	0.20	—	6.3	7.3																																																																				
	0.25	—	6.8	7.8																																																																				

講 座

$$= \frac{1000}{6 \times (1.75 - 0.758)} \times \{0.14306 + 0.02237 \\ + (1.75 - 0.758)(0.22812 - 0.02362)\} \\ = 618.8 \text{ t} \cdot \text{m}$$

$m \neq m_1$

よって

σ_c の第二近似値

$$\sigma_{c2} = \sigma_{ca} - (\sigma_{ca} - \sigma_{c1}) \times \frac{m_{sc} - m}{m_{sc} - m_1} \\ = 1300 - (1300 - 1275) \times \frac{634.2 - 622}{634.2 - 618.8} \\ = 1280.2 \text{ t}/\text{m}^2$$

$$x_2 = d_s \cdot \frac{\sigma_{c2}}{\sigma_{c2} + \sigma_{sa}/n} \\ = 1.75 \times \frac{128}{128 + 166.7} = 0.760 \text{ m}$$

$$\therefore Q_{cx2} = 0.22892$$

$$Q_{px2} = 0.02357$$

$$I_{cx2} = 0.14397$$

$$I_{px2} = 0.02227$$

したがって、 m_2 は次のようになる。

$$m_2 = \frac{\sigma_{sa}}{n_s(d_s - x_2)} \cdot K(x_2) \\ = \frac{1000}{6 \times 1.75 - 0.760} \times \{0.14397 + 0.02227 \\ + (1.75 - 0.760)(0.22892 - 0.02357)\} \\ = 622 \text{ t} \cdot \text{m}$$

m と m_2 を比較、 $m \neq m_2$ であり OK.

P C 鋼材引張応力度増加は

$$\frac{\Delta \sigma_p}{n} = \frac{\sigma_{sa}}{n} \cdot \frac{d_p - x}{d_s - x} \\ = \frac{1000}{6} \times \frac{1.705 - 0.76}{1.75 - 0.76} \\ = 159.1 \text{ kg}/\text{cm}^2 \\ \therefore \Delta \sigma_p = n \cdot \Delta \sigma_p/n \\ = 6 \times 159.1 = 954.6 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

よって

$$A_s = \frac{1}{\sigma_{sa}} \left[\frac{\sigma_{c2}}{x_2} \cdot Q_{cx2} - (P_0 + A_p \cdot \Delta p) \right] \\ = \frac{1}{1000} \left[\frac{128.0}{76} \times 2289.2 \times 10^2 \right. \\ \left. - (322900 + 41.58 \times 954.6) \right] \\ = 23.0 \text{ cm}^2$$

D 22 を 6 本を配置する。このときの鉄筋断面積は

$$A_s = 3.88 \times 6 = 23.3 \text{ cm}^2$$

以上で必要な鉄筋量は求まった。

応力度の精算

シース 1 本の外径 $d = 4.2 \text{ cm}$ として断面諸元を求め

ると以下のようなになる。

	コンクリート断面	鉄筋のみ換算面	全鋼材を換算	合成断面
A	0.6793	0.6806	0.7043	0.7452
y_0	0.705	0.708	0.741	0.706
y_u	1.145	1.142	1.109	1.144
e_p	1.00	0.997	0.964	0.999
e_s	1.045	1.042	1.009	1.044
T	0.30193	0.30451	0.32723	0.34371
i^2	0.4445	0.4447	0.4646	0.4612

緊張力は

$$\sigma_{pi} = 0.9 \sigma_{py}$$

$$= 0.9 \times 13500 = 12150 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

$$\therefore P_i = A_p \cdot \sigma_{pi}$$

$$= 41.58 \times 12150 = 505.2 \text{ t}$$

摩擦による損失量の理論値は引張端緊張力の 0.125 とする。したがって、損失量 ΔP_f

$$\Delta P_f = 0.125 \times P_i$$

$$= 0.125 \times 505.2 = 63.2 \text{ t}$$

弾性変形による引張力の損失は、鉄筋のみの換算面積を用いる。

$$\Delta \sigma_{pe} = \frac{1}{2} \cdot n \frac{P_i - \Delta P_f}{A} \left(1 + \frac{e_p^2}{i^2} \right) \\ = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{505.2 - 63.2}{10 \times 0.6806} \left(1 + \frac{(0.997)^2}{0.4474} \right) \\ = 628 \text{ kg}/\text{cm}^2$$

$$\therefore \Delta P_e = A_p \cdot \Delta \sigma_{pe}$$

$$= 41.58 \times 628 = 26.1 \text{ t}$$

よって、

$$\Delta P_{f+e} = \Delta P_f + \Delta P_e$$

$$= 63.2 + 26.1 = 89.3 \text{ t}$$

プレストレスを与えた直後のプレストレス理論値は

	$\frac{P_t}{A}$	直後のプレストレス (kg/cm^2)
$\sigma_{co,t}$	$\left(1 - \frac{e_p \cdot y_0}{i^2} \right)$ $= 1 - \frac{0.997 \times 0.708}{0.4474} = -0.578$	-35.3
$\sigma_{cp,t}$	$\frac{415.9}{10 \times 0.6806}$ $= 61.1$ $\left(1 + \frac{e_p^2}{i^2} \right)$ $= 1 + \frac{(0.997)^2}{0.4474} = 3.222$	+196.9
$\sigma_{cs,t}$	$\left(1 + \frac{e_p \cdot e_s}{i^2} \right)$ $= 1 + \frac{0.997 \times 1.042}{0.4474} = 3.322$	+203.0
$\sigma_{cu,t}$	$\left(1 + \frac{e_p \cdot y_u}{i^2} \right)$ $= 1 + \frac{0.997 \times 1.142}{0.4474} = 3.545$	+216.6

$$P_t = P_i - 4P_{f+e} \\ = 505.2 - 89.3 = 415.9 \text{ t}$$

荷重による応力度

桁自重による応力度

	M_x	(A)	$y_x(B)$	曲げ応力度 (A)×(B) (kg/cm ²)
σ_{co}	$M=271.7$	$M/10 \times I$	0.708	63.2
		$=\frac{271.7}{10 \times 0.30451}$	0.997	-88.9
		$=89.2$	1.042	-92.9
			1.142	-101.9

桁間コンクリートによる応力度

	M_x	(A)	$y_x(B)$	曲げ応力度 (A)×(B) (kg/cm ²)
σ_{co,d_1}	$M=28.1$	$M/10 \times I$	0.741	6.4
		$=\frac{28.1}{10 \times 0.32723}$	0.964	-8.3
		$=8.6$	1.009	-8.7
			1.109	-9.5

その他の死荷重による応力度

	M_x	(A)	$y_x(B)$	曲げ応力度 (A)×(B) (kg/cm ²)
σ_{co,d_2}	$M=86.9$	$M/10 \times I$	0.706	17.9
		$=\frac{86.9}{10 \times 0.34371}$	0.999	-25.3
		$=25.3$	1.044	-26.4
			1.144	-28.9

プレストレスを与えた直後の応力度

	プレストレス	荷重による応力度 (自重)	応力 (kg/cm ²)
$\Sigma \sigma_{co}$	-35.3	63.2	27.9
$\Sigma \sigma_{cp}$	196.9	-88.9	108.0
$\Sigma \sigma_{cs}$	203.0	-92.9	110.1
$\Sigma \sigma_{cu}$	216.6	-101.9	114.7

コンクリートのクリープ、乾燥収縮による鋼材応力度の変化

	$\frac{P_k}{A}$	$\frac{N_{sk}}{A}$		P_k による	N_{sk} による	σ_{ce} (kg/cm ²)
σ_{co}		$(1 - \frac{1.00 \times 0.705}{0.4445})$ $= -0.5865$		$+ (1 - \frac{1.045 \times 0.7052}{0.4445})$ $= -0.658$	-30.3	+2.8 -27.5
$\sigma_{cp,e}$	$\frac{351.5}{10 \times 0.6793} = 51.7$	$(1 + \frac{(1.00)^3}{0.4445})$ $= 3.250$	$\frac{28.6}{10 \times 0.6793} = 4.2$	$-(1 + \frac{1.00 \times 1.045}{0.4445})$ $= -3.351$	168.0	-14.1 153.9
$\sigma_{cu,e}$		$(1 + \frac{1.00 \times 1.145}{0.4445})$ $= 3.576$		$-(1 + \frac{1.045 \times 1.145}{0.4445})$ $= -3.692$	185.0	-15.5 169.5

計算式

$$\begin{aligned} & \Delta \sigma_{p,\varphi+s} \left[1 + n \cdot \left(\frac{\sigma_{cp,t}}{\sigma_{pt}} \right) \left(1 + \frac{\varphi}{2} \right) \right] \\ & + \Delta \sigma_{s,\varphi+s} \cdot n \cdot \left(\frac{A_s}{A} \right) \left(\frac{\sigma_{cs,t}}{\sigma_{pt}} \right) \left(1 + \frac{\varphi}{2} \right) \\ & = n_\varphi \sum \sigma_{cp} + E_p \cdot \varepsilon_s \\ & \Delta \sigma_{p,\varphi+s} \cdot n \cdot \left(\frac{\sigma_{cs,t}}{\sigma_{pt}} \right) \left(1 + \frac{\varphi}{2} \right) + \Delta \sigma_{s,\varphi+s} \\ & \times \left[1 + n \left(\frac{A_s}{A} \right) \left(\frac{1+e_s^2/i^2}{1+e_p^2/i^2} \right) \left(\frac{\sigma_{cp,t}}{\sigma_{pt}} \right) \left(1 + \frac{\varphi}{2} \right) \right] \\ & = n_\varphi \sum \sigma_{cs} + E_s \cdot \varepsilon_s' \\ & \varphi = 2.0 \end{aligned}$$

$$\varepsilon_s = 15 \times 10^{-5}$$

$$\varepsilon_s' = 25 \times 10^{-5} \quad (\text{鉄筋について全乾燥収縮量を考} \text{える})$$

上式 2 式の連立方程式を解いて $\Delta \sigma_{p,\varphi+s}$, $\Delta \sigma_{s,\varphi+s}$ を求める。

連立方程式は次のようになる。

$$\begin{cases} 1.2362 \times \Delta \sigma_{p,\varphi+s} + 0.1365 \times \Delta \sigma_{s,\varphi+s} = 1193 \\ 0.2436 \times \Delta \sigma_{p,\varphi+s} + 1.1408 \times \Delta \sigma_{s,\varphi+s} = 1425 \end{cases}$$

$$\therefore \Delta \sigma_{p,\varphi+s} = 847 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Delta \sigma_{s,\varphi+s} = 1068 \text{ kg/cm}^2$$

P C 鋼材のレラクセーション 5% を考えて

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{pr} &= 0.05 \times \frac{P_t}{A_p} \\ &= 0.05 \times \frac{415.9 \times 10^3}{41.58} = 500 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

よって、P C 鋼材の引張力減少量理論値は、

$$\begin{aligned} \Delta P_{p+s+r} &= A_p (\Delta \sigma_{p,\varphi+s} + \Delta \sigma_{pr}) \\ &= 41.58 \times (847 + 500) \\ &= 56.0 \text{ t} \end{aligned}$$

鉄筋に作用する圧縮力の理論値: N_s

$$N_s = A_s \times \Delta \sigma_{s,\varphi+s} = 23.3 \times 1068 = 24.9 \text{ t}$$

したがって、有効プレストレッシング特性値は

$$\begin{aligned} P_k &= P_i - 4P_{f+e} - 1.15 \cdot \Delta P_{p+s+r} \\ &= 505.2 - 89.3 - 64.4 = 351.5 \text{ t} \end{aligned}$$

鉄筋の軸力特性値も 15% のばらつきを考えて

$$w_{s1}^* - w_{s2}^* \left(1 - \frac{b_0}{b}\right) \left(1 - \frac{t}{d}\right) = w_s^*$$

の関係から

$$(\eta)_{10} \cdot w_p^* + w_s^* = \psi_1 \cdot \alpha_1 - 0.792 \psi_2 \alpha_2$$

$$\therefore \psi_1 \cdot \alpha_1 - 0.792 \psi_2 \cdot \alpha_2 \\ = 0.922 \times 0.09569 + 0.00823 = 0.09646$$

α_1 の仮定

α_1 の第1近似値として 0.1304 とすれば

参考文献 1) の表-3 より

$$\psi_1 = 0.5262 \text{ と求まる。}$$

$$\therefore \alpha_2 = \frac{\alpha_1 - (t/d)}{1 - (t/d)} \\ = \frac{0.1304 - 0.1134}{1 - 0.1134} = 0.0192$$

よって表から $\psi_2 = 0.0947$

$$\begin{aligned} \psi_1 \alpha_1 - 0.792 \psi_2 \alpha_2 \\ = 0.5262 \times 0.1304 - 0.792 \times 0.0947 \times 0.0192 \\ = 0.06718 \end{aligned}$$

0.09646 と一致しないので第2近似値を仮定する。

α_1 の第2近似値

$$\alpha_1 = 0.1304 \times \frac{0.09646}{0.06718} = 0.1872$$

$$\psi_1 = 0.7105$$

$$\alpha_2 = \frac{0.1872 - 0.1134}{1 - 0.1134} = 0.0832$$

$$\psi_2 = 0.3848$$

$$\begin{aligned} \therefore \psi_1 \cdot \alpha_1 - 0.792 \cdot \psi_2 \cdot \alpha_2 \\ = 0.7105 \times 0.1872 - 0.792 \times 0.3848 \times 0.0832 \\ = 0.08765 \end{aligned}$$

以下、同様にして 0.09646 に一致するまで繰り返す。

結局

$$\alpha_1 = 0.1650 \times \frac{0.09646}{0.09656} = 0.16483$$

$$\psi_1 = 0.66216$$

$$\alpha_2 = \frac{0.16483 - 0.1134}{0.8866} = 0.05801$$

$$\psi_2 = 0.27641$$

$$\begin{aligned} \therefore 0.66216 \times 0.16483 - 0.792 \times 0.27641 \times 0.05801 \\ = 0.09644 \\ \approx 0.09646 \end{aligned}$$

M_u^* の計算

$\alpha_1 = 0.1648, \alpha_2 = 0.0580$ に対する m_{u1}^*, m_{u2}^* を上記表より求められる。

$$m_{u1}^* = 0.1024$$

$$m_{u2}^* = 0.0157$$

$$\begin{aligned} \therefore M_u^* &= \left[m_{u1}^* - m_{u2}^* \left(\frac{b_0}{b} \right) \left(1 - \frac{t}{d} \right)^2 \right] b \\ &\quad \cdot d^2 \cdot R_{eu}'^* \\ &= [0.1024 - 0.0157 \times 0.1067 \times 0.7861] \\ &\quad \times 1.50 \times 1.72^2 \times 2267 = 1017 \text{ t} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

$$r_s = 1.8$$

$$\begin{aligned} r_s(M_G + M_Q) &= 1.8(386.7 + 220.9) \\ &= 1094 \text{ t} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

$$r_s = 1.5$$

$$\begin{aligned} r_s(M_G + M_Q) &= 1.5(386.7 + 220.9) \\ &= 911 \text{ t} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

表-2 によれば破壊時曲げモーメントは現行の場合が大きい。その理由は、

- 1) 現行の場合、PC鋼材量が多い。
- 2) 柱上縁より中立軸までの距離は、現行の場合が 13.1 cm に対して、限界状態設計法による場合は 28.3 cm であり、したがって、アーム長さが現行の場合のほうが大きいからである。

現行の場合 $x = 13.1 \text{ cm}$

アーム長 $z = 1.705 - 0.065 = 1.64 \text{ m}$

限界状態設計法の場合 $x = \alpha_1 d_1 = 0.1648 \times 172 = 28.3 \text{ cm}$

アーム長 $z = 1.72 - 0.142 = 1.579 \text{ m}$

参 考 文 献

- 1) 猪股俊司：破壊終局限界状態安全度検討用図表について、PC協会誌 Vol. 15, No. 4
- 2) 猪股俊司：Ⅲ種プレストレストコンクリート部材設計法、PC協会誌 Vol. 17, No. 3
- 3) 鉄筋コンクリート終局強度理論の参考、土木学会コンクリートライブラリー第 34 号
- 4) 鉄筋コンクリート設計法の動向、土木学会コンクリートライブラリー第 41 号
- 5) コンクリート構造物設計施工国際指針、鹿島出版会
- 6) Handbook on the United Code for structural concrete (CP 110 : 1972)
- 7) Code for practice for the structural use of concrete CP 110 1972
- 8) ACI 規準：鉄筋コンクリート構造設計基準 (ACI 318-71)
- 9) ドイツ規格：無筋ならびに鉄筋コンクリートの規定と施工 (DIN 1045)
- 10) ドイツ規格：プレストレストコンクリート設計施工指針 (DIN 4227)