

PC 斜張橋のクリープについて

荒川敏雄*
佐藤素啓**
渡辺実**

1. まえがき

近年、橋梁の長大化に伴い、連続桁と吊橋との経済スパンの間を埋める橋梁形式として、斜張橋が注目を浴びるようになってきた。電子計算機の発達によって高次不静定構造物の解析が容易になり、特に西ドイツにおいて多数の斜張橋の完成をみた。しかし、それらのほとんどが鋼斜張橋であり、PC斜張橋の出現は1962年のモランディ教授の設計によるマラカイボ橋まで待たねばならなかつた。

PC斜張橋の場合は、鋼斜張橋と異なり、コンクリートのクリープ、乾燥収縮などの塑性変形による2次的な影響を考慮する必要がある。わが国においても本格的なPC斜張橋の計画が具現化されようとしている今日、この塑性変形による影響について、早急に解明しておかなければならぬ。

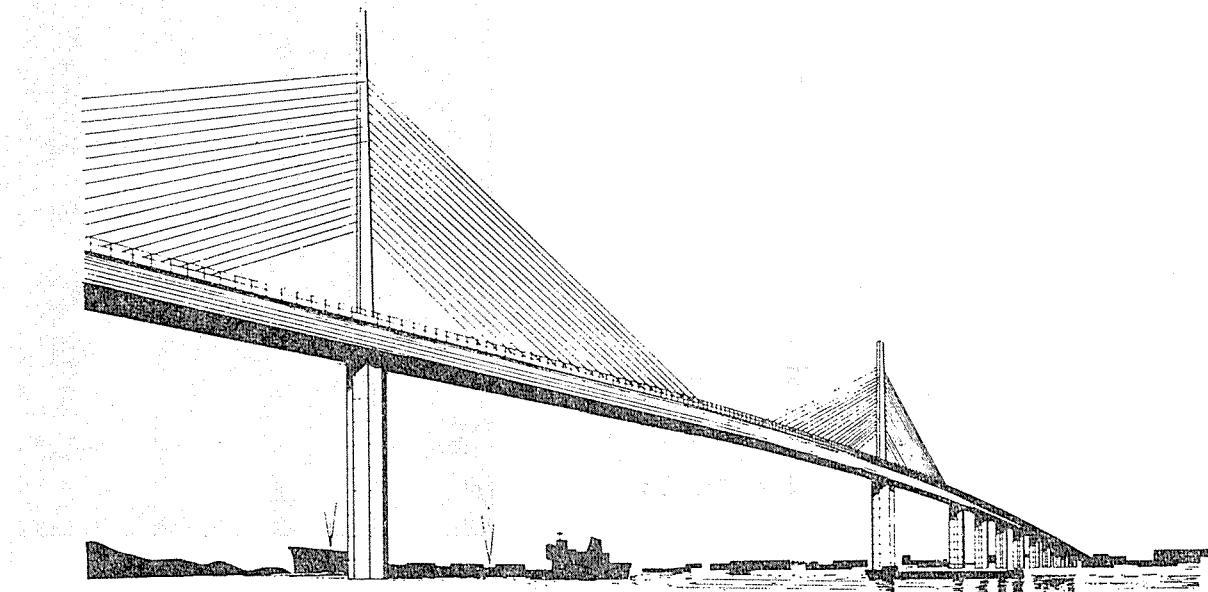
本報告は、このような状況に鑑み、コンクリートのクリープによる2次的な応力の一算定法をまとめたもので、段階施工されるPC斜張橋のコンクリートの材令差による影響を考慮に入れて、計算を試みたものである。

2. 計算上の仮定

クリープによる2次応力を以下の仮定に基づいて解析する。

- 1) コンクリートの弾性係数は一定とする。
- 2) 鉄筋やPC鋼材の拘束を無視する。
- 3) 斜張ケーブルにより主桁に生ずる軸力を無視する。
- 4) コンクリートの乾燥収縮、斜張ケーブルのレラクセーションを無視する。
- 5) クリープ曲線を $\varphi_t = k\varphi_\infty(1 - e^{-xt})$ とする。

ここで、



現在フランスのセーヌ川下流 Rouen で施工中であり、PC斜張橋としては世界最大になる。
斜張橋部分の橋長：607 m (143.5+320.0+143.5) 幅員：17.3 m

図-1 Meules 橋 完成予想図

* ピー・エス・コンクリート(株)技術部 主任研究員

** " 技術部

- φ_{∞} : 断面の形状、外気の条件などで決定される $t=\infty$ でのクリープ係数
 t : 経過時間 (図-5 参照)
 x : クリープ進行度に関する補正係数
 k : 載荷時期による補正係数 (ただし本計算では $k=1$ として扱う)

3. 基礎微分方程式の誘導

基礎微分方程式を誘導するにあたって、図-2 に示したような 1 本の斜張ケーブルで支持された片持ばかりを考える。

斜張ケーブルを任意の位置で切断して、片持ばかりを静定基本系にとり、斜張ケーブル張力を不静定力にとる。片持ばかりとして放置しておくと、コンクリートのクリープによってはりは次第に変形してゆき、斜張ケーブルの切断位置の相対変位も次第に増加してゆく。しかし、実際には、斜張ケーブルは連続しているので、相対変位を生ずることができず、斜張ケーブルには時間の経過に伴って 2 次不静定力が発生する。

時間 t において、 dt 時間に生ずる斜張ケーブル切断位置の相対変位に関する連続条件式は次のような基礎微分方程式として与えられる。

$$\delta_{11} dX_t + \delta_{11}^B X_t d\varphi + \delta_{11}^B X_1 d\varphi + \delta_{10}^B d\varphi = 0 \quad (1)$$

ここで、

δ_{11} : 性状係数

δ_{11}^B : コンクリート部分だけを考えた性状係数

δ_{10}^B : コンクリート部分だけを考えた荷重項

X_t : クリープによって発生する 2 次不静定力

X_1 : 斜張ケーブルに作用している張力 (導入プレス
トレッシング力を含む)

式(1)で、第 1 項は dt 時間に、クリープによって生

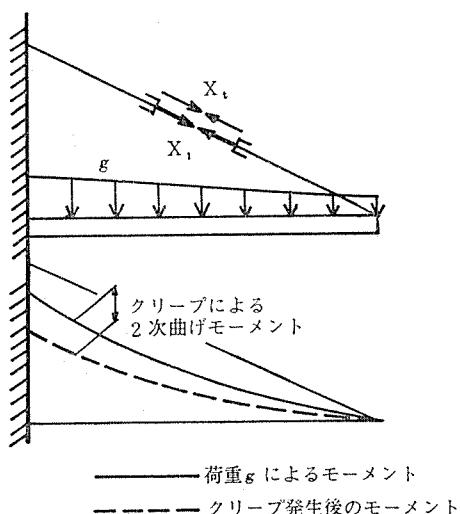


図-2 クリープによる 2 次応力

ずる 2 次張力 dX_t による弾性的な相対変位であり、第 2 項はクリープによって生ずる 2 次張力 X_t による相対変位の dt 時間におこるクリープ増である。また、第 3 項は斜張ケーブルの張力 X_1 による相対変位の dt 時間におこるクリープ増であり、第 4 項は片持ばかりと考えた場合の荷重による相対変位の dt 時間におこるクリープ増である。

式(1)を $\alpha = \delta_{11}^B / \delta_{11}$ とおき、 $\delta_{10}^B = \delta_{10}$ 、 $\delta_{10}^B / \delta_{11} = -X_1$ なる関係から書き換えれば、次のようになる。

$$\frac{dX_t}{\alpha(X_t + X_1 - 1/\alpha \cdot X_1)} = -d\varphi \quad (2)$$

積分定数を C として式(2)を積分すると、

$$X_t + X_1 - \frac{1}{\alpha} X_1 = C \cdot e^{-\alpha \varphi} \quad (3)$$

$t=0$ のとき、 $\varphi=0$ 、 $X_t=0$ なる初期条件より積分定数 C を求めると、

$$C = X_1 - \frac{1}{\alpha} X_1 \quad (4)$$

式(4)を式(3)に代入して整理すると次式が得られる。

$$X_t = \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \cdot X_1 \cdot (1 - e^{\alpha \varphi}) \quad (5)$$

式(5)はクリープの進行状態には関係なく、クリープ係数 φ の値のみに関係する。また、 α の値は構造系、主桁の曲げ剛度、斜張ケーブルの伸び剛度によって決定される。

4. クリープによる発生 2 次応力の計算

斜張橋を分割して段階的に施工した場合、最初の施工区間と最終の施工区間のコンクリートには相当の材令差が生じ、クリープの進行状態も各施工区間で異なるものになる。本節では各施工区間ごとにコンクリートの材令差を考慮して、クリープによる 2 次応力を算定することとする。

(1) 構造系と施工順序

図-3 に示したような片持ばかりを静定基本系とする構造系について考えることにする。施工順序は、各施工区間ごとに右側へ向って張り出してゆくものとする。ここで、各施工区間の施工時間を t_i で表わす。

(2) 区分性状係数と区分荷重項

区分性状係数、区分荷重項は弾性方程式で一般に用いられている性状係数、荷重項を、同一施工区間ごとに分割して、コンクリート部分について計算したものである。

a) 区分性状係数 各施工区間のコンクリート部分に関する性状係数は次式で与えられる (図-4)。

$$\delta_{j(i+k)}^B = \int^k \frac{M_i M_j}{EI} dx \quad (6)$$

ここで、 $j \geq i$ のとき $k=1 \sim i$ 施工区間

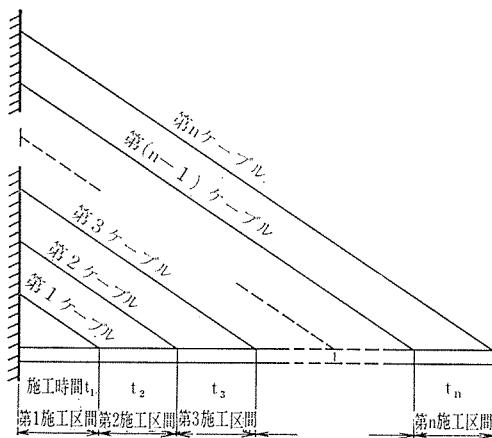


図-3 構造系と施工順序

$j < i$ のとき $k=1 \sim j$ 施工区間

b) 区分荷重項 各施工区間のコンクリート部分に関する荷重項は次式で与えられる(図-4)。

$$B_{\delta_{i0}(k)} = \int^k \frac{M_0 M_i}{EI} dx \quad \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 $k=1 \sim i$ 施工区間

(3) 各施工区間のクリープ曲線とコンクリートの材
令差

a) クリープ曲線 各施工区間のクリープ曲線は同一形状として、式(8)で表わす。また、各施工区間のクリープ進行状態を図-5に示す。

$$\varphi = \varphi_\infty (1 - e^{-xt}) \quad \dots \dots \dots (8)$$

① 第1施工区間完成から第2施工区間完成まで

$$\left. \begin{array}{l} \text{第1施工区間 } \varphi_1 = \varphi_\infty e^{-xt_1} (1 - e^{-xt}) \\ \text{第2施工区間 } \varphi_2 = \varphi_\infty (1 - e^{-xt}) \\ t=0 \sim t_2 \text{ の任意時間} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

② 第2施工区間完成から第3施工区間完成まで

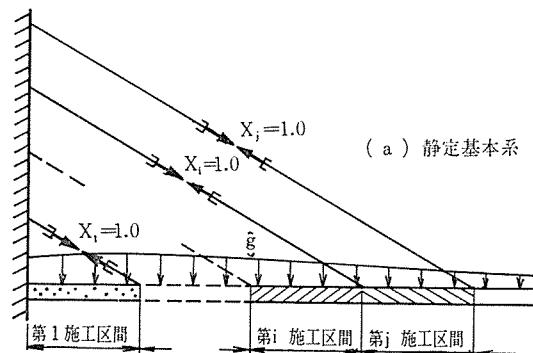
$$\left. \begin{array}{l} \text{第1施工区間 } \varphi_1 = \varphi_\infty e^{-x(t_1+t_2)} (1 - e^{-xt}) \\ \text{第2施工区間 } \varphi_2 = \varphi_\infty e^{-xt_2} (1 - e^{-xt}) \\ \text{第3施工区間 } \varphi_3 = \varphi_\infty (1 - e^{-xt}) \\ t=0 \sim t_3 \text{ の任意時間} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

③ 第*i*施工区間完成から第(*i*+1)施工区間完成ま
で

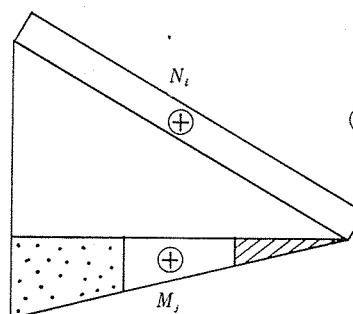
$$\left. \begin{array}{l} \text{第1施工区間 } \varphi_1 = \varphi_\infty e^{-x(t_1+t_2+\dots+t_i)} (1 - e^{-xt}) \\ \text{第2施工区間 } \varphi_2 = \varphi_\infty e^{-x(t_2+t_3+\dots+t_i)} (1 - e^{-xt}) \\ \text{第3施工区間 } \varphi_3 = \varphi_\infty e^{-x(t_3+t_4+\dots+t_i)} (1 - e^{-xt}) \\ \vdots \\ \text{第*i*施工区間 } \varphi_i = \varphi_\infty e^{-xt_i} (1 - e^{-xt}) \\ \text{第(*i*+1)施工区間 } \varphi_{i+1} = \varphi_\infty (1 - e^{-xt}) \\ t=0 \sim t_{i+1} \text{ の任意時間} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

④ 第*n*施工区間完成から最終時($t=\infty$)まで

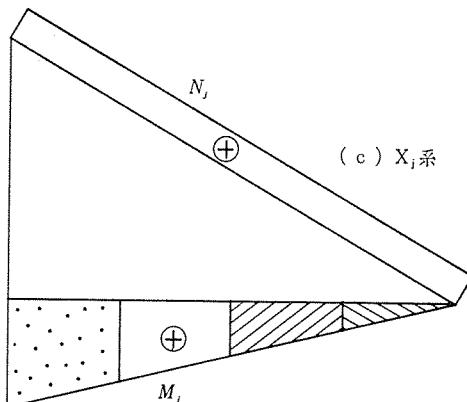
$$\left. \begin{array}{l} \text{第1施工区間 } \varphi_1 = \varphi_\infty e^{-x(t_1+t_2+\dots+t_n)} (1 - e^{-xt}) \\ \text{第2施工区間 } \varphi_2 = \varphi_\infty e^{-x(t_2+t_3+\dots+t_n)} (1 - e^{-xt}) \end{array} \right\}$$



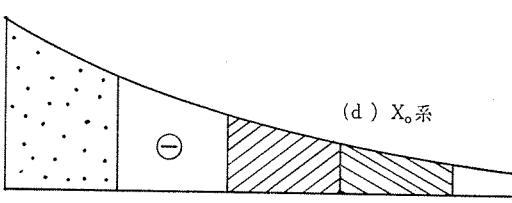
(a) 静定基本系



(b) X_i 系



(c) X_i 系



(d) X_0 系

図-4 区分性状係数と区分荷重項

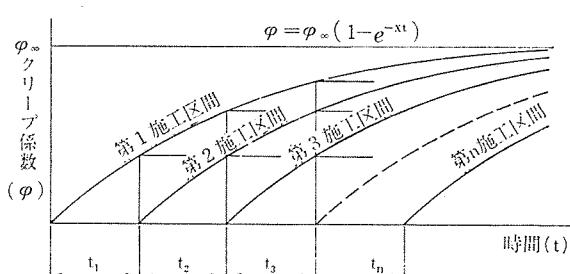


図-5 クリープ曲線

報 告

として整理すると次式のようになる。

$$\delta_{11} \frac{dX_{t_1}}{d\varphi} + \delta_{11} * X_{t_1} + \delta_{11} * X_1 + \delta_{10} * X_2 = 0 \quad \dots\dots\dots(22)$$

この微分方程式を、 $\varphi=0$ のとき $X_{t_1}=0$ なる初期条件で解き、 $\varphi=\varphi_\infty(1-e^{-xt_1})$ の値でクリープによる 2 次張力 X_{t_1} を求める。

第 2 施工区間の張り出し完了後、第 2 ケーブルを配置し、必要緊張力 $P_{2(2)}$ を導入して第 2 施工区間を完成する。ここで、第 2 ケーブルの緊張によって第 1 ケーブルに 2 次張力が発生する。これを $P_{1(2)}$ とすると第 1、第 2 ケーブルの第 2 施工区間完成直後の張力はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= P_{1(1)} + X_{1(2)} + X_{t_1(2)} + P_{1(2)} \\ X_2 &= P_{2(2)} + X_{2(3)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

になる。

③ 施工段階 3 (第 3 施工区間の施工、図-9)

第 3 施工区間の施工によって、第 1、第 2 ケーブルに弾性 2 次張力が発生する。これを $X_{1(3)}$, $X_{2(3)}$ とすると、第 1、第 2 ケーブルの張力はそれぞれ次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= P_{1(1)} + X_{1(2)} + X_{t_1(2)} + P_{1(2)} + X_{1(3)} \\ X_2 &= P_{2(2)} + X_{2(3)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

第 3 施工区間完成直前（第 3 ケーブル配置緊張直前）までに、クリープによって第 1、第 2 ケーブルに 2 次張力 $X_{t_1(3)}$, $X_{t_2(3)}$ がそれぞれ発生する。

第 2 施工区間完成から第 3 施工区間完成直前 ($t=0 \sim t_3$) までの dt 時間の連続条件式は、第 1、第 2 ケーブルについてそれぞれ次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} dX_{t_1} + \delta_{12} dX_{t_2} + \delta_{11(1)}^B e^{-xT(1)} X_{t_1} d\varphi \\ + \delta_{12(1)}^B e^{-xT(1)} X_{t_2} d\varphi + \delta_{11(1)}^B e^{-xT(1)} X_1 d\varphi \\ + \delta_{12(1)}^B e^{-xT(1)} X_2 d\varphi + \delta_{10(1)}^B e^{-xT(1)} d\varphi = 0 \\ \delta_{21} dX_{t_1} + \delta_{22} dX_{t_2} + \delta_{21(1)}^B e^{-xT(1)} X_{t_1} d\varphi \\ + \{\delta_{22(1)}^B e^{-xT(1)} + \delta_{22(2)}^B e^{-xT(2)}\} X_{t_2} d\varphi \\ + \delta_{21(1)}^B e^{-xT(1)} X_1 d\varphi + \{\delta_{22(1)}^B e^{-xT(1)} \\ + \delta_{22(2)}^B e^{-xT(2)}\} X_2 d\varphi + \{\delta_{20(1)}^B e^{-xT(1)} \\ + \delta_{20(2)}^B e^{-xT(2)}\} d\varphi = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

さらに、これらを

$$\left. \begin{aligned} \delta_{10}^* &= \delta_{10(1)}^B e^{-xT(1)} \\ \delta_{20}^* &= \delta_{20(1)}^B e^{-xT(1)} + \delta_{20(2)}^B e^{-xT(2)} \\ \delta_{11}^* &= \delta_{11(1)}^B e^{-xT(1)} \\ \delta_{12}^* &= \delta_{12(1)}^B e^{-xT(1)} \\ \delta_{22}^* &= \delta_{22(1)}^B e^{-xT(1)} + \delta_{22(2)}^B e^{-xT(2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

として整理すると次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} \frac{dX_{t_1}}{d\varphi} + \delta_{12} \frac{dX_{t_2}}{d\varphi} + \delta_{11} * X_{t_1} + \delta_{12} * X_{t_2} \\ + \delta_{11} * X_1 + \delta_{12} * X_2 + \delta_{10}^* = 0 \end{aligned} \right\}$$

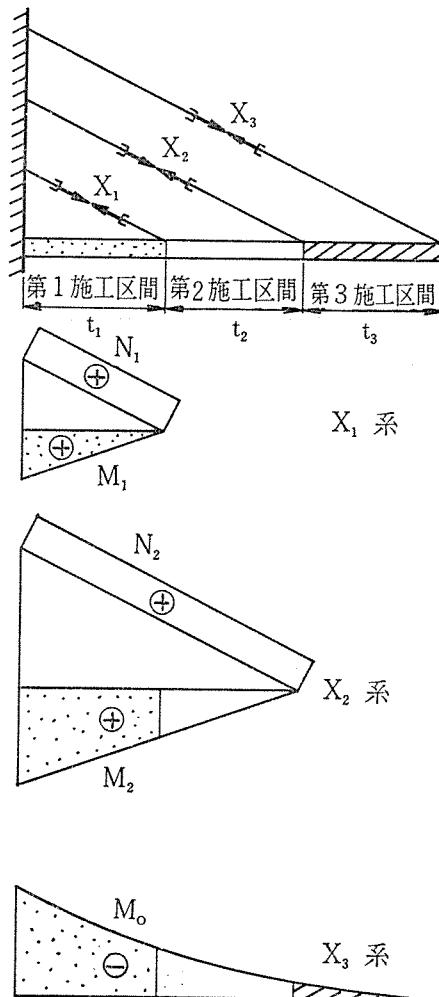


図-9 施工段階 3

$$\left. \begin{aligned} \delta_{21} \frac{dX_{t_1}}{d\varphi} + \delta_{22} \frac{dX_{t_2}}{d\varphi} + \delta_{21} * X_{t_1} + \delta_{22} * X_{t_2} \\ + \delta_{21} * X_1 + \delta_{22} * X_2 + \delta_{20}^* = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

この連立微分方程式を、 $\varphi=0$ のとき $X_{t_1}=0$, $X_{t_2}=0$ なる初期条件で解き、 $\varphi=\varphi_\infty(1-e^{-xt_1})$ の値でクリープによる 2 次張力 X_{t_1} , X_{t_2} を求める。

第 3 施工区間の張り出し完了後、第 3 ケーブルを配置し、必要緊張力 $P_{3(3)}$ を導入して第 3 施工区間を完成する。ここで、第 3 ケーブルの緊張によって第 1、第 2 ケーブルに 2 次張力が発生する。これを $P_{1(3)}$, $P_{2(3)}$ とすると、第 1、第 2、第 3 ケーブルの第 3 施工区間完成直後の張力はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= P_{1(1)} + X_{1(2)} + X_{t_1(2)} + P_{1(2)} \\ X_2 &= P_{2(2)} + X_{2(3)} + X_{t_2(3)} + P_{2(3)} \\ X_3 &= P_{3(3)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28)$$

となる。

④ 施工段階 n (最終施工区間の施工)

最終施工区間 n の施工によって、第 1 ケーブルから第

(n-1) ケーブルに弾性 2 次張力が発生する。これらを $X_{1(n)}, X_{2(n)}, \dots, X_{n-1(n)}$ とすると、各ケーブルの張力はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= P_{1(1)} + \sum_{m=2}^{n-1} \{X_{1(m)} + X_{t1(m)} + P_{1(m)}\} + X_{1(n)} \\ X_2 &= P_{2(2)} + \sum_{m=3}^{n-1} \{X_{2(m)} + X_{t2(m)} + P_{2(m)}\} + X_{2(n)} \\ \vdots & \\ X_{n-1} &= P_{n-1(n-1)} + X_{n-1(n)} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (29)$$

になる。第 n 施工区間完成直前（第 n ケーブル配置緊張直前）までに、クリープによって各ケーブルには、2 次張力が発生する。これを $X_{t1(n)}, X_{t2(n)}, \dots, X_{tn-1(n)}$ とする。

第 (n-1) 施工区間完成から最終施工区間完成直前 ($t=0 \sim t_n$) までの dt 時間の連続条件式は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{m=1}^{n-1} \left\{ \delta_{1m} \frac{dX_{tm}}{d\varphi} + \delta_{1m}^* X_{tm} + \delta_{1m}^* X_m \right\} + \delta_{10}^* &= 0 \\ \sum_{m=1}^{n-1} \left\{ \delta_{2m} \frac{dX_{tm}}{d\varphi} + \delta_{2m}^* X_{tm} + \delta_{2m}^* X_m \right\} + \delta_{20}^* &= 0 \\ \vdots & \\ \sum_{m=1}^{n-1} \left\{ \delta_{n-1,m} \frac{dX_{tm}}{d\varphi} + \delta_{n-1,m}^* X_{tm} + \delta_{n-1,m}^* X_m \right\} & \\ + \delta_{n-1,0}^* &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (30)$$

ここで、材令差を考慮した荷重項と性状係数は、

$$\left. \begin{aligned} \delta_{10}^* &= \delta_{10(1)} B e^{-xT(1)} \\ \delta_{20}^* &= \delta_{20(1)} B e^{-xT(1)} + \delta_{20(2)} B e^{-xT(2)} \\ \vdots & \\ \delta_{n-1,0}^* &= \sum_{m=1}^{n-1} \delta_{n-1,m} B e^{-xT(m)} \\ \delta_{11}^* &= \delta_{11(1)} B e^{-xT(1)} \\ \delta_{12}^* &= \delta_{12(1)} B e^{-xT(1)} \\ \vdots & \\ \delta_{1,n-1}^* &= \delta_{1,n-1(1)} B e^{-xT(1)} \\ \delta_{22}^* &= \delta_{22(1)} B e^{-xT(1)} + \delta_{22(2)} B e^{-xT(2)} \\ \delta_{23}^* &= \delta_{23(1)} B e^{-xT(1)} + \delta_{23(2)} B e^{-xT(2)} \\ \vdots & \\ \delta_{2,n-1}^* &= \delta_{2,n-1(1)} B e^{-xT(1)} + \delta_{2,n-1(2)} B e^{-xT(2)} \\ \vdots & \\ \delta_{n-1,n-1}^* &= \sum_{m=1}^{n-1} \delta_{n-1,n-1(m)} B e^{-xT(m)} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (31)$$

である。この連立微分方程式を、 $\varphi=0$ のとき $X_{t1}=X_{t2}=\dots=X_{tn-1}=0$ なる初期条件で解き、 $\varphi=\varphi_\infty(1-e^{-xt_n})$ の値でクリープによる 2 次張力 $X_{t1}, X_{t2}, \dots, X_{tn-1}$ を求める。

第 n 施工区間の張り出し完了後、第 n ケーブルを配置し、必要緊張力 $P_{n(n)}$ を導入して橋体を完成する。こ

こで、第 n ケーブルの緊張によって各ケーブルに 2 次張力が発生する。これを $P_{1(n)}, P_{2(n)}, \dots, P_{n-1(n)}$ とすると、橋体完成直後における各ケーブルの張力はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= P_{1(1)} + \sum_{m=2}^n \{X_{1(m)} + X_{t1(m)} + P_{1(m)}\} \\ X_2 &= P_{2(2)} + \sum_{m=3}^n \{X_{2(m)} + X_{t2(m)} + P_{2(m)}\} \\ \vdots & \\ X_{n-1} &= P_{n-1(n-1)} + X_{n-1(n)} + X_{tn-1(n)} + P_{n-1(n)} \\ X_n &= P_{n(n)} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (32)$$

となる。

⑤ 最終施工区間（橋体）完成後から $t=\infty$ まで橋体完成後に載荷される静荷重（橋面荷重）によって、各ケーブルに弾性に 2 次張力が発生する。これを $X_{1(\infty)}, X_{2(\infty)}, \dots, X_{n(\infty)}$ とすると、各ケーブルの張力は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= P_{1(1)} + \sum_{m=2}^n \{X_{1(m)} + X_{t1(m)} + P_{1(m)}\} + X_{1(\infty)} \\ X_2 &= P_{2(2)} + \sum_{m=3}^n \{X_{2(m)} + X_{t2(m)} + P_{2(m)}\} + X_{2(\infty)} \\ \vdots & \\ X_{n-1} &= P_{n-1(n-1)} + X_{n-1(n)} + X_{tn-1(n)} \\ &+ P_{n-1(n)} + X_{n-1(\infty)} \\ X_n &= P_{n(n)} + X_{n(\infty)} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (33)$$

橋体の完成後、 $t=\infty$ までにクリープによって各ケーブルに、2 次張力が発生する。これを $X_{t1(\infty)}, X_{t2(\infty)}, \dots, X_{tn(\infty)}$ とする。

橋体の完成から $t=\infty$ までの dt 時間の連続条件式は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{m=1}^n \left\{ \delta_{1m} \frac{dX_{tm}}{d\varphi} + \delta_{1m}^* X_{tm} + \delta_{1m}^* X_m \right\} + \delta_{10}^* &= 0 \\ \sum_{m=1}^n \left\{ \delta_{2m} \frac{dX_{tm}}{d\varphi} + \delta_{2m}^* X_{tm} + \delta_{2m}^* X_m \right\} + \delta_{20}^* &= 0 \\ \vdots & \\ \sum_{m=1}^n \left\{ \delta_{nm} \frac{dX_{tm}}{d\varphi} + \delta_{nm}^* X_{tm} + \delta_{nm}^* X_m \right\} & \\ + \delta_{n0}^* &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (34)$$

ここで、材令差を考慮した荷重項と性状係数は、

$$\left. \begin{aligned} \delta_{10}^* &= \delta_{10(1)} B e^{-xT(1)} \\ \delta_{20}^* &= \delta_{20(1)} B e^{-xT(1)} + \delta_{20(2)} B e^{-xT(2)} \\ \vdots & \\ \delta_{n0}^* &= \sum_{m=1}^n \delta_{n0(m)} B e^{-xT(m)} \\ \delta_{11}^* &= \delta_{11(1)} B e^{-xT(1)} \\ \delta_{12}^* &= \delta_{12(1)} B e^{-xT(1)} \\ \vdots & \\ \delta_{1n}^* &= \delta_{1n(1)} B e^{-xT(1)} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (35)$$

報 告

$$\begin{aligned}\delta_{22}^* &= \delta_{22(1)} B e^{-xT(1)} + \delta_{22(2)} B e^{-xT(2)} \\ \delta_{23}^* &= \delta_{23(1)} B e^{-xT(1)} + \delta_{23(2)} B e^{-xT(2)} \\ \vdots \\ \delta_{2n}^* &= \delta_{2n(1)} B e^{-xT(1)} + \delta_{2n(2)} B e^{-xT(2)} \\ \vdots \\ \delta_{nn}^* &= \sum_{m=1}^n \delta_{nn(m)} B e^{-xT(m)}\end{aligned}$$

である。この連立微分方程式を、 $\varphi=0$ のとき $X_{t1}=X_{t2}=\dots=X_{tn}=0$ なる初期条件で解き、 $\varphi=\varphi_\infty$ の値でクリープによる 2 次張力 $X_{t1}, X_{t2}, \dots, X_{tn}$ を求める。

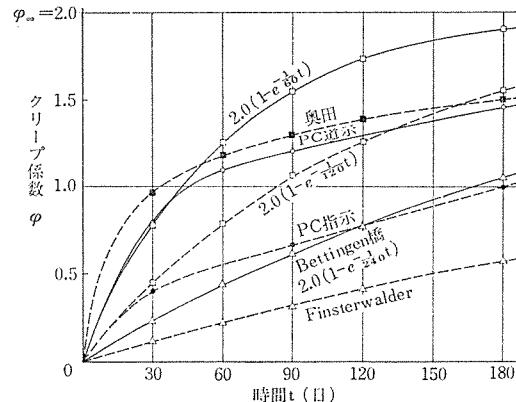
以上、最終状態 ($t=\infty$) における各ケーブルの張力は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= P_{1(1)} + \sum_{m=2}^n \{X_{1(m)} + X_{t1(m)} + P_{1(m)}\} \\ &\quad + X_{1(\infty)} + X_{t1(\infty)} \\ X_2 &= P_{2(2)} + \sum_{m=3}^n \{X_{2(m)} + X_{t2(m)} + P_{2(m)}\} \\ &\quad + X_{2(\infty)} + X_{t2(\infty)} \\ \vdots \\ X_{n-1} &= P_{n-1(n-1)} + X_{n-1(n)} + X_{t,n-1(n)} \\ &\quad + P_{n-1(n)} + X_{n-1(\infty)} + X_{t,n-1(\infty)} \\ X_n &= P_{n(n)} + X_{n(\infty)} + X_{tn(\infty)} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

5. コンクリートのクリープ進行度

クリープの進行度については諸説があり、現在のところまだ明確なものはない。

プレストレスト コンクリート道路橋示方書¹⁾（以下 P C 道示）、プレストレスト コンクリート設計施工指針²⁾（以下 P C 指針）が定めているもの、ドイツの Bettingen 橋の設計報告に示されたもの、ディビダーグ社の Finsterwalder 氏が多数の実橋測定結果から与えたもの、飯村氏らの報告によるものを表一、図—10 に示した。ここで、Bettingen 橋、Finsterwalder のものはクリープ曲線を指数関数で近似させ、 t を年単位としてそれぞれ次式で与えている。



図—10 クリープ曲線

$$\left. \begin{aligned} \text{Bettingen 橋}^4) : \varphi &= \varphi_\infty (1 - e^{-1.507t}) \\ \text{Finsterwalder}^5) : \varphi &= \varphi_\infty (1 - e^{-0.6932t}) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

飯村のものは対数関数で近似させ、 t を日単位として次式で与えている。

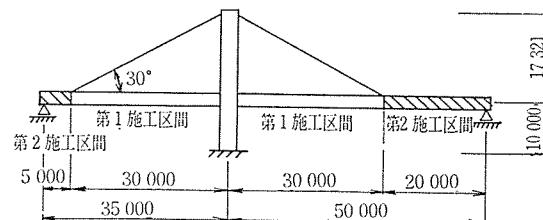
$$\text{飯 村}^3) : \varphi = 2/3 \log t \quad (38)$$

さらに、クリープ曲線を指数関数で近似させ、クリープ補正係数を $x=1/60, 1/120, 1/240$ として計算したものと加えた。ここでは最終クリープ係数を $\varphi_\infty=2.0$ として計算した。

クリープ補正係数を $x=1/60, 1/120$ としたもの、飯村が提案したものは P C 道示の値に近く、クリープ補正係数を $x=1/240$ としたものは P C 指針、あるいは、Bettingen 橋の値に近い。

6. 計 算 例

図—11 に示した 2 径間連続斜張橋について考えるこ



図—11 計算例

表一 クリープ進行度

時 間 t (日)	30		60		90		120		180		365	
	φ	φ/φ_∞										
P C 道示	0.80	40	1.10	55	1.20	60	—	—	1.46	73	1.64	82
P C 指針	0.40	20	—	—	0.67	33	—	—	1.00	50	—	—
$2.0(1-e^{-1/60t})$	0.79	39	1.26	63	1.55	78	1.73	87	1.90	95	2.00	100
$2.0(1-e^{-1/120t})$	0.44	22	0.79	39	1.06	53	1.26	63	1.55	78	1.90	95
$2.0(1-e^{-1/240t})$	0.24	12	0.44	22	0.63	31	0.79	39	1.06	53	1.56	78
Bettingen 橋	0.23	12	0.44	22	0.62	31	0.78	39	1.05	52	1.56	78
Finsterwalder	0.11	6	0.22	11	0.31	16	0.41	20	0.58	29	1.00	50
飯 村, 奥 田	0.98	49	1.19	59	1.30	65	1.39	69	1.50	75	1.71	85

$\varphi_\infty=2.0$ として φ/φ_∞ を百分率で示した。

表-2 計算条件

(a) 断面定数

	断面2次モーメント 断面積	弹性係数
主 桁	$I_c = 2 \text{ m}^4$	$E_c = 30 \times 10^5 \text{ t/m}^2$
塔	$I_t = 2 \text{ m}^4$	$E_t = 30 \times 10^5 \text{ t/m}^2$
ピア	$I_p = 6 \text{ m}^4$	$E_p = 30 \times 10^5 \text{ t/m}^2$
斜張ケーブル	$A_s = 0.01 \text{ m}^2$	$E_s = 20 \times 10^6 \text{ t/m}^2$

(b) 荷重

主 桁 自 重	$g = 5 \text{ t/m}$
橋面荷重	$g' = 2 \text{ t/m}$

(c) 施工法

第1施工区間	カンチレバー架設
第2施工区間	支保工施工

とにする。塔と主桁は剛結構であり、3段階に分けて施工する。また、計算に際して斜張ケーブル張力と両端の支点反力を不静定力とした。そして、表-2にその断面諸定数、荷重強度、施工法をそれぞれ示した。

(1) 計算結果と考察

a) 計算パラメーター クリープによって発生する2次応力に影響を及ぼす代表的な因子として、次のようなものが考えられる。

① クリープ係数 φ_∞

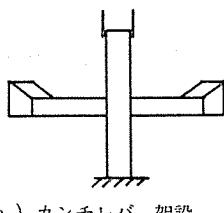
② クリープ補正係数(進行度) x

③ 施工時間 t

④ 斜張ケーブルのプレストレッシング力 P

ここでは最終クリープ係数を $\varphi_\infty = 2.0$ に定め、他の②、③、④のパラメーターについて計算し、考察する。

計算パラメーターは表-3のようなケースについて変化



(a) カンチレバー架設

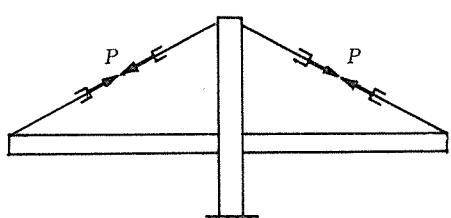
(b) 斜張ケーブルの
プレストレッシング作業

図-12 施工段階 1

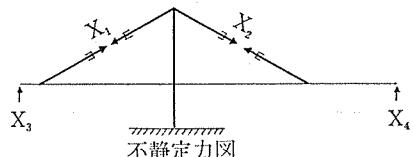
表-3 計算ケース

ケース	クリープ補正係数 x	施工時間 $T(\text{日})$	$x \cdot T$	プレストレッシング力 $P(t)$	備考
A 1	1/60	30	1/2	100	クリープ補正係数を一定
A 2	1/60	60	1	100	$x=1/60$
A 3	1/60	120	2	100	
B 1	1/120	30	1/4	100	クリープ補正係数を一定
B 2	1/120	60	1/2	100	$x=1/120$
B 3	1/120	120	1	100	
C 1	1/240	30	1/8	100	クリープ補正係数を一定
C 2	1/240	60	1/4	100	$x=1/240$
C 3	1/240	120	1/2	100	
D 1	—	∞	∞	100	施工時間を $T=0, \infty$ にした
D 2	—	0	0	100	
E 1	1/120	60	1/2	0	プレストレッシング力を 0 t, 200 tにした
E 2	1/120	60	1/2	200	

表-4 各施工段階の弾性不静定力 (t)

ケース	不静定力 プレストレッシング	施工段階 1	施工段階 2	施工段階 3	合計	総支保工 施工
		主桁自重	橋面荷重			
A 1~3	X_1	100.0	15.7	15.2	130.9	53.4
B 1~3	X_2	100.0	18.3	17.5	135.8	61.3
C 1~3	X_3	—	13.9	18.6	32.5	65.1
D 1~3	X_4	—	68.9	34.5	103.4	120.8
E 1	X_1	0	15.7	15.2	30.9	
	X_2	0	18.3	17.5	35.8	
	X_3	—	13.9	18.6	32.5	
	X_4	—	68.9	34.5	103.4	
E 2	X_1	200.0	15.7	15.2	230.9	
	X_2	200.0	18.3	17.5	235.8	
	X_3	—	13.9	18.6	32.5	
	X_4	—	68.9	34.5	103.4	

※主桁自重 $g = 5 \text{ t/m}$
橋面荷重 $g' = 2 \text{ t/m}$



不静定力図

させた。

b) 施工段階

① 施工段階 1 (第1施工区間の施工)

ピアと柱頭部を施工した後、主桁をフォルバウワーゲン等で張り出してゆき、これと並行して塔を建てあげてゆく(図-12(a))。主桁の張り出し完了後、斜張ケーブルを配置し、主桁の応力状態を調整するのに必要なプレストレッシング力を導入する(図-12(b))。施工段階1での斜張ケーブルの張力を表-4に示す。

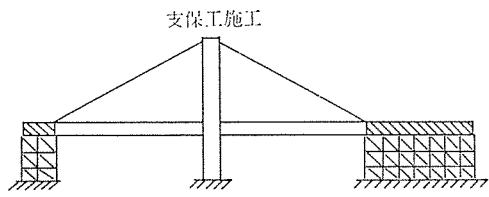


図-13 施工段階 2

$$X_1 = X_2 = P$$

② 施工段階 2 (第2施工区間の施工)

第2施工区間は支保工上で施工する(図-13)。この段階では不静定構造となっているので、時間の経過に伴って、クリープによる2次不静定力 $X_{t(2)}$ が発生する。これを表-5に示す。また、支保工の撤去によって、主桁自重による弾性2次不静定力 $X_{(2)}$ が発生する。これを表-4に示す。

表-5 クリープによって発生する2次不静定力

(a) クリープ補正係数と施工時間を変化させた場合

ケース	クリープ補正係数 x	施工時間 T (日)	$x \cdot T$	第2区間完成時 X_{t1}, X_{t2}		第2区間完成から $t=\infty$ まで		
				X_{t1}	X_{t2}	X_{t3}	X_{t4}	
A 1	1/60	30	1/2	3.5 (33.5) 30.0	(35.5) 32.0	-10.6	-8.1	
A 2	1/60	60	1	3.4 (17.7) 14.3	(19.7) 16.3	-5.3	-4.7	
A 3	1/60	120	2	1.8 (5.5) 3.5	(6.5) 4.7	-1.6	-1.7	
B 1	1/120	30	1/4	2.6 (46.6) 44.0	(48.2) 45.6	-15.0	-10.6	
B 2	1/120	60	1/2	3.5 (33.5) 30.0	(35.5) 32.0	-10.6	-8.1	
B 3	1/120	120	1	3.4 (17.7) 14.3	(19.7) 16.3	-5.3	-4.7	
C 1	1/240	30	1/8	1.7 (55.1) 53.4	(56.3) 54.6	-18.0	-12.2	
C 2	1/240	60	1/4	2.6 (46.4) 44.0	(48.2) 45.6	-15.0	-10.6	
C 3	1/240	120	1/2	3.5 (33.5) 30.0	(35.5) 32.0	-10.6	-8.1	
D 1	—	0	0	0 64.7	65.4	-21.4	-14.1	
D 2	—	∞	∞	0 0	0	0	0	

* $\varphi_\infty=2.0$, $P=100 t$

() 内数字は最終(合計)2次不静定力を示す。

(b) プレストレッシング力を変化させた場合

ケース	クリープ補正係数 x	施工時間 T (日)	プレストレッシング力 $P(t)$	第2区間完成時 X_{t1}, X_{t2}		第2区間完成から $t=\infty$ まで		
				X_{t1}	X_{t2}	X_{t3}	X_{t4}	
E 1	1/120	60	0	31.3 (72.0) 40.7	(75.3) 44.0	5.6	1.3	
E 2	1/120	60	200	-24.4 (-4.3) 20.1	(-3.5) 20.9	-25.6	-16.8	

* $\varphi_\infty=2.0$

() 内数字は最終(合計)2次不静定力を示す。

③ 施工段階 3 (橋面施工, $t=\infty$ まで)

橋体の完成後、橋面の施工を行う。橋面荷重によって発生する弾性2次不静力 $X_{(3)}$ を表-4に、クリープによって発生する2次不静定力 $X_{t(3)}$ を表-5にそれぞれ示す。

c) 考 察

① クリープ補正係数との関係: 各施工区間の施工時間を一定($t=30$ 日)にした場合の、クリープ補正係数(進行度)の相違による発生2次モーメントの変化状態を図-14に示した。これより、クリープ補正係数 x の値が小さいものほど、すなわち、クリープ進行度を小さく仮定したものほど、主桁の発生2次モーメントの値は大きくなり、各施工区間のコンクリートの間に材令差を考慮しないケースD1($x \cdot t=0$)の値に近づく傾向を示すことが分る。

② 施工時間との関係: クリープ補正係数を一定($x=1/60$)にして、施工時間 t を変化さ

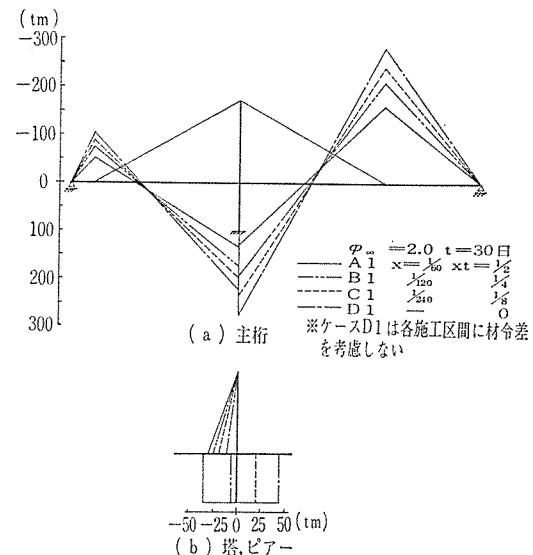
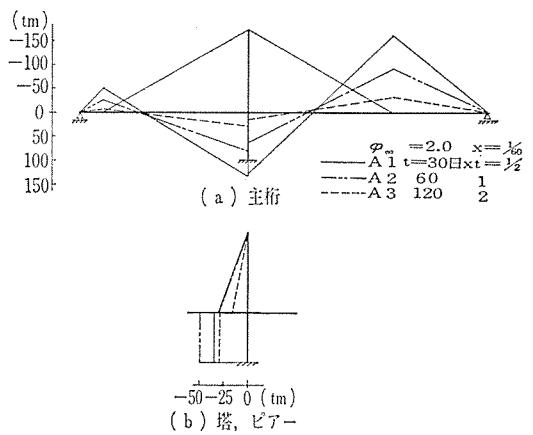
図-14 クリープ補正係数 x の相違による2次モーメントの変化

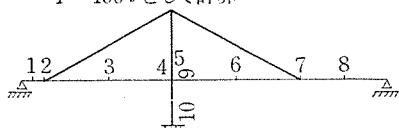
図-15 施工時間の相違による2次モーメントの変化

表-6 クリープによる2次モーメント ($t=\infty, \varphi_\infty=2.0$)

(t·m)

	A 1	A 2	A 3	B 1	B 2	C 1	D 1	E 1	E 2	Dischinger*
2	-53.0	-26.5	-8.0	-75.0	-53.0	-90.0	-107.0	28.0	-128.0	141.0
4	131.5	80.0	26.5	174.0	131.5	196.5	222.0	1276.0	-960.5	-18.0
5	127.5	60.5	12.5	193.0	127.5	234.5	276.0	1194.5	-892.5	-216.0
7	-162.0	-94.0	-34.0	-212.0	-162.0	-244.0	-282.0	26.0	-336.0	300.0
9	-30.0	-30.0	-15.0	-24.0	-30.0	-18.0	-10.0	-49.6	-12.0	-39.0
10	-34.0	-49.5	-29.0	-5.0	-34.0	20.0	44.0	-131.1	56.0	-237.0

※ 斜張ケーブルのプレストレッシング力を
 $P=100\text{t}$ として計算



せた場合の発生2次モーメントの変化状態を図-15に示した。これより、施工時間が長くなれば主桁の発生2次モーメントが小さくなることがわかる。ここで $t=\infty$ (ケースD2)は、クリープが最終値に至ることを意味し、したがって、クリープによって2次モーメントは発生しない。

③ クリープ補正係数と施工時間との関係：クリープ曲線を指數関数で仮定したため、各施工区間のクリープ進行度はクリープ補正係数と施工時間の積、 $x \cdot t$ によって決定される。

各検討ケースのうち、 $x \cdot t=2, 1/8, 0$ のものについての発生2次モーメントを図-16に示した。これより、一般に考えられるクリープ補正係数と施工時間の組合せに対する発生2次モーメントは、ケースD1の各施工区間に材令差を考慮しない($x \cdot t=0$)場合の発生2次モーメントの値以内に入ることが分る。また、このうち、クリープ進行度がもっとも小さく、施工速度がもっとも

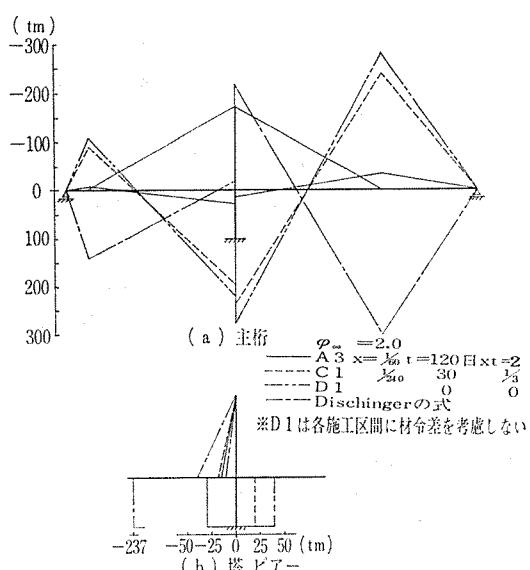
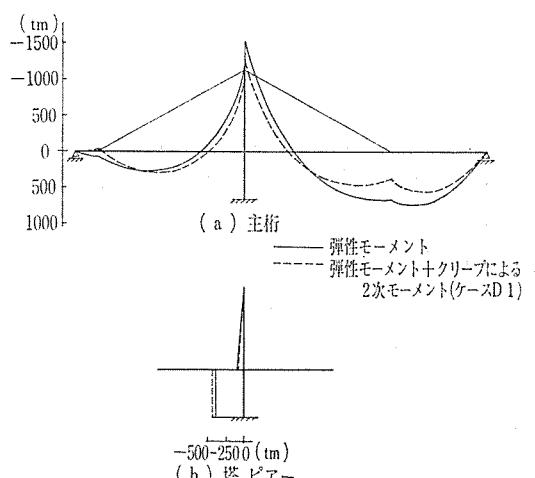
図-16 xt の相違による2次モーメントの変化

図-17 合計曲げモーメント

はやいケースC1($x \cdot t=1/8$)のものがケースD1に接近しており、クリープ進行度がもっとも大きく、施工速度がもっとも遅いケースA3($x \cdot t=2$)のものが0($x \cdot t=\infty$)に近づいている。

以上の結果、 $x \cdot t$ の値が発生2次モーメントに及ぼす影響は大きく、設計に際してクリープ補正係数、施工速度の仮定には十分な検討が必要である。しかしながら、前述したように、クリープ進行度の仮定については諸説があり、どれを選定すればよいか非常に迷うところである。また、施工速度についても突発的な理由で大幅に変化することもなきにしもあらずである。この点を勘案して、設計では $x \cdot t=0$ と $x \cdot t=\infty$ の両者について、安全度を検討するのも一方法かと思われる。ここで、 $x \cdot t=\infty$ のものはクリープを全く考慮しないものである。

図-16にいわゆるDischingerの近似計算式、式(39)によって計算したものをおいておいたが、これはまったく逆の値を示しており、斜張橋の設計では式(39)をこのままでは適用できないことがわかる。

$$X_{t=\infty} = X_B + (X_L - X_B)(1 - e^{-\rho}) \dots \dots \dots (39)$$

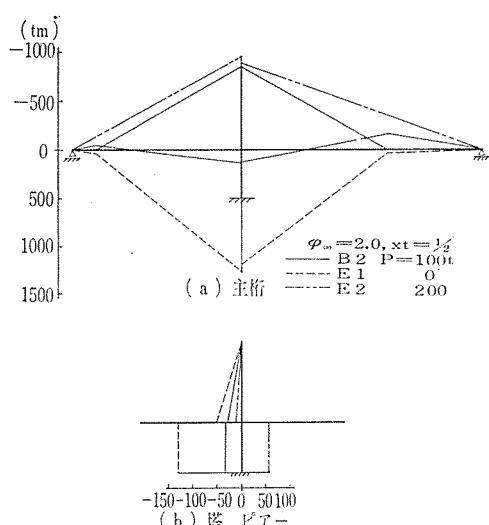


図-18 斜張ケーブルのプレストレッシング力の相違による2次モーメントの変化

X_L : 支保工上で同時施工した場合の不静定力

X_B : 施工順序にしたがった弾性的な不静定力

φ : クリープ係数（計算例では $\varphi=2.0$ とした）

④ 斜張ケーブルのプレストレッシング力との関係：主桁の施工過程における、斜張ケーブルのプレストレッシング力の相違による、クリープによる2次モーメントの発生状況を 図-18 に示した。これより、プレストレッシング力の及ぼす影響が非常に大きいことがわかる。プレストレッシング力を 100 t にしたケース B2 のものは、0 t としたケース E1 と 200 t としたケース E2 とのほぼ中間の値に位置しており、これは斜張ケーブルの導入プレストレッシング力の操作によって、2次応力の発生を抑えられることを示唆するものである。しかしながら、斜張ケーブルが多段に配置された高次不静定の斜張橋について、クリープによる2次応力が発生しないような斜張ケーブルのプレストレッシング力を計算するにはかなりの労力を要する。また、主桁架設時の主桁の応力調整などによって、一般にプレストレッシング力が決定される。したがって、設計に際しては、発生2次応力を小さくするような適当なプレストレッシング力を、試算法によって求めるのが肝要であると思われる。

(2) まとめ

簡単な計算例によって、クリープによる発生2次応力と、クリープ補正係数、施工速度、ならびに、斜張ケーブルのプレストレッシング力との関係を調べた。その結果をまとめて次に示す。

- クリープの進行度が小さいものほど、すなわち、クリープ補正係数 x の値を小さく仮定したものほど、発生2次応力は大きくなり、各施工区間のコンクリートの間に材令差を考慮しないものの値に近づく。

- 施工速度が遅くなればなるほど、発生2次応力の値が小さくなり、クリープをまったく考慮しないものに近づく。

- 発生2次応力の値は、クリープ補正係数と施工時間との積、 $x \cdot t$ によって決定され、 $x \cdot t=0$ （各施工区間のコンクリートの間に材令差を考慮しない）の場合の値と、 $x \cdot t=\infty$ （クリープをまったく考慮しない）の場合の値の範囲にある。

- 斜張橋のクリープ計算にはいわゆる Dishinger の式はそのままでは適用できない。

- 斜張ケーブルの導入プレストレッシング力は発生2次応力に大きく影響するが、プレストレッシング力を操作することによって、2次応力を小さくすることができる。

7. む す び

本報告において、段階的に施工されるPC斜張橋のクリープによって発生する2次応力の計算を試みた。

また、計算例によって、2次応力に影響を及ぼす代表的なパラメーターを変化させ、2次応力の変化状況を調べてみた。これによって、若干の判断材料を得ることができたが、計算モデルが簡単であり、施工段階数も少ないので、一般的な斜張橋に適用するにはまだ不十分であると考えられ、具体的な計算方針を提案するには至らなかった。

今後、実際の設計、施工に際して解決してゆかねばならない問題として、次のような事項があげられよう。

- コンクリートの乾燥収縮、斜張ケーブルのレラクセーションの影響の程度。
- 施工方法、条件の相違による影響。
- 主桁のプレストレスによる影響。
- 主桁の鉄筋、PC鋼材の拘束の影響の程度。
- 斜張ケーブルがコンクリートで被覆され、補剛された場合の影響。
- 径間数、支間割、斜張ケーブルの配置形状、塔と主桁との接合状態など構造形式による影響。
- 各構造部材の剛度とその割合の影響。
- 理論値と実測値との誤差の程度の把握。

これらの問題解決については、今後の研究に期待するところであり、研究課題としたい。

参 考 文 献

- 日本道路協会：プレストレスト コンクリート道路橋示方書（解説）、昭和43年3月。
- 土木学会：プレストレスト コンクリート設計施工指針、昭和36年。
- 飯村・奥田：新旧コンクリートの打継目近辺における温度とひずみ測定、プレストレスト コンクリート、Vol.

- 16, No. 4, Aug., 1974.
- 4) H. Wittfoht, W. Bilger, Schmerber : Neubau der Mainbrücke bei Bettingen im Zuge der Bundesautobahn Frankfurt-Würzburg, Beton-und Stahlbetonbau, Heft 4, 1961.
 - 5) M. Waisser : Kriech-Schwindeinflüsse bei den später betonierten Gesimsen von Spannbetonbrücken, Der Bauingenieur, Heft 10, 1964.
 - 6) 猪股：不静定コンクリート構造物においてクリープにより発生する不静定力の計算法, セメントコンクリート, No. 197, 1963.7.
 - 7) 荒川・若狭・野村：分割施工される連続桁の断面力(時間差を考慮したクリープによる2次断面力), プレストレストコンクリート, Vol. 14, No. 3, June, 1972.
 - 8) E. Dimel : Schrägseilbrücken aus Beton als Sonderfall vorgespannter Betonkonstruktionen, 4th FIP Report, Theme II, Paper 20.
 - 9) L.C. Meuzelaar, D.R. Smit : Phénomènes de Retrait et de Fluage. 1'Influence au comportement des ponts à haubans et la possibilité de son élimination, Université Technique de Delft, Rapport 5.74-6, Mars, 1974.

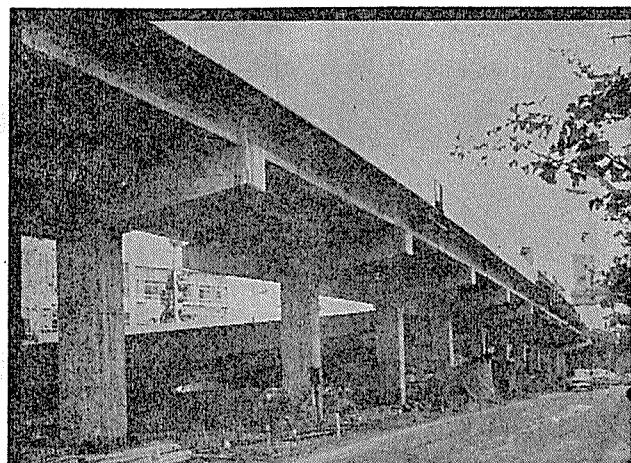
1976. 6. 30・受付

会員增加についてお願い

会員の数はその協会活動に反映するもので、増加すればそれだけ多くの便益が保証されています。現在の会員数は2200余名ですが、まだまだ開拓すべき分野が残されております。お知合いの方を一人でも余計ご紹介下さい。事務局へお申し出で下されば入会申込書はすぐお送りいたします。

申込先：〒102 東京都千代田区麹町1の10の15（紀の国やビル）

(社) プレストレストコンクリート技術協会 TEL 03(261) 9151



首都高速度道路高架橋

プレストレスト
コンクリート
建設工事 フレシネー工法
MDC工法
設計・施工
材
製造・販売

豊田コンクリート株式会社

取締役社長 西田赫

本 社	愛知県豊田市亀首町向イ田65	電話 0565(45)1888(代)
名古屋販売本部	名古屋市中村区笹島町1-221-2	電話 052(581)7501(代)
東京販売本部	東京都港区西新橋2-16-1 全国タバコセンタービル2階	電話 03(436)5461~3
工 場	豊田工場, 海老名工場	