

万国博 PC 斜張橋

佐藤 浩一*
 本間 秀世**
 熊谷 紳一郎**

1. まえがき

第8回 FIP ロンドン会議（1978年5月）においても、PC斜張橋は橋梁分野の花形であり、注目的であったように思われる。フランスのプロトヌ橋、アメリカのコロンビア橋も上記のロンドン会議において発表されたが、これら欧米諸国はもとより、その他各国においてもPC斜張橋の研究は進んでおり、実績もかなりの数に昇るものと思われる。

一方、わが国においては、すでに十年前に小規模ではあるが、PC斜張橋の実績があるにもかかわらず、最近に至るまで本格的なPC斜張橋が採用されなかったことについて、遺憾に思うとともに今後の発展を大いに期待するものである。

そこで、本報告では、十年前に施工した万国博会場内のPC斜張橋の一般概要の紹介と、当時の技術レベルでは十分に解明し得なかった問題、すなわちケーブルサグの影響、クリープ解析、耐震性、および耐風安定性等の設計上の諸問題について、現時点の技術レベルで比較検討するとともに、クリープによる主桁のたわみについての現状分析を行ってみた。

なお、架設方法等施工上の問題点は、当時の報告において詳述してあるのでここでは省略する。

2. 一般概要

本橋は、万国博会場内の東側サブゲートに架設された歩行者専用のブロックポストテンション方式2径間PC斜張橋である。構造形式は図-1に示すように支間長37.8m、有効幅員12.6mで、主桁は桁高1.4mのメインビームと2本のサブビームから成る3主桁で構成され厚さ0.36mの横桁を肋材として1.8mピッチで配置している。また、中央のタワーは高さ21.5m、断面形状は矩形で0.9mから1.5mまで変化して橋体および橋脚に剛結されている。斜材は12-φ12.4ストランドケーブル4本を1ケーブルとして使用し、4本のケーブルを斜角約35°で中央のタワーから吊った構造となっ

* 住友建設(株)土木部部長代理

** 住友建設(株)土木部橋梁設計課

ている。

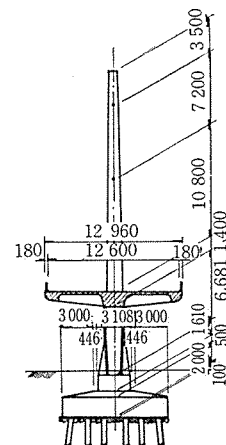
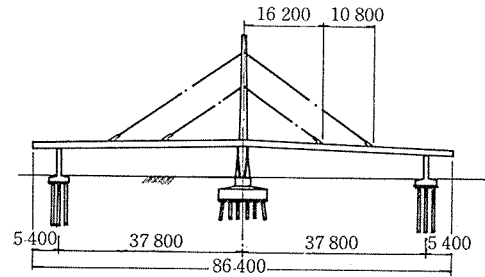


図-1 一般図

3. 構造解析

PC斜張橋の構造解析は、構造物がフレキシブルであるために生じる微小変形理論での解析誤差、サグの影響によるケーブルの見かけのヤング係数の低下、コンクリートのクリープにより発生する不静定力等に留意して行わなければならない。ここでは上記の問題点について、新しい解析法による結果を示しながら当初の解析結果に対する検討を行う。

3.1 静的構造解析

静的構造解析を行ううえでスパンが長大化すれば、構造物全体がフレキシブルになり有限変形による影響を無視できなくなる。しかし、PC斜張橋は鋼製の斜張橋に比べて剛性が高いので桁高比（桁高/支間長）が1/40

～1/50 までの主径間 400 m 以下の箱桁断面では、有限変形理論と微小変形理論との解析は 3% 程度と考えられる。本橋は支間 37.8 m、桁高比 1/27 と斜長橋としては剛性が高く、微小変形理論で解析して充分である。当初の設計ではケーブルおよびタワーの単位荷重による変形を図-2 のように考え、ケーブルを式 (1) で求められるパネ定数を持つパネ支承に置換えて、2 つの端支点および 4 つのパネ支承反力を不静定力とする 6 次の不静定構造物として解析している。上記の方法では主桁およびタワーの軸方向の変形を考慮していないので、今回、全体構造系を平面骨組構造として変形法プログラムで解析してみたが、本橋のように小規模な斜張橋では軸方向変形の影響はほとんどなく両者の結果は良く一致している (図-3)。

$$\left. \begin{aligned} \Delta L_i &= \frac{P_i \cdot L_i}{E_s \cdot A_s} \\ X_i &= P_i \cdot \sin \alpha_i \\ \Delta L_i &= \delta_i \sin \alpha_i + (\Delta h_i - \Delta h_0) \cdot \cos \alpha_i \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

対称荷重の場合は

$$\delta_i = \left(\frac{L_i}{E_s \cdot A_s \cdot \sin^2 \alpha_i} \right) X_i$$

ここで E_s : ケーブルのヤング係数

A_s : ケーブルの断面積

P_i : ケーブルに働く緊張力

L_i : ケーブル長

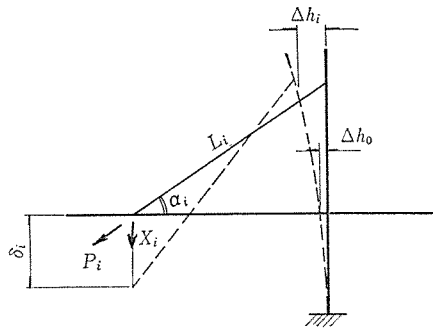


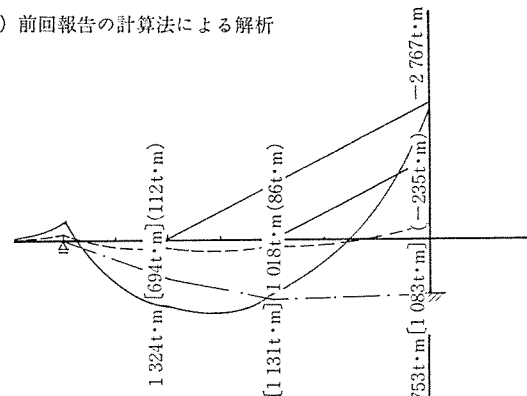
図-2 ケーブルに力が作用した時の変形図

3.2 ケーブルサグによる影響

ケーブルのサグによる影響を考慮する方法には有限変形理論で解析する方法と、ケーブルの緊張力の変化と弦方向の伸びの関係から見かけのヤング係数を換算しケーブルを線材として解析する方法^{2),3)}がある。ここでは、一般的に使用されている後者の方法、すなわち式 (2) に示される Ernst の公式によって見かけのヤング係数の低下を検討する。

$$E = \frac{E_0}{1 + \frac{(r \cdot l)^2}{12 \sigma^3} \cdot E_0} \dots\dots\dots (2)$$

i) 前回報告の計算法による解析



ii) 変形法の電算プログラムによる解析

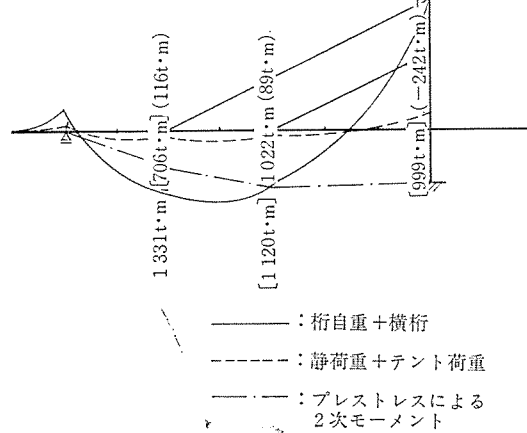


図-3 断面力の比較

ここで E_0 : ケーブルのヤング係数

r : ケーブルの比重

l : ケーブルに働く引張応力度

σ : ケーブルの水平距離

上式はケーブルの引張応力度が一定の状態では求められたもので、活荷重の載荷等によりケーブルの引張応力度が大きく変化する場合には適用できない。ケーブルの引張応力度が σ_1 から σ_2 まで変化する場合は、式 (2) を σ_1 から σ_2 まで積分することによって得られる式 (3) によって平均の見かけのヤング係数を求めればよい。

$$E = \frac{E_0}{1 + \frac{(r \cdot l)^2 \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)}{24 \cdot \sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2} \cdot E_0} \dots\dots\dots (3)$$

全体構造系での最終的なケーブルの緊張力は、与えられた緊張力から式 (2), (3) を使って求めた見かけのヤング係数で構造解析を行い、再度ケーブルの緊張力を求める作業を緊張力が収束するまで繰返せば得ることができるが、計算を繰返すたびに剛性マトリックスを作り変えなければならない。そこで、マトリックスは変えずに見かけのヤング係数が変化した影響を、式 (4) に示す仮定の力としてケーブルの両端に加えれば同じ結果が得られる (図-4 (a))。

$$K_n = \frac{(EA)_0 - (EA)_n}{(EA)_0} \cdot T_{n-1} \dots\dots\dots (4)$$

ここで $(EA)_0$: マトリックスで使われているケーブルのヤング係数

$(EA)_n$: σ_1 を初期引張応力度, σ_2 を $n-1$ 回目で得られた引張応力度として式 (3) より得られた見かけのヤング係数

K_n : ケーブルの両端に働く弦方向の仮想した力

また, ケーブルの傾斜角の変化を考慮する場合は式 (5) を使って仮想の力を求めればよい (図-4 (b))。

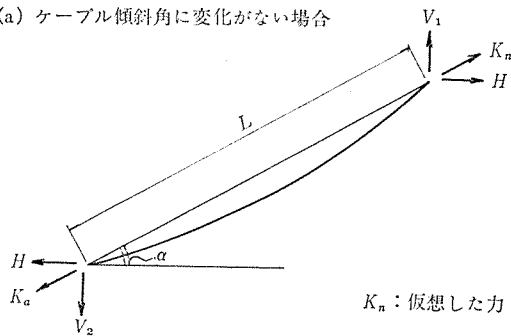
$$\left. \begin{aligned} F_1 &= -T_n \cdot \sin \alpha \cdot \Delta \alpha - K_n \cdot \cos \alpha \\ F_2 &= T_n \cdot \cos \alpha \cdot \Delta \alpha - K_n \cdot \sin \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots (5)$$

ここで T_n : n 回目の繰返し計算で得られたケーブルの緊張力

α : ケーブルの初期傾斜角

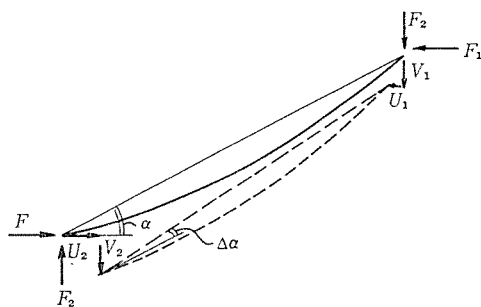
$\Delta \alpha$: ケーブルの傾斜角の変化

(a) ケーブル傾斜角に変化がない場合



K_n : 仮想した力

(b) ケーブル傾斜角が変化する場合



U_1, U_2 : ケーブルの水平方向の変位

V_1, V_2 : " 鉛直 "

$$\Delta \alpha = \frac{(U_1 + U_2) \sin \alpha + (V_2 - V_1) \cos \alpha}{L}$$

F_1, F_2 : 仮想した力

図-4 ケーブル両端に働く仮想した力

本橋のケーブルは引張応力度が 65 kg/mm^2 前後あり長さも 32.7 m と比較的短いために, ケーブルのサグによる見かけのヤング係数の低下は 0.1% 程度しかなく構造解析に与える影響はほとんど無いと思われる。しかし

ながら, ケーブルの引張応力度が 50 kg/mm^2 以下でケーブル長が 200 m 以上の場合には見かけのヤング係数の低下が 3% 以上にも達するので充分注意しなければならない。

3.3 クリープによる断面力解析

斜張橋や弾性支承で支えられた不静定構造物は, 全支保工で施工された場合でもクリープの進行に伴って不静定力が発生する。クリープによる不静定力の解析はクリープの進行に伴う変形の条件から得られる多元連立微分方程式を解く方法⁴⁾があるが, 本報告では猪股博士の論文⁵⁾による応力変化とひずみ変化の関係式に基づいて行う。

くわしくは先の報告⁶⁾で発表されているので, ここでは解析法の概要の説明に留める。

猪股博士の論文によれば, 応力変化 $\Delta \sigma_t$ を伴うクリープひずみ変化 $\Delta \epsilon_\varphi$ は下式のようになる。

$$\Delta \epsilon_\varphi = \frac{\sigma_{t_0}}{E} \cdot \varphi_t + \frac{\Delta \sigma_t}{E} \cdot \frac{\varphi_t}{1 - e^{-\varphi_t}} \dots \dots (6)$$

ここで $\sigma_{t_0} : t = t_0$ での応力度

$\Delta \sigma_t : t = t_0 \sim t$ までに発生する応力度

$\varphi_t : t = t_0 \sim t$ までのクリープ係数

E : ヤング係数

上式を変形すれば,

$$\Delta \sigma_t = E \cdot \frac{1 - e^{-\varphi_t}}{\varphi_t} \cdot \Delta \epsilon_\varphi - (1 - e^{-\varphi_t}) \cdot \sigma_{t_0} \dots (7)$$

となり, ひずみ変化に対する応力変化の式となる。ここで応力, ひずみが力, 変形量と線形関係にあることを考慮すれば,

$$F = E \cdot \frac{1 - e^{-\varphi_t}}{\varphi_t} \cdot K \cdot \Delta - (1 - e^{-\varphi_t}) \cdot F_0 \dots (8)$$

ここで $\frac{1 - e^{-\varphi_t}}{\varphi_t} \cdot K$: 部材のクリープを考慮した剛

性マトリックス

Δ : クリープによる変形量

$F_0 : t = t_0$ で作用している断面力による固定端力

となり, 弾性理論による変形法と同形の式となる。よって, 変形法で解析すると同様に任意骨組構造のクリープ解析を行うことができる。

上記の方法で死荷重, 主桁プレストレス, 斜材緊張力のクリープによる断面力の推移を求めると図-5の結果を得る。解析結果を見ると, 死荷重については断面力が小さくなる方向に不静定力が発生しているが, 斜材の緊張力はクリープによって大きく減少することがわかる。

特に S_2 はケーブル長が短く主桁の小さな変形に対しても大きな応力変化を生じるので, リラクセーション (5%) を含めると初期緊張力の約半分まで減少してい

る。

一方、死荷重、主桁プレストレス、斜材緊張力の合計の断面力を見ると大きくは変化していない。これは斜材の緊張力を決定する際に死荷重、主桁プレストレス、斜材緊張力による主桁のたわみの合計が、斜材定着位置で小さくなるように配慮して決定されたためである。

以上述べたように、本橋の場合はクリープによって発生する合計の断面力変動は小さかったが、一般の斜張橋

を設計する際にはクリープによる断面力の推移、特に斜材緊張力による断面力の推移を十分考慮して行わなければならない。

4. クリープによる主桁のたわみおよび現状分析

斜張橋はクリープの進行に伴って不静定力が発生しクリープによる主桁のたわみが複雑な挙動を示すため、当初の設計ではクリープたわみを十分に説明することができなかった。そこで、ここでは先に述べたクリープ解析理論に従ってクリープによる主桁のたわみを死荷重、主桁プレストレス、斜材緊張力の個々の荷重について計算し、当初の設計での計算値および現状分析による実測値に対して比較検討を行う。

クリープ解析理論による計算値(表-1(a))と当初の設計での計算値(表-1(b))とを比較すると、前者の方が3~5割ほど小さなたわみ量となっている。これは、前者の計算値にはクリープによって発生した不静定力による弾性たわみと、クリープの進行途中のある段階で発生している不静定力による残りのクリープたわみとが考慮されているためである。

一方、現状分析として昭和53年2月に橋面高の実測を行い、施工完了時の実測値とを比較してみた(表-1(c))。施工完了から現在まで約9年経過しておりクリープはすでに終了したものと考えると、両測定値の差がクリープによって発生したたわみ量ということが出来る。

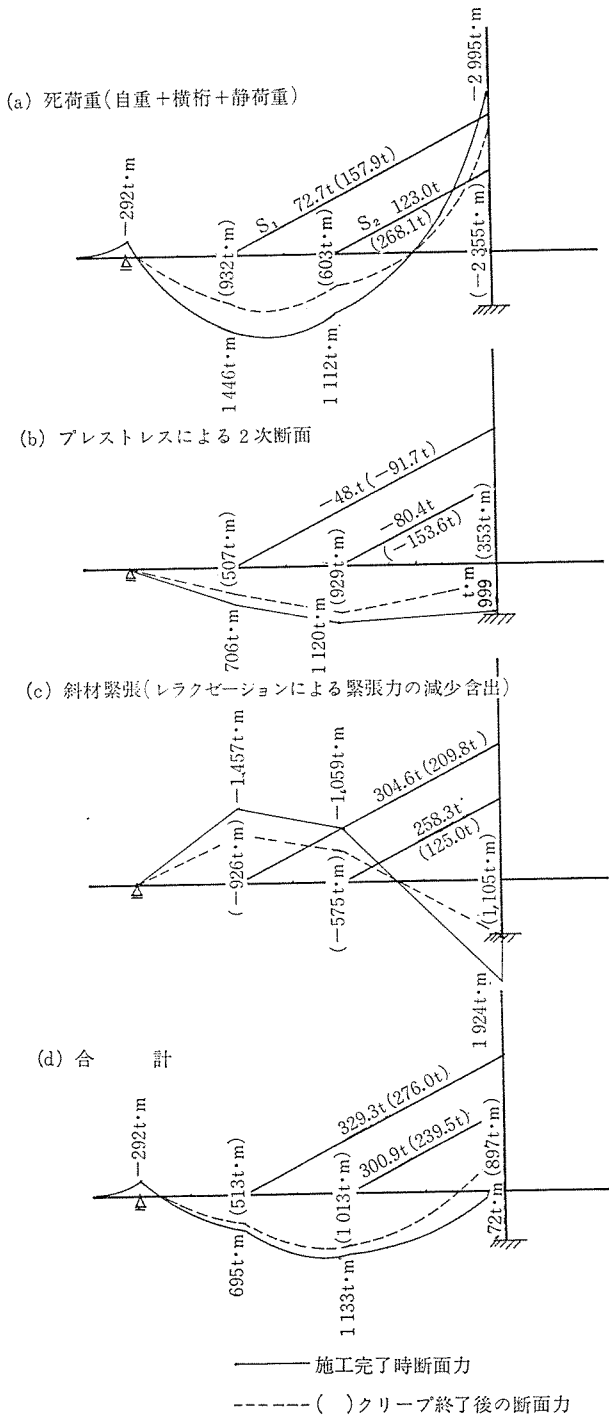


図-5 クリープによる断面力の推移

表-1(a) クリープによるたわみ量 (新しいクリープ解析理論)

Sect	全死荷重 δd_{φ} (mm)	主桁プレストレス δp_{φ} (mm)	ザイル緊張力 δs_{φ} (mm)	集 計 $\Sigma \delta \varphi$ (mm)
1	34.6	-6.2	-29.1	-0.3
2	0.0	0.0	0.0	0.0
3	-35.5	11.4	27.7	3.6
4	-61.0	21.6	47.2	7.8
5	-69.9	26.5	51.8	8.4
6	-61.0	25.0	43.2	7.2
7	-40.4	16.2	25.6	1.4
8	-15.3	6.9	7.9	-0.5
9	0.0	0.0	0.0	0.0

表-1(b) クリープによるたわみ量 (従来的方法)

Sect	全死荷重 δd_{φ} (mm)	主桁プレストレス δp_{φ} (mm)	ザイル緊張力 δs_{φ} (mm)	集 計 $\Sigma \delta \varphi$ (mm)
1	56.4	-18.3	-42.2	-4.1
2	0.0	0.0	0.0	0.0
3	-58.6	27.3	40.0	8.7
4	-96.2	46.7	68.4	18.9
5	-113.6	55.3	76.8	18.5
6	-97.4	50.2	65.3	18.1
7	-62.2	34.5	39.5	11.8
8	-29.4	12.0	12.6	-4.8
9	0.0	0.0	0.0	0.0

表一(c) クリープによるたわみ量 (実測値)

Sect	施工完了時 PH (m)	今回実測 PH' (m)	クリープによるたわみ量 $PH-PH'$ (mm)
1	40.659	40.660	1.0
2	40.939	40.939	0.0
3	41.228	41.230	2.0
4	41.522	41.527	5.0
5	41.828	41.836	8.0
6	42.135	42.143	8.0
7	42.431	42.441	10.0
8	42.657	42.659	2.0
9	42.791	42.791	0.0

本橋では死荷重と主桁プレストレスおよび斜材緊張力による弾性たわみがほぼ相殺しているためクリープによるたわみも小さく正確に分析することは難しいが、図-6に示すように先述のクリープ解析理論による計算値とクリープたわみの実測値はよく一致しているといえる。

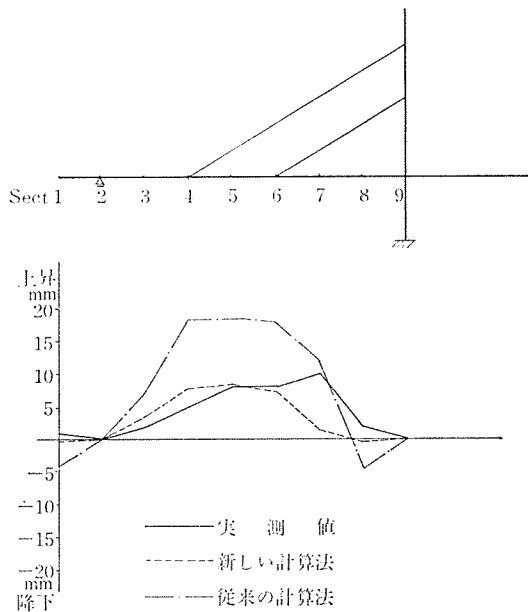


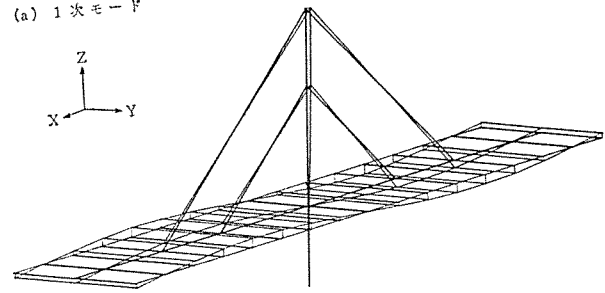
図-6 クリープによるたわみ量

5. 地震解析

斜張橋は主桁、タワー、ケーブルとそれぞれ固有周期の異なった部材で構成されているため固有モード解析は全体系のモデルで行う必要がある。また、主桁のねじれとタワーの挙動の関係等を正確につかむため、ここでは立体構造として解析した。

解析結果(図-7(a)~(d))を見ると1次、3次、4次のモードは主桁の上下方向の振動が卓越したモードで1次モードの周期は $T=0.67$ secである。2次および5次のモードは主桁のねじれとタワーの橋軸直角方向の振動が卓越しているが、2次のモードでは特にタワーの振動が、また5次のモードでは特に主桁のねじれが卓越しているといえる。

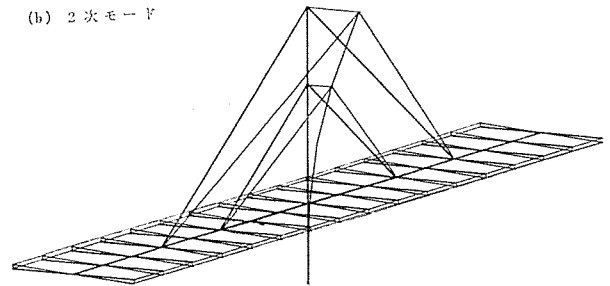
(a) 1次モード



$\omega = 9.3192 \text{ rad/sec}$
 $T = 0.6742 \text{ sec}$

$M = 6.16 \times$
 $SUM = 6.16 \times$

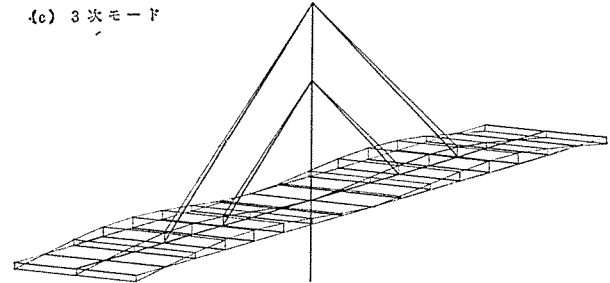
(b) 2次モード



$\omega = 12.6860 \text{ rad/sec}$
 $T = 0.4953 \text{ sec}$

$M = 3.70 \times$
 $SUM = 9.86 \times$

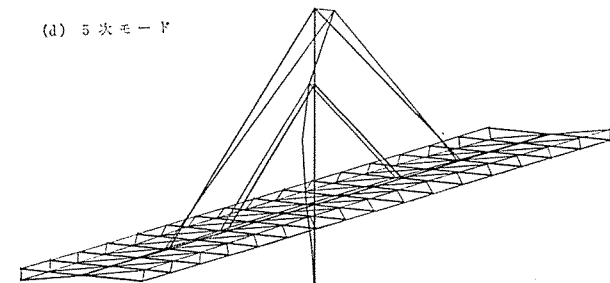
(c) 3次モード



$\omega = 14.1505 \text{ rad/sec}$
 $T = 0.4440 \text{ sec}$

$M = 17.68 \times$
 $SUM = 27.54 \times$

(d) 5次モード



$\omega = 29.5742 \text{ rad/sec}$
 $T = 0.2125 \text{ sec}$

$M = 19.80 \times$
 $SUM = 74.94 \times$

図-7 固有モード解析図

応答解析は応答スペクトル解析で行う。この方法は建設省土木研究所で作成された平均応答スペクトル曲線から個々のモードにおける最大応答値を求めるものである。ただし、各モードにおける最大応答値が同時に起きると考えると過大な応答値になるため、経験的に各最大値の2乗の和の平方根を最大応答値とする。また、平均スペクトル曲線は沖積層地域用を使用した。地震波の最大加速度は200 galとして橋軸方向、橋軸直角方向の2方向についての応答値を求めた(図-8(a))。一方、当初の設計において水平震度 $k_H=0.2$ として静的解析した結果を図-8(b)に示す。両者の解析結果を比べてみると、橋軸方向の地震波に対する主桁の断面力は応答解析の値が静的解析の値の2~4倍となっている。これは静的解析では主桁の振動が全く評価されていないためである。また、橋脚の断面力についても応答解析による方

が3割ほど大きな値となっており、静的解析による検討のみでは不十分と思われる。しかし、本橋の場合橋脚の検討は端支点が無いものとして全水平力を橋脚に載荷して行っているので十分な設計となっている。

6. 耐風安定性

PC斜長橋の耐風安定性は主にねじれフラッターと風琴振動に対する問題であるが、前者は空気圧が桁のねじれに対して正の仕事をするため発散振動となり構造物を破壊に至らしめる原因となる。したがって、設計にあたってはねじれフラッターが発生しないようにしなければならない。一方、後者はある風速領域のみで発生する振動で、振幅もある範囲にとどまり構造物を破壊する性格のものではない。しかし振動が比較的低風速で発生するため、部材の疲労や車の走行性等が問題となる。耐風安定性は主桁の断面形状や構造物の特性によって大きく変化するため厳密には風洞実験等により検討しなければならないが、ここでは土木研究所の資料等を参考にして本橋の耐風安定性を検討する。

各種の風洞実験の結果を参考にすると、本橋の断面形状では $V/N \cdot B$ が4.0付近で不安定状態となりねじれフラッターが発生すると考えられる。ここでねじれ固有振動数 $N=2.02$ Hz、主桁幅 $B=12.96$ mを代入してねじれフラッターの発生する風速を求めると $V=105$ m/secとなる。大阪付近の最大瞬間風速が $V_{max}=60$ m/secであることを考慮すれば、ねじれフラッターに対しては十分安全であるといえる。一方、風琴振動に対しては式(9)より共振風速が $V=20$ m/secとなり通常自然条件でも起こる可能性はあるが、式(10)で振幅を求めれば $y=8.8$ mmと小さな値であるので部材の疲労や歩行者に与える不安感に対して問題は無いといえる。

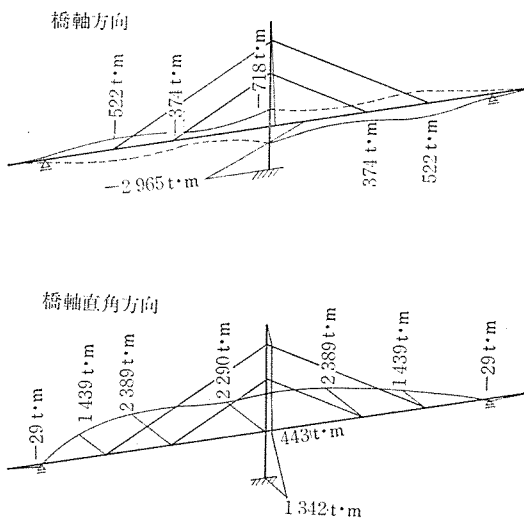


図-8(a) 地震による断面力(応答スペクトル解析)

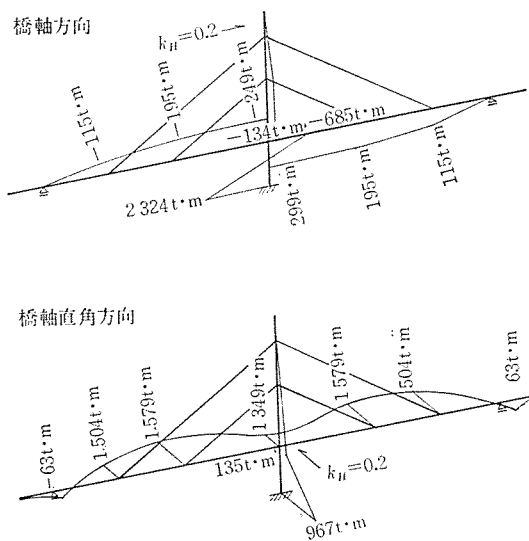


図-8(b) 地震による断面力(静的解析)

$$V = \frac{N_f \cdot H}{s} \dots\dots\dots(9)$$

ここで N_f : たわみ固有振動数 ($N_f=1.48$ Hz)

H : 桁高 ($H=1.4$ m)

s : ストローハル数 ($s=0.1$)

V : 共振風速 (m/sec)

$$y = P_L \cdot D_r \cdot \frac{g}{w} \cdot \frac{1}{4 l^2 \cdot N_f^2} \dots\dots\dots(10)$$

ここで P_L : 動的揚力 ($P_L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot C_L \cdot B$)

ρ : 空気密度 ($\rho = 0.12 \times 10^{-3}$ t · sec²/m⁴)

C_L : 空気力係数 ($C_L = 0.04$)

D_r : 共振倍率 ($D_r = \pi/\delta$)

δ : 対数減衰率 ($\delta = 0.05$)

w : 主桁の単位長さ当りの重量 ($w = 21.755$ t/m)

g : 重力加速度 ($g=9.8 \text{ m/sec}^2$)

y : たわみ量 (m)

7. ま と め

以上述べたように、万国博会場内のPC斜張橋について、設計上の基本的事項の再検討および施工完了から9年経過した後の現状分析を行った。

ここで、PC斜張橋を設計するうえでの留意点をまとめてみると、コンクリートのクリープによって断面力が大きく変化する、地震解析は主桁、タワー、ケーブル等の相互作用を考慮するために全体モデルで動的解析を行った方がよい、主桁の断面は耐風安定性の良い形状にしなければならない等があげられる。また、現状分析においては、本報告ではクリープ終了時での主桁のたわみしか検討していないが、クリープ進行中の各段階における主桁のたわみ、応力度、反力および斜材の緊張力等が測定できれば、さらに厳密なクリープ解析が可能になると思われる。本橋の場合は小規模な斜張橋でもあり問題は無かったが、一般にPC斜張橋を設計する際には上記の

事項を十分検討しなければならない。

最後に、本報告をまとめるにあたり橋梁設計課友保副課長に多大な御指導いただきましたことを感謝する次第であります。

参 考 文 献

- 1) 佐藤, 則武, 鈴木: 万国博会場内 PC 斜張橋について, プレストレストコンクリート, Vol. 12, No. 3, May 1970
- 2) Man-Chung Tang: Analysis of Cable-Stayed Girder Bridge, Journal of the Structural Division, May 1971
- 3) Kuang-Han Chu and David Chia-Chiun Ma: Non-linear Cable and Frame Interaction, Journal of the Structural Division, March 1976
- 4) 猪股俊司: 不静定コンクリート構造物においてクリープにより発生する不静定力の計算法, セメントコンクリート, No. 197, 1963年7月
- 5) 猪股俊司: プレストレストコンクリートに対するクリープの影響, プレストレストコンクリート, Vol. 18, No. 2, April 1977
- 6) 本間, 森田: 不静定PC構造物のクリープによる影響, プレストレストコンクリート, Vol. 19, No. 4, August 1977
- 7) 佐藤, 本間: PC斜張橋の計画, 設計, 施工, 橋梁, 1977年3月

◀刊行物案内▶

プレストレストコンクリート構造物設計・施工の基本

本書は第6回PC技術講習会に使用されたテキストであります。その内容はPC構造物の設計・施工に関する基本的な考え方と設計計算例と施工について、それぞれの権威者によりわかりやすく記述され、PCに取組まれようとする方々には最適の参考図書であります。希望者は代金を添えプレストレストコンクリート技術協会にお申し込みください。

体 裁: A4判 112頁

定 価: 3000円 送料 400円

内 容: (A) PC構造物の設計・施工に関する基本的考え方(その1)——プレストレストコンクリート曲げに関する簡易計算法——(B)同(その2)——耐震設計の動向——(C)設計計算例と施工〔鉄道橋(ポストテンション方式PC単純桁)〕——プレストレッシングについて——(D)設計計算例と施工〔道路橋(ポストテンション方式PC単純合成桁)〕——道路橋(PC合成けた)——(E)設計計算例と施工〔不静定構造物(プレストレストコンクリート不静定構造の力学)〕——プレストレス導入と弾性設計の基本的考え方——