

東京経済大学・大教室棟

(格子梁のポストテンション)

木村俊彦*

1. 概要

建物は2棟の大教室で、1つ(A棟)は1層の400人用、他の1つ(B棟)は2層で、1階は400人用、2階は300人用の大教室である。この2棟の間および周辺に不規則な形状の無梁版の大屋根などもあるが、プレストレストコンクリートを適用したのは、これら2棟の屋根および2階の床である。いずれも20m×20mの広間で、階高は5.25~6.0mである。主題はこの空間になるべく梁丈の小さい床組を架けることであった。

結論として、四面の周壁に5m間隔の柱を建て、壁付きラーメンとして箱形に固め、それらの柱から柱へ、対角方向の格子梁を架け渡して、それにポストテンションをかけることとした。梁断面の形状は420×750に統一され、鋼棒ほどの断面にも一律に23φ(B種1号)×

6本を用いている。東京経済大学は、都下国分寺と武蔵小金井の間にあり、キャンパス内の建物は、図書館、研究室、学生会館など、いずれも鬼頭梓氏の設計で、竹中工務店により施工されているが、この大教室もその一つである。構造は筆者の事務所の設計で、プレストレストコンクリートの工事は黒沢建設が担当した。設計は昭和50年で、52年の初頭に完成した。

2. 荷重による応力

A棟R階とB棟R階は全く同じ条件であり、B棟2階は教室としての積載荷重があるし、梁端の柱も上階・下階にあるので、固定度が異なる。プレストレス導入時には自重のみの働く状態での断面検定が必要であるから、結局、応力を求めるタイプは次の4タイプである。

- i) 自重のみによる応力 (AR, BR)
- i') 自重のみによる応力 (B2)

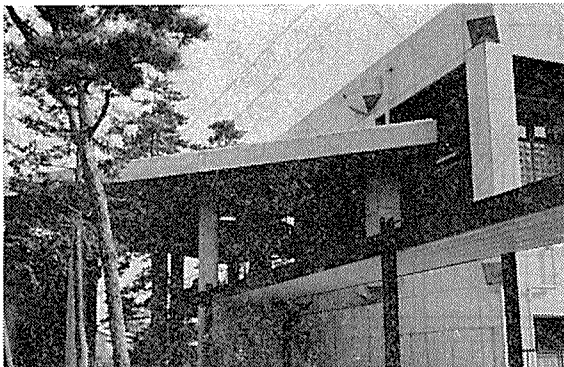


写真-1

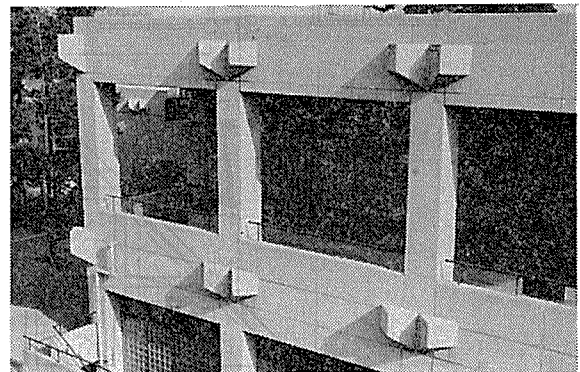


写真-3

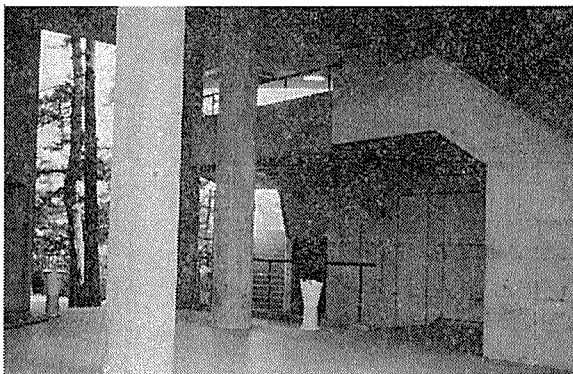


写真-2

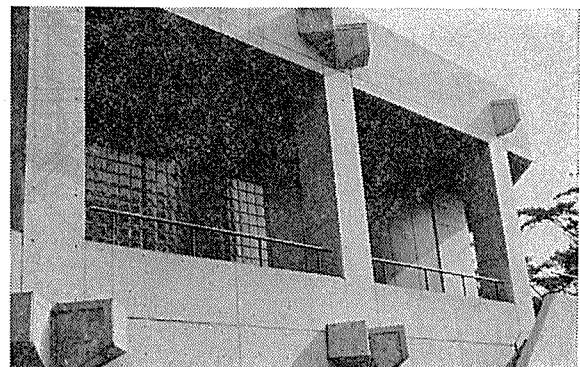
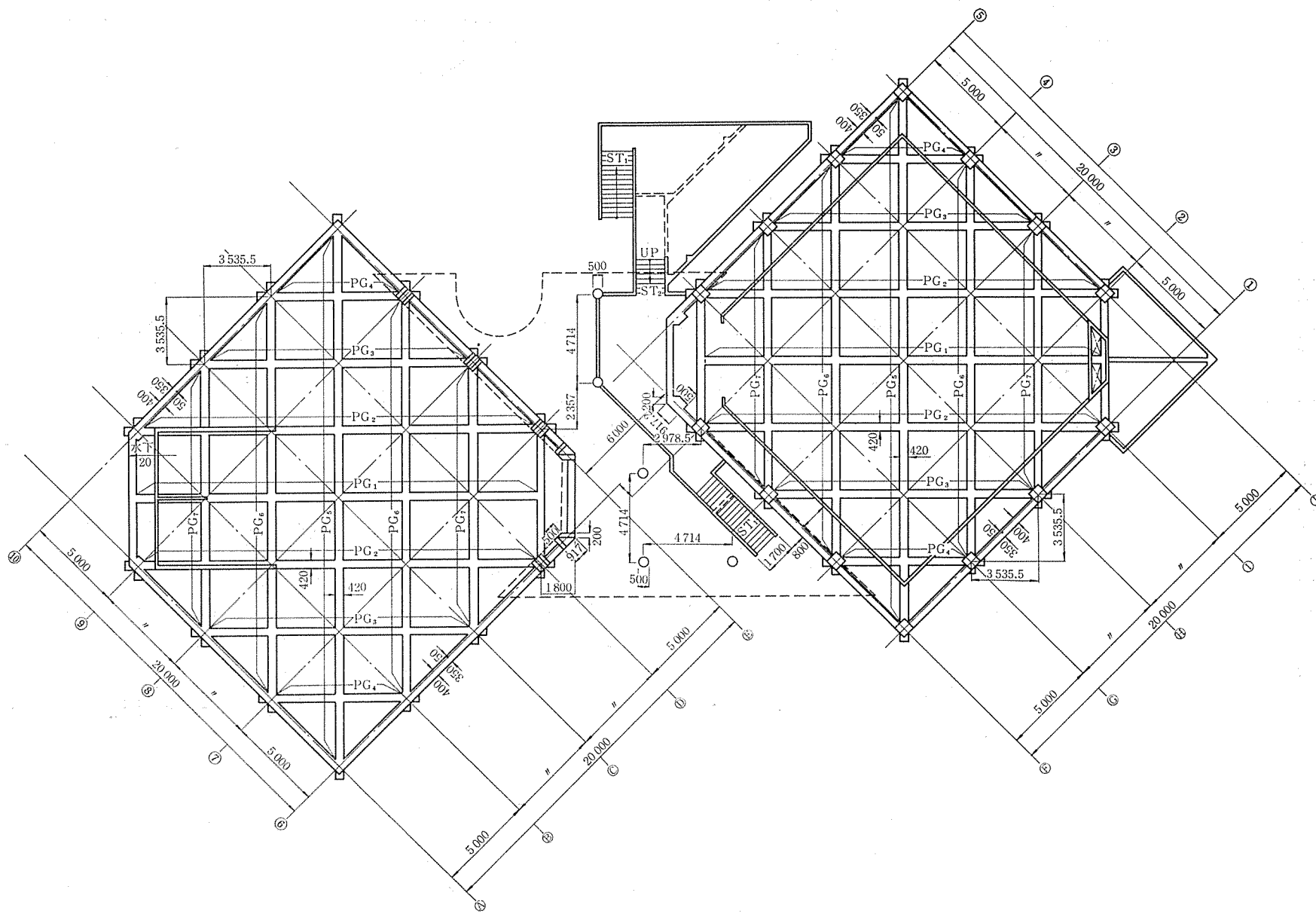


写真-4

* 木村俊彦構造設計事務所長



圖一 2 階 伏 圖

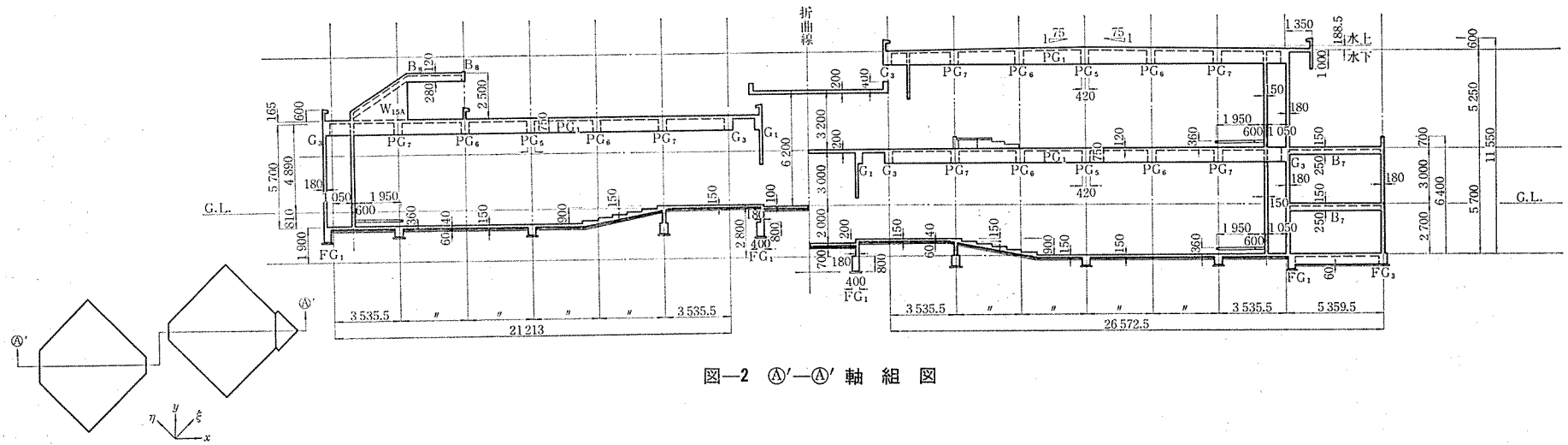


図-2 A-A' 軸組図

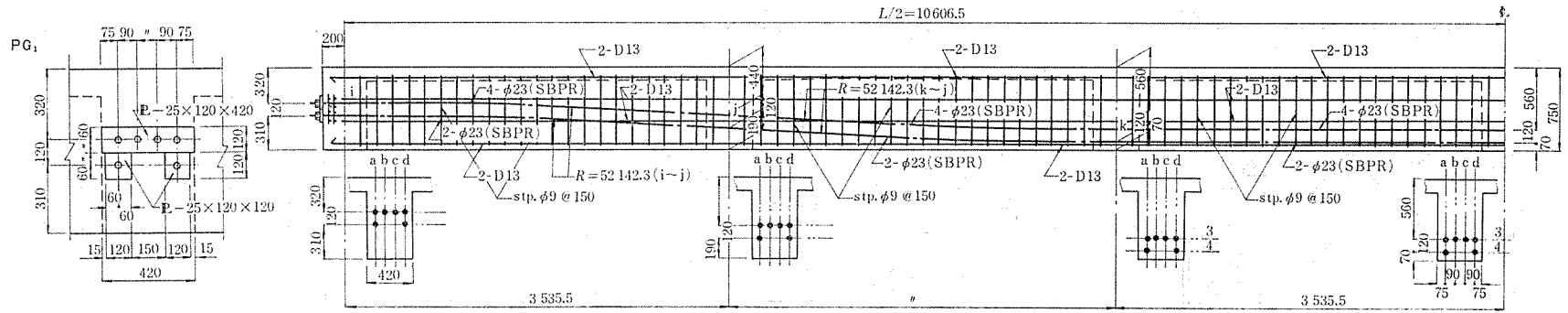
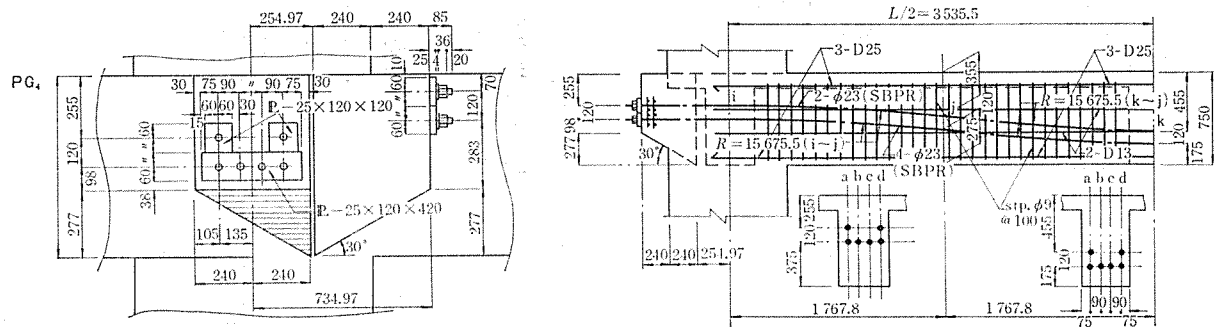


図-3 格子梁詳細図
(PG₁, PG₄ のみ抜粋)



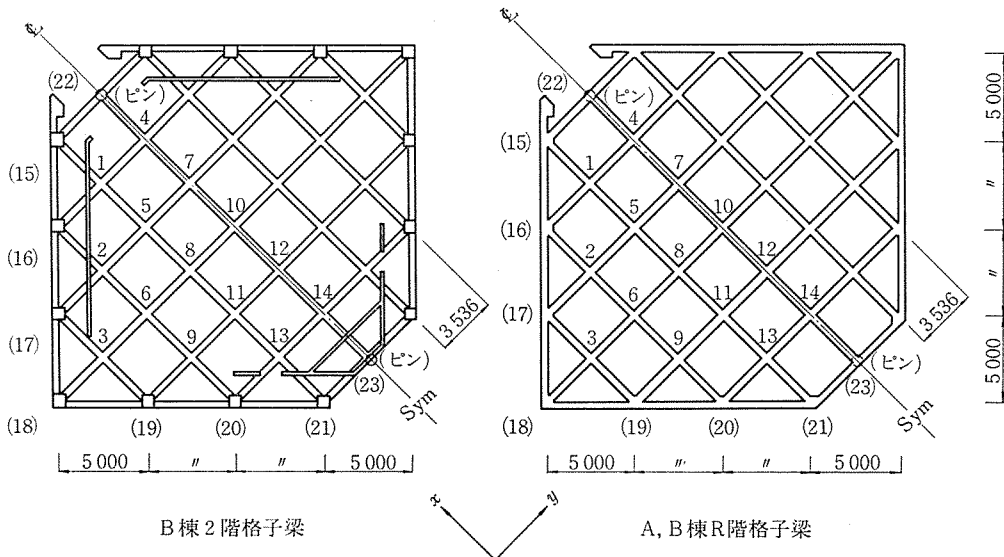


図-4 解 析 モ デ ル

- ii) 屋根の仕上げ・積載荷重による応力 (AR, BR)
 - iii) 教室の仕上げ・積載荷重による応力 (B 2)
- このうち、i) と i') は柱による固定条件が異なる だけである。

柱の固定度による梁端応力の補正が必要であるが、それは一応後まわしにして、まず、i), ii), iii) の3種の荷重状態に対して、それぞれ

- a) 梁端部をすべて固定とした場合の応力とたわみ
- b) 梁端部をすべて半固定とした場合の応力とたわみ
- c) 梁端部をすべてピン支持とした場合の応力とたわみ

を解析した。建物は1本の対角線が対称軸となっているので、変位を生じる格子梁交点は14節点である。対称軸上の両端には柱がないのでピン支持と仮定できる(22, 23)。柱に緊結される梁端は7支点である(15~21)。格子梁は支持されていない14節点のたわみを未知量として、これらの節点の荷重外力とそこへ集まる4方向の梁のせん断力との釣合式を立てる。せん断力はたわみの3階微分で表わされるが、それを階差方程式で表現すれば、すべての梁のせん断力はその剛性とそその近辺の節点たわみの1次結合で表わすことができる。こうして立てた釣合式を用いて、各節点のたわみを連立式として解くことができる。そして各梁の応力(曲げモーメント、せん断力)はたわみの関数で表わされているから、解かれたたわみの値を代入すれば、すべての部材の応力を決定できる。これはスラブの捩り剛性を無視した同一断面の格子梁の解析で、階差法を用いた解法の中では最も初歩的なもの(GRID 1 G と名付けている)である。この中で支点の境界条件は、その梁を外へグリッドの単位長さ

だけ延長した点(外挿点)を仮定して、その外挿点と支点の内側の実在点とのたわみの間に、

- a) 梁端固定→外挿点たわみ=+〔実在点たわみ〕
- b) 梁端半固定→外挿点たわみ=0
- c) 梁端ピン→外挿点たわみ=-〔実在点たわみ〕

という条件を与えることによって実現することができる。こうして荷重 i), ii), iii) に対して、梁端固定条件 a), b), c) の3タイプを組み合わせた9種類の応力が得られる。

3. 梁端固定度の評価

支点のたわみは0であるから、ある方向の梁について

$$w_0, \theta_0 = \frac{-w_0}{\lambda}; \text{ 外挿点のたわみおよび外挿部材の傾角}$$

$$w_i, \theta_i = \frac{w_i}{\lambda}; \text{ 内部点のたわみおよび内部部材の傾角}$$

とすれば、支点における部材角 θ は θ_0 と θ_i の平均で

$$\theta = \frac{\theta_0 + \theta_i}{2} = \frac{w_i - w_0}{2\lambda}$$

- a) 固定なら $w_0 = w_i \quad \therefore \theta = 0$
- b) 半固定なら $w_0 = 0 \quad \therefore \theta = \frac{w_i}{2\lambda}$
- c) ピンなら $w_0 = -w_i \quad \therefore \theta = \frac{w_i}{\lambda}$

ところで、支点の固定度を支配するのは、その点にある柱の面外剛性であり、ここに集まる x 方向、 y 方向の2方向の梁に、それぞれ独立な部材角 θ_x と θ_y が生じることになるから、二つの回転角の柱面外方向の回転成分を求めて重合すれば、この方向の回転角は

$$\theta_g = \frac{1}{\sqrt{2}}(\theta_x + \theta_y)$$

となっている。

一方、梁端固定モーメントも x, y 方向の梁端に働く固定モーメント M_x, M_y の柱面外方向成分を採って合成すれば

$$M = \frac{1}{\sqrt{2}}(M_x + M_y)$$

となる。これが柱の面外モーメントと釣り合わなければならない。そこでR階および2階において、柱の応力がちょうどこれと釣り合うためには柱の節点角がいくらでなければならないかを求めてみると、撓角法の公式から

$$k_2(2 \cdot R\theta_c + 2\theta_c) = M_R$$

$$k_2(2 \cdot 2\theta_c + R\theta_c) + k_1(2 \cdot 2\theta_c) = M_2$$

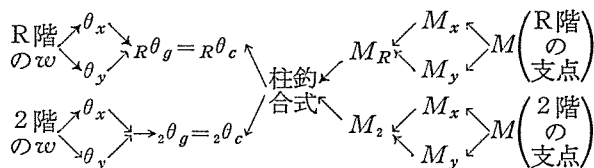
の関係を得るから、 M_R, M_2 を知れば θ が求められる。

$$2\theta_c = \frac{2 \cdot M_2 - M_R}{3 \cdot k_2 + 4 \cdot k_1}$$

$$R\theta_c = \frac{1}{2} \left(\frac{M_R}{k_2} - 2\theta_c \right)$$

ただし $k_2 = \frac{2EI_c}{h_2}, k_1 = \frac{2EI_c}{h_1}$ (2,1階の柱剛性)

こうして、2. の解析結果の w と M から次の FLOW



によってR階、2階の w から求めた梁の節点角 θ_g と、R階、2階の M から求めた柱の節点角 θ_c とが一致していれば、釣合条件も変形適合条件も充足された実在の状態だといえることができる。ところが、

a) 固定と仮定した時 $\theta_g = 0$ 、 M は大きいから θ_c は大

c) ピンと仮定した時 θ_g は大、 $M = 0$ であるから $\theta_c = 0$

となるので、 θ_g と θ_c の距離はいずれの場合も大きい。そして逆転している。したがって、中間の適当な固定度の所でちょうど θ_g と θ_c が一致するクロスポイントが存在する。そこで、a) 固定、b) 半固定、c) ピンの場合について実際に以上のルーチンで θ_g, θ_c を求めて図表にすれば、このクロスポイントは2階の場合は半固定から若干固定に近づいた所にある (図-5)。R階の場合は半固定から若干ピンに近づいた所にある (図-6)。こうして、実際の柱による梁端固定度を評価することができる。そこでこの固定度評価により、 a, b, c の状態にウェイトをつけて実在状態を推定すれば

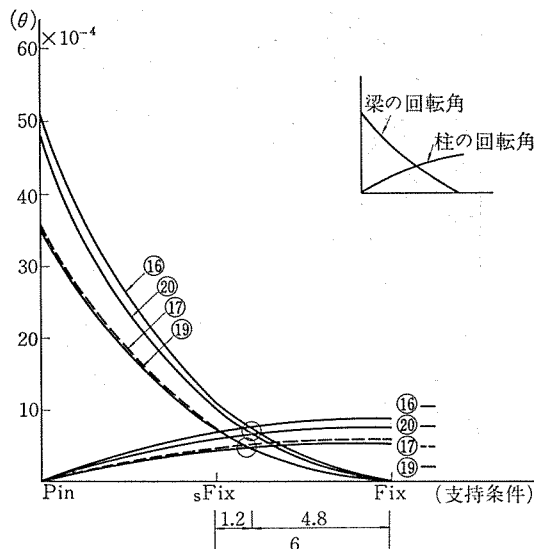


図-5 2階梁端固定度

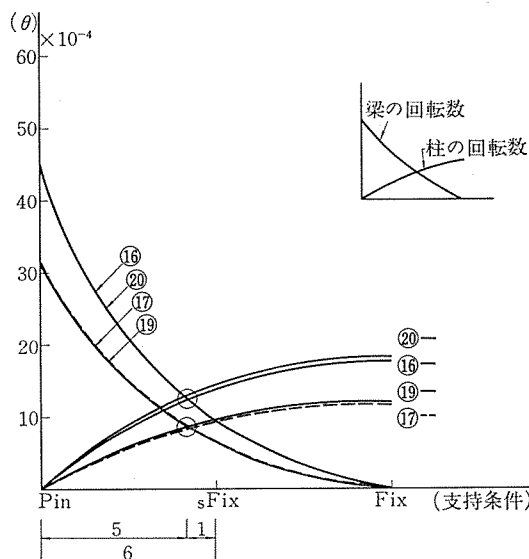


図-6 R階梁端固定度

$$2 \text{階の実在状態} = (b) \times \frac{4}{5} + (a) \times \frac{1}{5}$$

$$R \text{階の実在状態} = (b) \times \frac{5}{6} + (c) \times \frac{1}{6}$$

と考えられる。こうして各節点のたわみ、各部材の設計応力を、2. で求めた b と、 a または c の値を用いて合成することができる。ただ、以上の計算の中に織り込まれている諸種の仮定を考慮して、応力だけは若干割増しして安全側に設計する方が望ましい。そこで1割増しとして

$$2 \text{階の設計応力} = (b) \times \frac{4.4}{5} + (a) \times \frac{1.1}{5}$$

$$R \text{階の設計応力} = (b) \times \frac{5.5}{6} + (c) \times \frac{1.1}{6}$$

を設計応力と定めた。

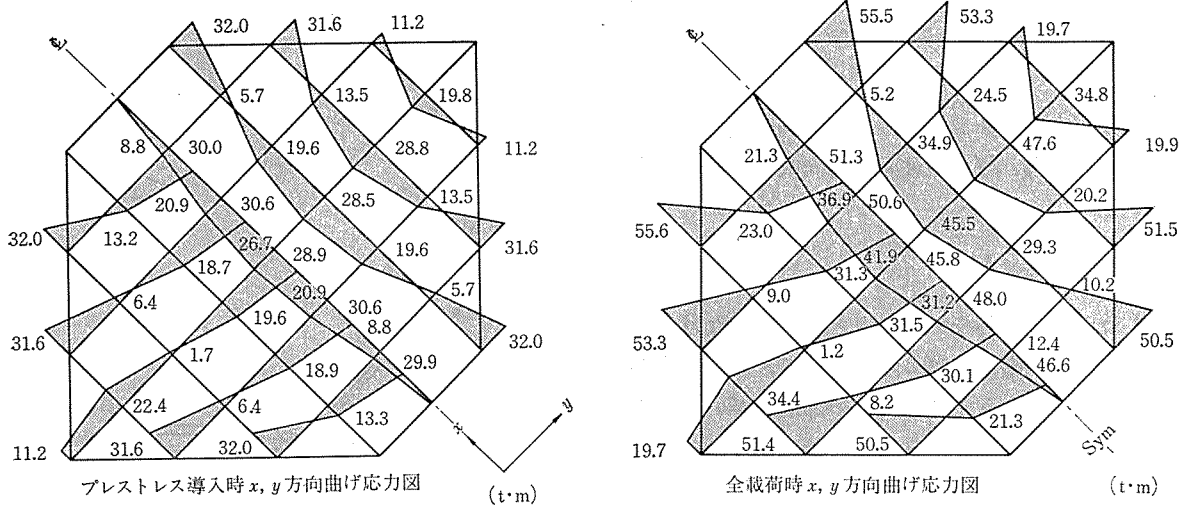


図-7 B棟2階格子梁応力図

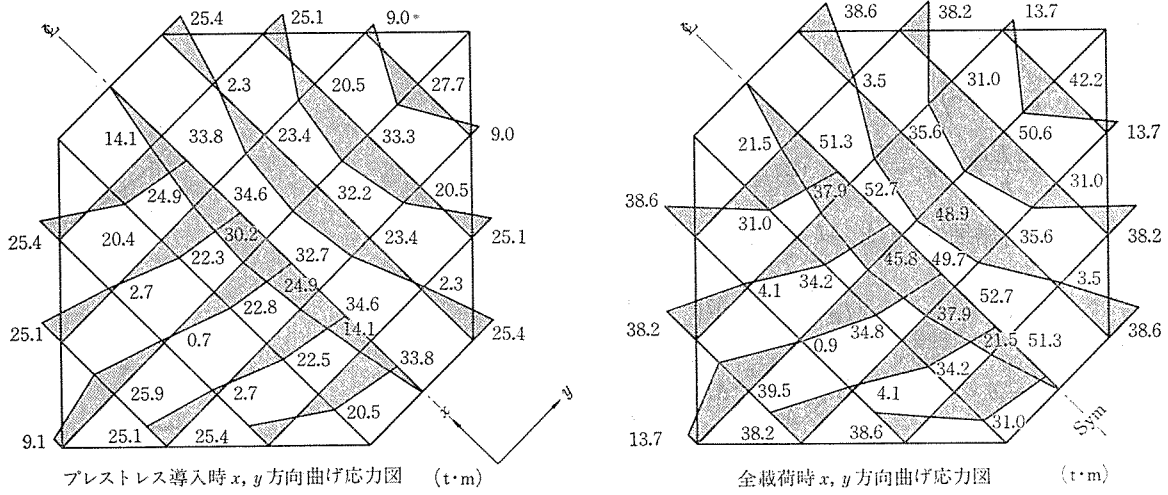


図-8 A棟R階格子梁応力図

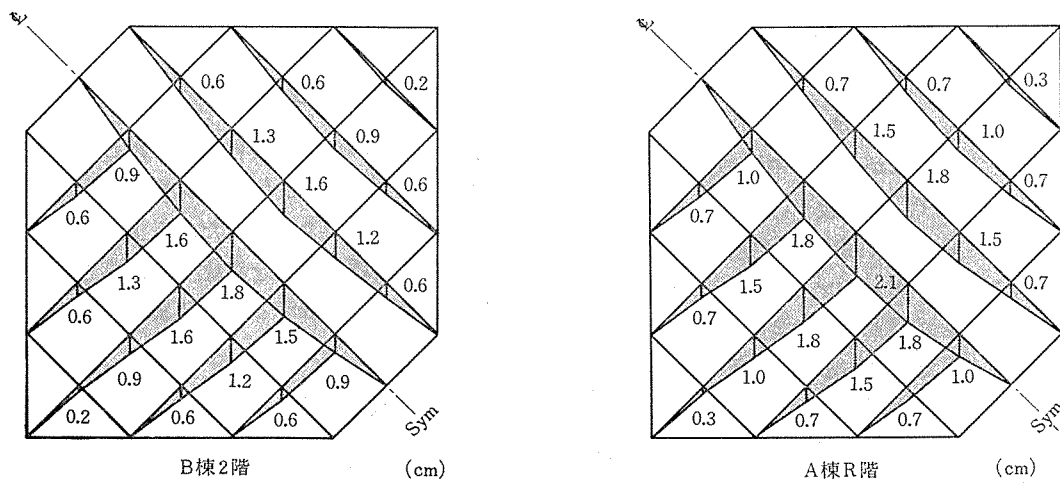


図-9 全載荷時 x, y 方向変位図

この補正により得られた最終値の応力とたわみを図-7~9に示す。

4. 断面設計

コンクリートは現場打ちの普通コンクリートで、シースに通したPC鋼棒を打ち込み、所定強度の得られた時点で両端から同時に緊張した。

- コンクリート $F_c=300 \text{ kg/cm}^2$,
 $E=2.7 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$
 許容応力度 $f_c=100$ ($f_c'=135$),
 $f_t=0$ ($f_t'=-9.5$)

- PC鋼棒 B種1号, 23φ
 1本当りの緊張力 $P_0=0.80P_y=31.6 \text{ t}$:
 定着完了時
 プレストレス有効率(クリープ等) $\eta=0.85$

材料の条件を以上のように設定する(ただし()内はプレストレス導入時の値)。

まず、断面寸法の満たすべき条件を調べてみよう。

A : 断面積(コンクリートの)

Z_1 : 圧縮側断面係数(コンクリートの)

Z_2 : 引張側断面係数(コンクリートの)

M_D : 固定荷重によるモーメント(プレストレス導入時)

M_L : 積載荷重によるモーメント

e : プレストレス力の重心に対する偏心量とすると、満たされるべき条件は、圧縮側ではプレストレス導入時

$$\frac{P_0}{A} - \frac{P_0 \cdot e}{Z_1} + \frac{M_D}{Z_1} \geq f_t' \quad (1A)$$

全載荷時

$$\frac{\eta \cdot P_0}{A} - \frac{\eta \cdot P_0 \cdot e}{Z_1} + \frac{M_D}{Z_1} + \frac{M_L}{Z_1} \leq f_c \quad (1B)$$

第1式に η を掛けて、それを第2式から引けば

$$\frac{M_L}{Z_1} + (1-\eta) \frac{M_D}{Z_1} \leq (f_c - \eta f_t') \quad (1)$$

また、引張側では

プレストレス導入時

$$\frac{P_0}{A} + \frac{P_0 \cdot e}{Z_2} - \frac{M_D}{Z_2} \leq f_c' \quad (2A)$$

全載荷時

$$\frac{\eta \cdot P_0}{A} + \frac{\eta \cdot P_0 \cdot e}{Z_2} - \frac{M_D}{Z_2} - \frac{M_L}{Z_2} \geq f_t \quad (2B)$$

第1式に η を掛けて、それから第2式を引けば

$$\frac{M_L}{Z_2} + (1-\eta) \frac{M_D}{Z_2} \leq (\eta \cdot f_c' - f_t) \quad (2)$$

を得る。(1)式、(2)式ともに右辺が正であるから、結局

$$Z_1 \geq \frac{M_L + (1-\eta)M_D}{f_c - \eta \cdot f_t'} \quad (1')$$

$$Z_2 \geq \frac{M_L + (1-\eta)M_D}{\eta \cdot f_c' - f_t} \quad (2')$$

でなければならない。一方、設計応力の最大値は、プレストレス導入時も、全載荷時も節点(16)にあり、これより

$$M_D=32 \text{ tm} \quad M_L=55.6-32=23.6 \text{ tm}$$

である。これらを(1')式、(2')式に入れて、 Z_1, Z_2 の必要最小値を求めれば、

$$Z_1 \geq 28400 \text{ cm}^3, \quad Z_2 \geq 24750 \text{ cm}^3$$

となる。ここで使用している断面は、最初に述べたごとく 400×750 (後で納りの関係上、幅を420としたが)であった。この断面は $Z=37500$ で上記の条件を満たしている。

次に、プレストレス力 P_0 の最適値であるが、これは上述の(1A)、(1B)、(2A)、(2B)の4式の条件を満たす P_0 のうちで最小のものが最も経済的であるといえる。実を言えば、その他に、 P_0 に相当するPC鋼材が断面内に配線可能でなければならないので、この条件が重要になる場合も多い。しかし、この問題は本誌・別項(多摩ニュータウンの空中広場)に説明しているので、ここでは単純に4式から決まる条件を探してみよう。4式のうち(1B)と(2A)は P_0 がこの条件より小さくなければならない、というものであるから、いわばプレストレス力の最大限界を与える式である。それに対して、(1A)と(2B)は P_0 がこの条件より大きくななければならない、という条件であるから、この二つの条件の交点が必要かつ十分な最小の P_0 を与える。そこで2式の等号になる場合を解く。つまり、2式から偏心モーメント $P_0 \cdot e$ を消去すると、次式

$$P_0 \geq \frac{A}{\eta} \frac{1}{Z_1 + Z_2} \left\{ (1-\eta)M_D + M_L + f_t Z_2 + \eta f_t' Z_1 \right\} \quad (3)$$

が得られる。右辺に各数値を与えると、

$$P_0 \geq 119.4 \text{ t} (=31.58 \times 3.78 \text{ 本})$$

という最小値が得られる。すなわち最小4本ということになる。さらに、 P_0 を決定すると、プレストレス力の偏心量についても(1A)、(2B)の両式から

$$e \leq \frac{Z_1}{A} + \frac{1}{P_0} (M_D - f_t' \cdot Z_1) \quad (4A)$$

$$e \geq -\frac{Z_2}{A} + \frac{1}{\eta \cdot P_0} (M_D + M_L + f_t \cdot Z_2) \quad (4B)$$

の制約条件を得る。これを満たすように配線位置を決めればよい。

以上のプロセスをコンピューターのプログラムに組めば、応力に応じて最小量の P_0 とその偏心 e の満たすべき条件を容易に探し出すことができる。しかし、この場合は、最大応力値に対する P_0 の 119.4t を得たが、採用できる最大偏心値などを考慮して、鋼棒をいずれの断面に対してしても一律に 6 本 ($P_0=190t$) とし、各断面での実際に配線可能な位置を検討して e を決め、各断面ごとにコンクリートの応力度を求め、(1A)~(2B) の四つの条件を満たすかどうか、また、亀裂安全率、終局耐力安全率を満たすかどうかを検定した。格子梁の場合には、 x, y 両方向の鋼棒が交点で互いに交差するので、鋼棒を各々の方向で独立に曲線配置をすると、この点で衝突してしまうことが多い。それを互いにどう避け、かつ、それぞれの断面の必要条件を満たさせるかが、かなりやっかいである。この問題は実際の施工に際しても重要で難しいことであった。交互に重なる配線の順序を誤ると、施工不能になるし、また、鋼棒の上下の間隔をうまく採っておかないと、直交する梁幅の間で、勾配によって鋼棒のレベルが変わっていくから、どの鋼棒かに突き当たる恐れがあるからである。

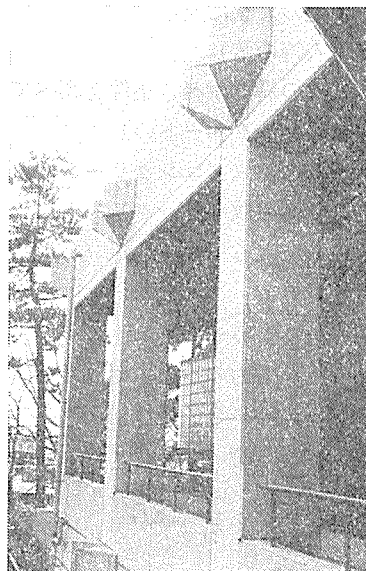
5. 施工上の問題

上述のごとく、交点で二方向の配線を互いにどうかわしていかかが重要であった。その他、柱の位置に x, y 両方向から梁が集まってきて、鋼棒の端部が重なってしまう。しかも、柱外面に対して梁の方向はいずれも 45° 振れている。そこで、梁端はそのまま素直に柱の外へ約 50cm ほど延長して、定着部を設けた。

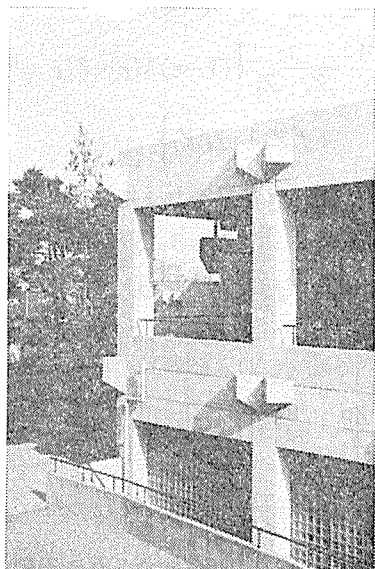
鋼棒の長いものは 30m 近くになるので、中央部から少しはずれた所で乱に配ったカップラー・ジョイントを使



写真—6



写真—7



写真—5



写真—8



写真-9

用した。また、緊張後はグラウティングを実施している。また、周辺は壁付きラーメンとなって固まっている。これは面内方向の剛性のため、プレストレスの導入を阻止する働きをする。それを避けるため、周辺の梁は四隅の近くにそれぞれコンクリートの打ち残し部分を設けて、四隅での迫り合いによる拘束を解放しておいた。そして、プレストレスを導入した後に、コンクリートを詰めて周壁と周囲の梁を完全に閉じた形にした。

6. 持ち越した問題

厳密に言うと、梁にプレストレスを導入する場合、柱の面外剛性も、梁長の縮みを拘束する。また、プレストレスによる梁の浮上り変形を生じる（事実プレストレス導入時に型枠とともに支保構から若干の浮上りを生じた）。このプレストレス変形自体が柱の曲げ反力（不静定力）により異なってくるし、それによってプレストレスの偏心曲げモーメント自体も微妙に変化する。そして、柱にも間接にプレストレスが加えられたことになる。さらに、現実には、梁の上端には一体化したコンクリートスラブがあり、そのどれくらいの範囲をT形梁

の耳として考慮すれば良いかも難しい。

一言で言えば、これらはすべて高次の不静定力である。建築の構造は、複雑で部材数も多く、これらの不静定力の問題を逐一克明に追跡することは、現実の問題として不可能である。緊張材のレラクセーションやコンクリートの収縮とクリープ、その他不同沈下の影響なども正しく追跡しようとすれば、その複雑な不静定構造の特性をすべて織り込まなければならなくなる。

この2次応力的な問題が完全に解明できないからという理由で、プレストレス工法自体を断念するとすれば、問題が主客転倒のようにも思われる。プレストレス工法には、1次的な重要なメリットがあるから、これらの2次的な問題に対しては、時によっては大まかにそのオーダーをとらえて、若干の安全率や計算外の配慮などでカバーしていけばよいと筆者は考えている。極端な表現をすれば、プレストレスは内力であり、施工応力であるから、あまり微細なことに神経質になるよりも、大局的な立場から構造安全率は不変なのだとは割り切って、むしろプレストレス工法の持つ1次的なメリットを活かしていくことが大切だろうと思う。

◀刊行物案内▶

PC 定着工法 (16工法)

会誌 Vol. 19-No. 3 が品切れとなり、これに代わるべく、内容も一部改訂し、本書が発刊となりました。

現在、わが国で使用されているPC定着工法(16工法)について、その概要、定着具、緊張方法、その他使用すべき鋼材およびシース、ジャッキ、工法の特長や注意事項等について、わかりやすく説明してあります。

本書は学校・官庁始めコンサルタント、施工会社等の新入社員教材用としてご利用頂けるものと確信いたしております。

ご希望の方は代金を添えて、ハガキ(なるべく)または電話で(社)プレストレストコンクリート技術協会へお申し込み下さい。

体 裁：B5判 71頁

定 価：1800円 (会員特価 1500円) 送料 200円

送 金：振替口座番号 東京 7-62774 または 三井銀行銀座支店(普通預金) 920-790