

分割施工される PC 連続桁橋の遅れ弾性を考慮したクリープ解析法

山 家 馨*
渡 辺 実**

1. ま え が き

コンクリート連続桁橋を分割して段階的に施工した場合、各施工段階ごとに各施工区間には、桁自重あるいはプレストレス導入などによって応力の変化が生じる。各施工区間のコンクリートのクリープによる変形は、これらの応力変化ならびにコンクリートの材令差によって影響を受け、したがってクリープによって生ずる2次応力も影響される。

従来、分割施工される連続桁橋のクリープによって発生する2次応力の解析には、Dischinger の微分方程式による方法ならびに Whitney の理想曲線に基づいて材令差を考慮する方法が一般的に用いられてきた^{1),2)}。しかしながらこれらの方法によった場合には、クリープの進行に及ぼす応力変化の影響が考慮されず、これは実際のクリープ現象と矛盾している。また連立微分方程式で表わされた適合条件式を解く必要がある。

これに対して H. Trost³⁾⁻⁵⁾ は、重ね合せの原理に基づいてコンクリートの時間に関係した応力-ひずみ関係を導き、この中でレラクセーション係数 ρ を与えた。このレラクセーション係数 ρ は、基準クリープ係数 ϕ_N と荷重載荷時の材令による影響係数 k_i との関係から与えられるものである。この H. Trost の方法によれば、クリープの進行に及ぼす応力変化の影響を考慮でき、さらに微分方程式によらないで適合条件式を導くことができる。

その後 H. Rüsch, D. Jungwirth ならびに H. Hilsdorf^{6),7)} は、クリープ成分中に遅れ弾性成分(回復クリープ)を新しく導入し、コンクリートのクリープ現象をより明確に示した。この提案は DIN や CEB などの規定でも採用されており、我が国の道路橋示方書・コンクリート橋編でも採用されるに至った。

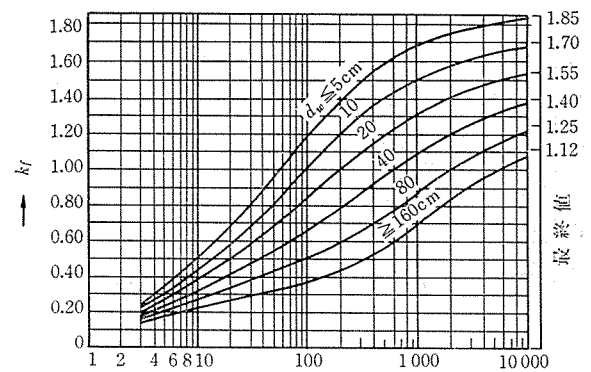
さらに D. Schade¹³⁾ は、H. Trost のレラクセーション係数にこの遅れ弾性成分を考慮した材令係数を新たに

誘導した。

本報告は、分割施工されるコンクリート連続桁橋のクリープによって発生する2次応力を、H. Trost の重ね合せの原理に基づき、クリープ成分中に H. Rüsch が提案した遅れ弾性成分を考慮し、さらに D. Schade が誘導した材令係数を用いて、より实际的に解析する方法について論じたものである。

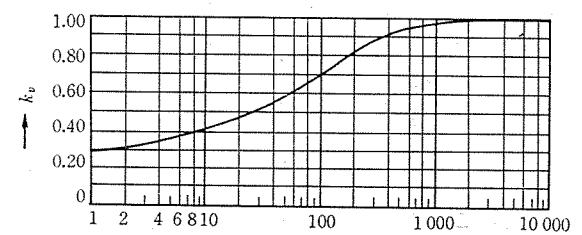
2. コンクリートの時間に関係した応力-ひずみ関係

時間 τ_0 (載荷時材令) で持続荷重を載荷したときの時間 t におけるコンクリートのひずみ $\epsilon(t)$ は、時間 τ_0 で瞬間的に生ずる弾性ひずみ ϵ_e と時間の経過に関するクリープひずみ $\epsilon_h(t)$ ならびに乾燥収縮によるひずみ $\epsilon_s(t)$ を合計して得られ、



— 有効載荷材令 t

(a) 係数 k_f



— 載荷期間

(b) 係数 k_p

図-1 クリープの進行に関する係数

* ビー・エス・コンクリート(株) 取締役技術部長
** " " 技術部

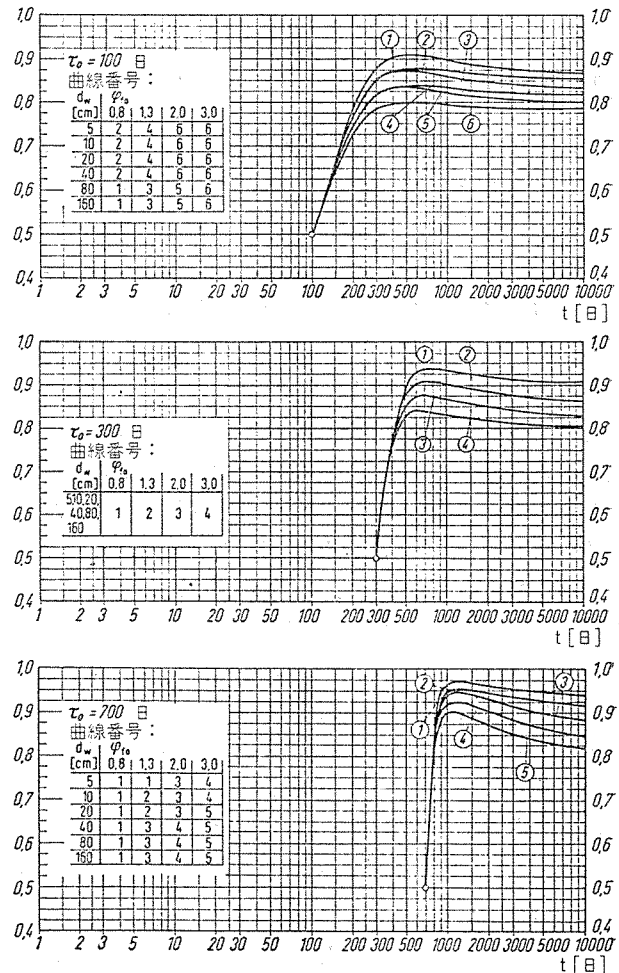
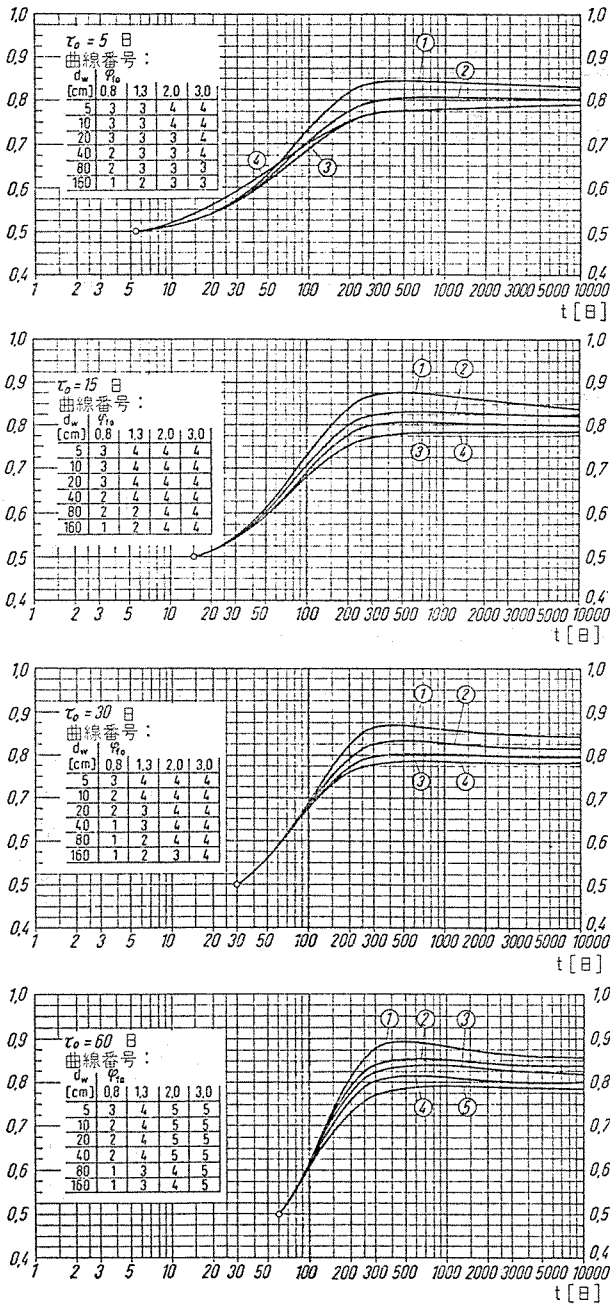


図-2 材令係数

$$\epsilon(t) = \epsilon_e + \epsilon_k(t) + \epsilon_s(t) \dots \dots \dots (1)$$

で表わされる。

D. Schade は (1) 式を、乾燥収縮によるひずみを省略し、材令係数 $\rho(t, \tau_0)$ を導入して、

$$\begin{aligned} \epsilon(t) = & \frac{\sigma(\tau_0)}{E_b} [1 + \varphi(t, \tau_0)] \\ & + \frac{\sigma_k}{E_b} [1 + \rho(t, \tau_0)\varphi(t, \tau_0)] \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

で与えた。ここで $\sigma_k = \sigma(t) - \sigma(\tau_0)$ であり、 $\varphi(t, \tau)$ はフロー成分と遅れ弾性成分とに分けて、

$$\varphi(t, \tau) = \varphi_{f0} [k_f(t) - k_f(\tau)] + 0.4 k_v(t - \tau) \dots \dots \dots (3)$$

で表わされる (図-1)。また材令係数は、基準フロー値 φ_{f0} と有効部材厚 d_w ならびに載荷時材令 τ_0 と経過時間 t との関係から、図-2 で読み取ることができる。

さて (1) 式において、クリープによって生ずるひずみ $\epsilon_k(t)$ は (2) 式から、

$$\begin{aligned} \epsilon_k(t) = & \frac{\sigma(\tau_0)}{E_b} \varphi(t, \tau_0) \\ & + \frac{\sigma_k}{E_b} [1 + \rho(t, \tau_0)\varphi(t, \tau_0)] \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

で表わされる。(4) 式からわかるように、クリープによって生ずる変形は載荷時材令 τ_0 での弾性変形に $\varphi(t, \tau_0)$ を、また時間 t までにクリープによって生じた変形に

$[1 + \rho(t, \tau_0)\varphi(t, \tau_0)]$ を考慮することによって得ることができる。すなわちこの関係から、Dischinger の方法のように連立微分方程式の形で表わされた適合条件式を解くことなく、簡単な連立方程式を解くことによって、クリープによって発生する2次応力を求めることができる。

3. クリープによって発生する2次応力の解析

(4) 式で示された関係に基づいて、各施工区間のコンクリートの材令差ならびに応力変化を考慮したときの、クリープによって発生する2次応力の解析方法を施工順序に従って説明することにする。ここで施工順序については図-3に示すように、片側から順次1径間ごとに移動支保工によって施工してゆくものについて考えることにする。

3.1 区分性状係数と区分荷重項 (図-3)

区分性状係数ならびに区分荷重項は、弾性方程式で一般に用いられている性状係数ならびに荷重項を同一施工区間ごとに区分して求めたものである。ここで荷重項については、重ね合せの原理に基づいているためにさらに、各施工段階で新たに作用する応力変化についても区分して求める必要がある。

施工区間 k に関する区分性状係数は、

$$\delta_{ij,k} = \int_k \frac{M_i M_j}{EI} dx \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。また施工区間 k に関する区分荷重項は、各施工段階で新たに作用する応力変化を考慮して、

$$\delta_{iw,k}^{(w)} = \int_k \frac{M_w M_i}{EI} dx \dots\dots\dots (6)$$

で与えられる。ここで (w) は各施工区間の桁自重 $w = 1, 2, 3, \dots, n$ を示す。

3.2 経過時間 (図-4)

各施工段階での各施工区間のクリープ進行に関する経過時間 t_{ij} を求めることにする。ここで添字 i は施工段階を示し、 j は施工区間を示す。

(1) 第1施工段階：第1施工区間の支保工撤去から第2施工区間の支保工撤去直前まで $(T_1 \sim T_2)$

$$j=1 \text{ (第1施工区間)}, t_{11} = t_{B1} + \Delta t_1 \dots\dots\dots (7)$$

(2) 第2施工段階：第2施工区間の支保工撤去から第3施工区間の支保工撤去直前

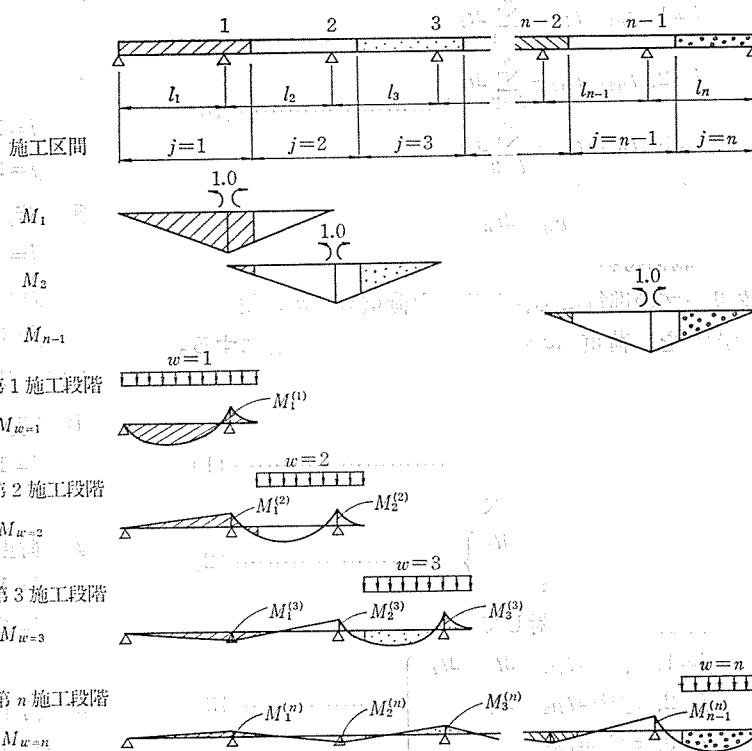
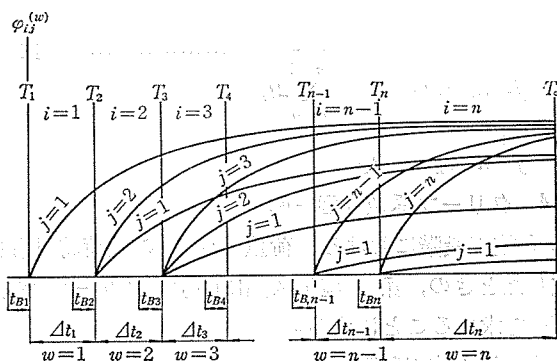


図-3 施工段階に従ったモーメントの変化



i : 第 i 施工段階, j : 第 j 施工区間, w : 載荷荷重

図-4 クリープ曲線

まで $(T_2 \sim T_3)$

$$\left. \begin{aligned} j=1, t_{21} &= t_{B1} + \Delta t_1 + \Delta t_2 \\ j=2, t_{22} &= t_{B2} + \Delta t_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

(3) 第3施工段階：第3施工区間の支保工撤去から第4施工区間の支保工撤去直前まで $(T_3 \sim T_4)$

$$\left. \begin{aligned} j=1, t_{31} &= t_{B1} + \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 \\ j=2, t_{32} &= t_{B2} + \Delta t_2 + \Delta t_3 \\ j=3, t_{33} &= t_{B3} + \Delta t_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

(4) 第 n 施工段階：第 n 施工区間の支保工撤去後 $(T_n \sim T_\infty)$

$$\left. \begin{aligned} j=1, t_{n1} &= t_{B1} + \sum_{i=1}^n \Delta t_i \\ j=2, t_{n2} &= t_{B2} + \sum_{i=2}^n \Delta t_i \\ i=3, t_{n3} &= t_{B3} + \sum_{i=3}^n \Delta t_i \\ \vdots & \\ j=n, t_{nn} &= t_{Bn} + \Delta t_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

3.3 載荷時材令 (図-4)

クリープの進行に影響を及ぼす荷重 $w=k$ の載荷時材令 $\tau_j^{(k)}$ を、荷重 $w=k$ に対して求めることにする。ここで添字 j は施工区間を示す。

① 荷重 $w=1$ に対して
 $j=1, \tau_1^{(1)} = t_{B1} \dots\dots\dots (11)$

② 荷重 $w=2$ に対して
 $\left. \begin{aligned} j=1, \tau_1^{(2)} &= t_{B1} + \Delta t_1 \\ j=2, \tau_2^{(2)} &= t_{B2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$

③ 荷重 $w=3$ に対して
 $\left. \begin{aligned} j=1, \tau_1^{(3)} &= t_{B1} + \Delta t_1 + \Delta t_2 \\ j=2, \tau_2^{(3)} &= t_{B2} + \Delta t_2 \\ j=3, \tau_3^{(3)} &= t_{B3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$

④ 荷重 $w=n$ に対して
 $\left. \begin{aligned} j=1, \tau_1^{(n)} &= t_{B1} + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta t_i \\ j=2, \tau_2^{(n)} &= t_{B2} + \sum_{i=2}^{n-1} \Delta t_i \\ j=3, \tau_3^{(n)} &= t_{B3} + \sum_{i=3}^{n-1} \Delta t_i \\ \vdots & \\ j=n, \tau_n^{(n)} &= t_{Bn} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$

3.4 クリープ係数 (図-4)

第 i 施工段階における、荷重 $w=k$ の載荷時材令を考慮したときの、第 j 施工区間に関するクリープ係数 $\varphi_{ij}^{(k)}$ を求めることにする。

(1) 第1施工段階

① 荷重 $w=1$ に対して
 $j=1, \varphi_{11}^{(1)} = \varphi(t_{11}, \tau_1^{(1)}) \dots\dots\dots (15)$

ここで $\varphi_{11}^{(1)}$ を (3) 式に従って表わすと、

$$\varphi_{11}^{(1)} = \varphi_{f0} [k_f(t_{11}) - k_f(\tau_1^{(1)})] + 0.4 k_v(t_{11} - \tau_1^{(1)}) \dots\dots\dots (16)$$

となる。以下のクリープ係数についても同様に表わされる。

(2) 第2施工段階

① 荷重 $w=1$ に対して
 $j=1, \varphi_{21}^{(1)} = \varphi(t_{21}, \tau_1^{(1)}) - \varphi(t_{11}, \tau_1^{(1)}) \dots\dots (17)$

② 荷重 $w=2$ に対して
 $\left. \begin{aligned} j=1, \varphi_{21}^{(2)} &= \varphi(t_{21}, \tau_1^{(2)}) \\ j=2, \varphi_{22}^{(2)} &= \varphi(t_{22}, \tau_2^{(2)}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$

(3) 第3施工段階

① 荷重 $w=1$ に対して
 $j=1, \varphi_{31}^{(1)} = \varphi(t_{31}, \tau_1^{(1)}) - \varphi(t_{21}, \tau_1^{(1)}) \dots\dots (19)$

② 荷重 $w=2$ に対して
 $\left. \begin{aligned} j=1, \varphi_{31}^{(2)} &= \varphi(t_{31}, \tau_1^{(2)}) - \varphi(t_{21}, \tau_1^{(2)}) \\ j=2, \varphi_{32}^{(2)} &= \varphi(t_{32}, \tau_2^{(2)}) - \varphi(t_{22}, \tau_2^{(2)}) \end{aligned} \right\} \dots (20)$

③ 荷重 $w=3$ に対して
 $\left. \begin{aligned} j=1, \varphi_{31}^{(3)} &= \varphi(t_{31}, \tau_1^{(3)}) \\ j=2, \varphi_{32}^{(3)} &= \varphi(t_{32}, \tau_2^{(3)}) \\ j=3, \varphi_{33}^{(3)} &= \varphi(t_{33}, \tau_3^{(3)}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$

(4) 第 n 施工段階

① 荷重 $w=1$ に対して
 $j=1, \varphi_{n1}^{(1)} = \varphi(t_{n1}, \tau_1^{(1)}) - \varphi(t_{(n-1)1}, \tau_1^{(1)}) \dots\dots\dots (22)$

② 荷重 $w=2$ に対して
 $\left. \begin{aligned} j=1, \varphi_{n1}^{(2)} &= \varphi(t_{n1}, \tau_1^{(2)}) - \varphi(t_{(n-1)1}, \tau_1^{(2)}) \\ j=2, \varphi_{n2}^{(2)} &= \varphi(t_{n2}, \tau_2^{(2)}) - \varphi(t_{(n-1)2}, \tau_2^{(2)}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$

③ 荷重 $w=3$ に対して
 $\left. \begin{aligned} j=1, \varphi_{n1}^{(3)} &= \varphi(t_{n1}, \tau_1^{(3)}) - \varphi(t_{(n-1)1}, \tau_1^{(3)}) \\ j=2, \varphi_{n2}^{(3)} &= \varphi(t_{n2}, \tau_2^{(3)}) - \varphi(t_{(n-1)2}, \tau_2^{(3)}) \\ j=3, \varphi_{n3}^{(3)} &= \varphi(t_{n3}, \tau_3^{(3)}) - \varphi(t_{(n-1)3}, \tau_3^{(3)}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$

④ 荷重 $w=n$ に対して
 $\left. \begin{aligned} j=1, \varphi_{n1}^{(n)} &= \varphi(t_{n1}, \tau_1^{(n)}) \\ j=2, \varphi_{n2}^{(n)} &= \varphi(t_{n2}, \tau_2^{(n)}) \\ j=3, \varphi_{n3}^{(n)} &= \varphi(t_{n3}, \tau_3^{(n)}) \\ \vdots & \\ j=n, \varphi_{nn}^{(n)} &= \varphi(t_{nn}, \tau_n^{(n)}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$

3.5 材令係数 (図-2)

第 i 施工段階で新たに作用する荷重 $w=i$ に対する材令係数は、第 j 施工区間のコンクリートに対して、 $\rho_{ij}^{(i)} = \rho(t_{ij}, \tau_j^{(i)})$ で表わされ、クリープ係数 $\varphi_{ij}^{(i)} = \varphi(t_{ij}, \tau_j^{(i)})$ に対応する。

3.6 施工順序に従った2次応力の解析 (図-3)

各施工区間の施工中に、クリープによって発生する2次応力(2次モーメント)の解析を施工順序に従って説明することにする。

(1) 第1施工段階

第1施工区間の桁自重 $w=1$ の作用によって、桁に曲げモーメント $M_{w=1}$ が生ずる。第2施工区間の支保工撤去直前までのこの段階では、桁は静定系であるのでクリープによる2次モーメントの発生はない。

(2) 第2施工段階

第2施工区間の支保工撤去によって桁自重 $w=2$ が作用し、2区間連続桁には新たな曲げモーメント $M_{w=2}$ が生ずる。このモーメント状態のもとで、第2施工区間

の完成直前（第3施工区間の支保工撤去直前）までに、支点1にはクリープによって2次モーメントが発生する。これを $X_{t_1}^2(T_3)$ とすると、支点1に関する適合条件式は(4)式の関係から次のように表わされる。ここで記号 (T_3) は第3施工区間の支保工撤去時を示す。

$$\delta_{11,\varphi} \cdot X_{t_1}^2(T_3) + \delta_{1\varphi} = 0 \dots\dots\dots(26)$$

ここでは(26)式における $\delta_{11,\varphi}$ ならびに $\delta_{1\varphi}$ をそれぞれ、クリープ換算性状係数ならびにクリープ換算荷重項と呼ぶことにする。

① クリープ換算荷重項

第2施工段階におけるクリープ換算荷重項は、H. Trost の重ね合せの原理に基づいて、荷重 $w=1$ ならびに $w=2$ について別個に求め、それらを重ね合わせるによって求められる。すなわち支点1に関するクリープ換算荷重項は、

$$\left. \begin{aligned} \delta_{1\varphi}^{(1)} &= \varphi_{21}^{(1)} \cdot \delta_{1w,1}^{(1)} \\ \delta_{1\varphi}^{(2)} &= \varphi_{21}^{(2)} \cdot \delta_{1w,1}^{(2)} + \varphi_{22}^{(2)} \cdot \delta_{1w,2}^{(2)} \\ \delta_{1\varphi} &= \delta_{1\varphi}^{(1)} + \delta_{1\varphi}^{(2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

で得られる。

② クリープ換算性状係数

第2施工段階におけるクリープ換算性状係数は、H. Trost の重ね合せの原理ならびに D. Schade の材令係数を用いることによって次式で与えられる。

$$\delta_{11,\varphi} = (1 + \rho_{21}^{(2)} \cdot \varphi_{21}^{(2)}) \cdot \delta_{11,1} + (1 + \rho_{22}^{(2)} \cdot \varphi_{22}^{(2)}) \cdot \delta_{11,2} \dots\dots\dots(28)$$

ここで(27)式ならびに(28)式中のクリープ係数と材令係数は、第3施工区間の支保工撤去直前 (T_3) におけるものである。

(26)、(27)ならびに(28)式から支点1に生ずる2次モーメントは、

$$X_{t_1}^2(T_3) = -\frac{\delta_{1\varphi}}{\delta_{11,\varphi}} \dots\dots\dots(29)$$

で求められ、 T_3 での支点1の桁自重によるモーメントとクリープによる2次モーメントとの合計モーメントは、

$$M_1(T_3) = M_1^{(1)} + M_1^{(2)} + X_{t_1}^2(T_3) \dots\dots\dots(30)$$

となる。

(3) 第3施工段階

第3施工区間の支保工撤去によって桁自重 $w=3$ が作用し、3径間連続桁には新たな曲げモーメント $M_{w=3}$ が生ずる。このモーメント状態のもとで、第4施工区間の支保工撤去直前 (T_4) までに、支点1ならびに支点2にはクリープによって2次モーメント $X_{t_1}^3(T_4)$ 、 $X_{t_2}^3(T_4)$ がそれぞれ発生する。

3径間連続桁の支点1と支点2に関する適合条件式は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11,\varphi} X_{t_1}^3(T_4) + \delta_{12,\varphi} X_{t_2}^3(T_4) + \delta_{1\varphi} + \delta_{1\varphi}^{Xt} &= 0 \\ \delta_{21,\varphi} X_{t_1}^3(T_4) + \delta_{22,\varphi} X_{t_2}^3(T_4) + \delta_{2\varphi} + \delta_{2\varphi}^{Xt} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

第3施工段階では(31)式で示されているように、前施工段階で発生した2次モーメントの影響による荷重項 $\delta_{1\varphi}^{Xt}$ と $\delta_{2\varphi}^{Xt}$ を重ね合せの原理に基づいて考慮する必要がある。 $\delta_{1\varphi}^{Xt}$ と $\delta_{2\varphi}^{Xt}$ はそれぞれ、第3施工区間の支保工撤去時 T_3 と第4施工区間支保工撤去時 T_4 における相対変位量の差によって得られ、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{1\varphi}^{Xt} &= X_{t_1}^2(T_4) \{ (1 + \rho_{21}^{(T_4)} \cdot \varphi_{21}^{(T_4)}) \delta_{11,1} \\ &\quad + (1 + \rho_{22}^{(T_4)} \cdot \varphi_{22}^{(T_4)}) \delta_{11,2} \\ &\quad - X_{t_1}^2(T_3) \{ (1 + \rho_{21}^{(T_3)} \cdot \varphi_{21}^{(T_3)}) \delta_{11,1} \\ &\quad + (1 + \rho_{22}^{(T_3)} \cdot \varphi_{22}^{(T_3)}) \delta_{11,2} \} \\ \delta_{2\varphi}^{Xt} &= X_{t_1}^2(T_4) \{ (1 + \rho_{21}^{(T_4)} \cdot \varphi_{21}^{(T_4)}) \delta_{21,1} \\ &\quad + (1 + \rho_{22}^{(T_4)} \cdot \varphi_{22}^{(T_4)}) \delta_{21,2} \\ &\quad - X_{t_1}^2(T_3) \{ (1 + \rho_{21}^{(T_3)} \cdot \varphi_{21}^{(T_3)}) \delta_{21,1} \\ &\quad + (1 + \rho_{22}^{(T_3)} \cdot \varphi_{22}^{(T_3)}) \delta_{21,2} \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(32)$$

ここで(32)式におけるクリープ係数と材令係数の添字 (T_3) および (T_4) は、時間 T_3 での $X_{t_1}^2(T_3)$ ならびに時間 T_4 での $X_{t_1}^2(T_4)$ に対するクリープ係数と材令係数を表わしている。なお $X_{t_1}^2(T_4)$ は、時間 T_4 でのクリープ係数ならびに材令係数を用いたクリープ換算性状係数および荷重項によって、

$$X_{t_1}^2(T_4) = -\frac{\delta_{1\varphi}}{\delta_{11,\varphi}} \dots\dots\dots(33)$$

で求められる。ここで、

$$\delta_{1\varphi} = \{ \varphi(t_{31}, \tau_1^{(1)}) - \varphi(t_{11}, \tau_1^{(1)}) \} \delta_{1w,1}^{(1)} + \varphi(t_{31}, \tau_1^{(2)}) \delta_{1w,1}^{(2)} + \varphi(t_{32}, \tau_2^{(2)}) \delta_{1w,2}^{(2)} \dots\dots\dots(34)$$

$$\delta_{11,\varphi} = \{ 1 + \rho(t_{31}, \tau_1^{(2)}) \cdot \varphi(t_{31}, \tau_1^{(2)}) \} \delta_{11,1} + \{ 1 + \rho(t_{32}, \tau_2^{(2)}) \cdot \varphi(t_{32}, \tau_2^{(2)}) \} \delta_{11,2} \dots\dots\dots(35)$$

である。

① クリープ換算荷重項

第3施工段階における支点1および支点2のクリープ換算荷重項は、荷重 $w=1$ に対して、

$$\left. \begin{aligned} \delta_{1\varphi}^{(1)} &= \varphi_{31}^{(1)} \cdot \delta_{1w,1}^{(1)} \\ \delta_{2\varphi}^{(1)} &= \varphi_{31}^{(1)} \cdot \delta_{2w,1}^{(1)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(36)$$

荷重 $w=2$ に対して、

$$\left. \begin{aligned} \delta_{1\varphi}^{(2)} &= \varphi_{31}^{(2)} \cdot \delta_{1w,1}^{(2)} + \varphi_{32}^{(2)} \cdot \delta_{1w,2}^{(2)} \\ \delta_{2\varphi}^{(2)} &= \varphi_{31}^{(2)} \cdot \delta_{2w,1}^{(2)} + \varphi_{32}^{(2)} \cdot \delta_{2w,2}^{(2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(37)$$

荷重 $w=3$ に対して、

$$\left. \begin{aligned} \delta_{1\varphi}^{(3)} &= \varphi_{31}^{(3)} \cdot \delta_{1w,1}^{(3)} + \varphi_{32}^{(3)} \cdot \delta_{1w,2}^{(3)} \\ \delta_{2\varphi}^{(3)} &= \varphi_{31}^{(3)} \cdot \delta_{2w,1}^{(3)} + \varphi_{32}^{(3)} \cdot \delta_{2w,2}^{(3)} \\ &\quad + \varphi_{33}^{(3)} \cdot \delta_{2w,3}^{(3)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(38)$$

である。したがって支点1および2に関するクリープ換算荷重項は、

$$\left. \begin{aligned} \delta_{1\varphi} &= \delta_{1\varphi}^{(1)} + \delta_{1\varphi}^{(2)} + \delta_{1\varphi}^{(3)} \\ \delta_{2\varphi} &= \delta_{2\varphi}^{(1)} + \delta_{2\varphi}^{(2)} + \delta_{2\varphi}^{(3)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

で求められる。

② クリープ換算性状係数

第3施工段階における、支点1および支点2に関するクリープ換算性状係数は、

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11,\varphi} &= (1 + \rho_{31}^{(3)} \cdot \varphi_{31}^{(3)}) \delta_{11,1} + (1 + \rho_{32}^{(3)} \cdot \varphi_{32}^{(3)}) \delta_{11,2} \\ \delta_{12,\varphi} &= (1 + \rho_{31}^{(3)} \cdot \varphi_{31}^{(3)}) \delta_{12,1} + (1 + \rho_{32}^{(3)} \cdot \varphi_{32}^{(3)}) \delta_{12,2} \\ \delta_{22,\varphi} &= (1 + \rho_{31}^{(3)} \cdot \varphi_{31}^{(3)}) \delta_{22,1} + (1 + \rho_{32}^{(3)} \cdot \varphi_{32}^{(3)}) \delta_{22,2} \\ &\quad + (1 + \rho_{33}^{(3)} \cdot \varphi_{33}^{(3)}) \delta_{22,3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

となる。

以上で求めた性状係数ならびに荷重項を(31)式の適合条件式に代入することによって、第4施工区間の支保工撤去直前(T_4)までに、クリープによって発生する2次モーメント $X_{t1}^3(T_4)$ および $X_{t2}^3(T_4)$ が求められる。またこのときの桁自重とクリープによる発生2次モーメントとの合計モーメントは、

$$\left. \begin{aligned} M_1(T_4) &= M_1^{(1)} + M_1^{(2)} + M_1^{(3)} \\ &\quad + X_{t1}^2(T_4) + X_{t1}^3(T_4) \\ M_2(T_4) &= M_2^{(2)} + M_2^{(3)} + X_{t2}^3(T_4) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (41)$$

となる。

(4) 第 n 施工段階

第 n 施工段階でクリープによって発生する2次モーメントは、第3施工段階までの解析手順と同様な方法で求めることができる。すなわち第 n 施工段階での適合条件式は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\begin{array}{cccc} \delta_{11,\varphi} & \delta_{12,\varphi} & \dots\dots\dots & \delta_{1(n-1),\varphi} \\ \delta_{21,\varphi} & \delta_{22,\varphi} & \dots\dots\dots & \delta_{2(n-1),\varphi} \\ \vdots & \vdots & \dots\dots\dots & \vdots \\ \delta_{(n-1)1,\varphi} & \delta_{(n-1)2,\varphi} & \dots\dots\dots & \delta_{(n-1)(n-1),\varphi} \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{c} X_{t1}^n(T_\infty) \\ X_{t2}^n(T_\infty) \\ \vdots \\ X_{t(n-1)}^n(T_\infty) \end{array} \right\} \\ = - \left\{ \begin{array}{c} \delta_{1\varphi} + \delta_{1\varphi}^{Xt} \\ \delta_{2\varphi} + \delta_{2\varphi}^{Xt} \\ \vdots \\ \delta_{(n-1)\varphi} + \delta_{(n-1)\varphi}^{Xt} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (42)$$

ここでクリープ換算荷重項は、

$$\delta_{i\varphi} = \sum_{w=1}^n \delta_{i\varphi}^{(w)} \dots\dots\dots (43)$$

で求められ、またクリープ換算性状係数は、

$$\delta_{ij,\varphi} = \sum_{k=1}^n (1 + \rho_{nk}^{(n)} \cdot \varphi_{nk}^{(n)}) \delta_{ij,k} \dots\dots\dots (44)$$

で求めることができる。さらに前施工段階で既に生じている2次モーメントの影響による荷重項 $\delta_{1\varphi}^{Xt}$, $\delta_{2\varphi}^{Xt}$, ..., $\delta_{(n-1)\varphi}^{Xt}$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta_{1\varphi}^{Xt} &= \sum_{k=2}^{n-1} X_{t1}^k(T_\infty) \{n_{k1}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{11,1} + n_{k2}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{11,2}\} \\ &\quad - \sum_{k=2}^{n-1} X_{t1}^k(T_n) \{n_{k1}^{(T_n)} \cdot \delta_{11,1} + n_{k2}^{(T_n)} \cdot \delta_{11,2}\} \\ &\quad + \sum_{k=3}^{n-1} X_{t2}^k(T_\infty) \{n_{k1}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{12,1} + n_{k2}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{12,2}\} \\ &\quad - \sum_{k=3}^{n-1} X_{t2}^k(T_n) \{n_{k1}^{(T_n)} \cdot \delta_{12,1} + n_{k2}^{(T_n)} \cdot \delta_{12,2}\} \\ \delta_{2\varphi}^{Xt} &= \sum_{k=2}^{n-1} X_{t1}^k(T_\infty) \{n_{k1}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{21,1} + n_{k2}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{21,2}\} \\ &\quad - \sum_{k=2}^{n-1} X_{t1}^k(T_n) \{n_{k1}^{(T_n)} \cdot \delta_{21,1} + n_{k2}^{(T_n)} \cdot \delta_{21,2}\} \\ &\quad + \sum_{k=3}^{n-1} X_{t2}^k(T_\infty) \{n_{k1}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{22,1} + n_{k2}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{22,2} \\ &\quad + n_{k3}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{22,3}\} \\ &\quad - \sum_{k=3}^{n-1} X_{t2}^k(T_n) \{n_{k1}^{(T_n)} \cdot \delta_{22,1} + n_{k2}^{(T_n)} \cdot \delta_{22,2} \\ &\quad + n_{k3}^{(T_n)} \cdot \delta_{22,3}\} \\ &\quad + \sum_{k=4}^{n-1} X_{t3}^k(T_\infty) \{n_{k2}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{23,2} + n_{k3}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{23,3}\} \\ &\quad - \sum_{k=4}^{n-1} X_{t3}^k(T_n) \{n_{k2}^{(T_n)} \cdot \delta_{23,2} + n_{k3}^{(T_n)} \cdot \delta_{23,3}\} \\ &\quad \vdots \\ \delta_{(n-1)\varphi}^{Xt} &= \sum_{k=n-1}^{n-1} X_{t(n-2)}^k(T_\infty) \{n_{k(n-2)}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{(n-1)(n-2),} \\ &\quad (n-2) + n_{k(n-1)}^{(T_\infty)} \cdot \delta_{(n-1)(n-2), (n-1)}\} \\ &\quad - \sum_{k=n-1}^{n-1} X_{t(n-2)}^k(T_n) \{n_{k(n-2)}^{(T_n)} \cdot \delta_{(n-1)(n-2),} \\ &\quad (n-2) + n_{k(n-1)}^{(T_n)} \cdot \delta_{(n-1)(n-2), (n-1)}\} \\ &\quad \dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} n_{kj}^{(T_\infty)} &= 1 + \rho_{kj}^{(T_\infty)} \cdot \varphi_{kj}^{(T_\infty)} \\ n_{kj}^{(T_n)} &= 1 + \rho_{kj}^{(T_n)} \cdot \varphi_{kj}^{(T_n)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (46)$$

である。

したがって第 n 施工段階における、 T_∞ でのクリープによる発生2次モーメント $X_{ti}^n(T_\infty)$ は(42)式を解くことによって求められ、最終的なモーメントは各施工段階ごとの桁自重によるモーメントとクリープによる発生2次モーメントとを合計することによって、

$$\left. \begin{aligned} M_1(T_\infty) &= \sum_{w=1}^n M_1^{(w)} + \sum_{i=2}^n X_{t1}^i(T_\infty) \\ M_2(T_\infty) &= \sum_{w=2}^n M_2^{(w)} + \sum_{i=3}^n X_{t2}^i(T_\infty) \\ &\quad \vdots \\ M_{n-1}(T_\infty) &= \sum_{w=n-1}^n M_{n-1}^{(w)} + X_{t(n-1)}^n(T_\infty) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (47)$$

で求めることができる。

4. 計 算 例

前節では、分割施工される連続桁橋のクリープによって発生する2次応力の解析方法を理論的に示したが、ここで計算例によってさらに具体的に説明することにする。計算は図-5に示したように、3径間連続桁が移動支保工によって、3段階に分割して施工されるものについて行うことにする。

計算条件は、各施工区間のコンクリートが打設されてから支保工が撤去されるまでの所要日数を $t_{B1}=t_{B2}=t_{B3}=7$ 日とし、また各施工段階の所要施工日数を $\Delta t_1=\Delta t_2=14$ 日とする。ここで桁自重は $w=10$ t/m とし、また基準フロー値を $\varphi_{f0}=2.0$ 、有効部材厚を $d_w=40$ cm とする。区分性状係数ならびに区分荷重項については、計算結果を表-1にまとめて示す。

(1) 第2 施工段階

1) クリープ係数と材令係数

$$\begin{aligned} \varphi_{21}^{(1)} &= \varphi(35, 7) - \varphi(21, 7) = 0.156 \\ \varphi_{21}^{(2)} &= \varphi(35, 21) = 0.320; \rho_{21}^{(2)} = 0.54 \\ \varphi_{22}^{(2)} &= \varphi(21, 7) = 0.480; \rho_{22}^{(2)} = 0.54 \end{aligned}$$

2) クリープ換算性状係数・荷重項

クリープ換算荷重項は、

$$\begin{aligned} \delta_{1\varphi}^{(1)} &= \varphi_{21}^{(1)} \cdot \delta_{1w,1}^{(1)} = 0.156 \times 9108.1 = 1421 \\ \delta_{1\varphi}^{(2)} &= \varphi_{21}^{(2)} \cdot \delta_{1w,1}^{(2)} + \varphi_{22}^{(2)} \cdot \delta_{1w,2}^{(2)} \\ &= 0.320 \times (-5211.6) + 0.480 \times (5211.6) = 834 \\ \delta_{1\varphi} &= 2255 \end{aligned}$$

クリープ換算性状係数は、

$$\begin{aligned} \delta_{11,\varphi} &= (1 + \rho_{21}^{(2)} \cdot \varphi_{21}^{(2)}) \cdot \delta_{11,1} \\ &\quad + (1 + \rho_{22}^{(2)} \cdot \varphi_{22}^{(2)}) \cdot \delta_{11,2} \\ &= (1 + 0.54 \times 0.32) \times 14.88 \\ &\quad + (1 + 0.54 \times 0.48) \times 5.12 \\ &= 23.9 \end{aligned}$$

したがって T_3 での発生2次モーメントは、

$$X_{t1}^2(T_3) = -\frac{\delta_{1\varphi}}{\delta_{11,\varphi}} = -\frac{2255}{23.9} = -94.4 \text{ tm}$$

3) T_∞ での発生2次モーメント

経過時間を t_∞ にしてクリープ係数と材令係数を計算すると、

$$\begin{aligned} \varphi_{21}^{(1)} &= 2.16 \\ \varphi_{21}^{(2)} &= 2.34; \rho_{21}^{(2)} = 0.78 \\ \varphi_{22}^{(2)} &= 2.64; \rho_{22}^{(2)} = 0.78 \end{aligned}$$

となり、クリープ換算性状係数・荷重項は、

$$\begin{aligned} \delta_{1\varphi}^{(1)} &= 19673 \\ \delta_{1\varphi}^{(2)} &= 1563 \\ \delta_{1\varphi} &= 21236 \\ \delta_{11,\varphi} &= 57.7 \end{aligned}$$

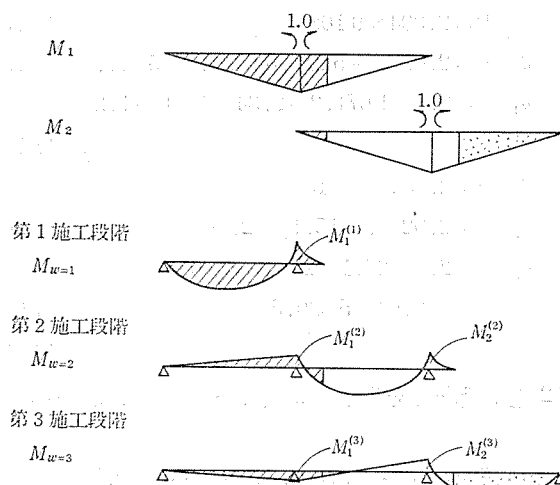
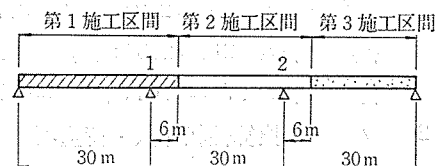


図-5 計 算 例

表-1 性状係数と荷重項

		施 工 区 間		
		1	2	3
δ_{11}	$\delta_{11,1}$	14.88	5.12	0
	δ_{12}	0.52	4.48	0
	δ_{22}	0.08	14.80	5.12

荷 重		施 工 区 間			施 工 区 間			
		1	2	3	1	2	3	
$w=1$	$\delta_{1w,1}^{(1)}$	9108.1	0	0	$\delta_{2w,1}^{(1)}$	-18.0	$\delta_{2w,3}^{(1)}$	0
	$\delta_{1w,1}^{(2)}$	-5211.6	5211.6	0	$\delta_{2w,1}^{(2)}$	-15.1	$\delta_{2w,3}^{(2)}$	0
	$\delta_{1w,1}^{(3)}$	1671.2	-1671.2	0	$\delta_{2w,1}^{(3)}$	26.1	$\delta_{2w,3}^{(3)}$	5620.5

したがって T_∞ での発生2次モーメントは、

$$X_{t1}^2(T_\infty) = -\frac{21236}{57.7} = -368 \text{ tm}$$

となる。

(2) 第3 施工段階

1) クリープ係数と材令係数

$$\begin{aligned} \varphi_{31}^{(1)} &= \varphi(t_\infty, 7) - \varphi(35, 7) = 2.004 \\ \varphi_{31}^{(2)} &= \varphi(t_\infty, 21) - \varphi(35, 21) = 2.02 \\ \varphi_{32}^{(2)} &= \varphi(t_\infty, 7) - \varphi(21, 7) = 2.16 \end{aligned}$$

$$\varphi_{31}^{(3)} = \varphi(t_{\infty}, 35) = 2.2; \rho_{31}^{(3)} = 0.78$$

$$\varphi_{32}^{(3)} = \varphi(t_{\infty}, 21) = 2.34; \rho_{32}^{(3)} = 0.78$$

$$\varphi_{33}^{(3)} = \varphi(t_{\infty}, 7) = 2.64; \rho_{33}^{(3)} = 0.78$$

2) クリープ換算性状係数・荷重項

クリープ換算荷重項は、

$$\delta_{1\varphi}^{(1)} = 2.004 \times 9108 = 18252$$

$$\delta_{1\varphi}^{(2)} = 2.02 \times (-5211.6) + 2.16 \times 5211.6 = 730$$

$$\delta_{1\varphi}^{(3)} = 2.2 \times 1671.2 + 2.34 \times (-1671.2) = -234$$

$$\delta_{1\varphi} = 18748$$

$$\delta_{2\varphi}^{(1)} = 2.004 \times (-18) = -36$$

$$\delta_{2\varphi}^{(2)} = 2.02 \times (-15.1) + 2.16 \times 6018.2 = 12969$$

$$\delta_{2\varphi}^{(3)} = 2.2 \times 26.1 + 2.34 \times (-5646.6)$$

$$+ 2.64 \times 5620.5 = 1682$$

$$\delta_{2\varphi} = 14615$$

第2施工段階で発生した2次モーメントによる荷重項

は、

$$\varphi_{21}(T_{\infty}) = \varphi(t_{\infty}, 21) = 2.34; \rho_{21}(T_{\infty}) = 0.78$$

$$\varphi_{22}(T_{\infty}) = \varphi(t_{\infty}, 7) = 2.64; \rho_{22}(T_{\infty}) = 0.78$$

$$\varphi_{21}(T_3) = \varphi(35, 21) = 0.32; \rho_{21}(T_3) = 0.54$$

$$\varphi_{22}(T_3) = \varphi(21, 7) = 0.48; \rho_{22}(T_3) = 0.54$$

として、

$$\begin{aligned} \delta_{1\varphi}^{Xt} &= -368 \times \{(1+0.78 \times 2.34) \times 14.88 \\ &\quad + (1+0.78 \times 2.64) \times 5.12\} \\ &\quad + 94.4 \times \{(1+0.54 \times 0.32) \times 14.88 \\ &\quad + (1+0.54 \times 0.48) \times 5.12\} \\ &= -18978 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{2\varphi}^{Xt} &= -368 \times \{(1+0.78 \times 2.34) \times 0.52 \\ &\quad + (1+0.78 \times 2.64) \times 4.48\} \\ &\quad + 94.4 \times \{(1+0.54 \times 0.32) \times 0.52 \\ &\quad + (1+0.54 \times 0.48) \times 4.48\} \\ &= -4994 \end{aligned}$$

クリープ換算性状係数は、

$$\delta_{11,\varphi} = (1+0.78 \times 2.2) \times 14.88$$

$$+ (1+0.78 \times 2.34) \times 5.12 = 54.9$$

$$\delta_{12,\varphi} = (1+0.78 \times 2.2) \times 0.52$$

$$+ (1+0.78 \times 2.34) \times 4.48 = 14.07$$

$$\delta_{22,\varphi} = (1+0.78 \times 2.2) \times 0.08$$

$$+ (1+0.78 \times 2.34) \times 14.8$$

$$+ (1+0.78 \times 2.64) \times 5.12 = 57.8$$

したがって支点1および支点2に関する適合条件式は、

$$\begin{bmatrix} 54.9 & 14.07 \\ 14.07 & 57.8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{f1}^3(T_{\infty}) \\ X_{f2}^3(T_{\infty}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -18748 + 18978 \\ -14615 + 4994 \end{Bmatrix}$$

となり、これを解くと、

$$X_{f1}^3(T_{\infty}) = 50 \text{ tm}$$

$$X_{f2}^3(T_{\infty}) = -179 \text{ tm}$$

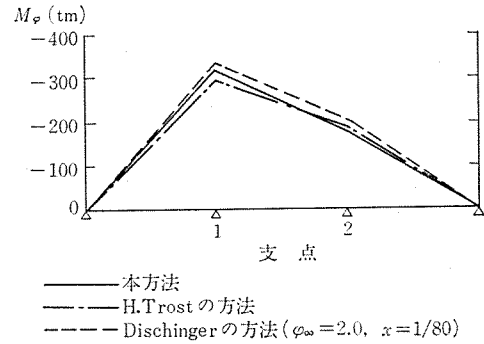


図-6 発生2次モーメントの比較 (T_{∞})

表-2 発生2次モーメントならびに合計モーメントの比較

(a) 発生2次モーメントの比較 (T_{∞}) (tm)

	① 本方法	② Trost	③ Dischinger	①/②	①/③
$M_{1\varphi}(T_{\infty})$	-318	-295	-333	1.08	0.95
$M_{2\varphi}(T_{\infty})$	-179	-189	-204	0.95	0.88

(b) 合計モーメントの比較 (T_{∞}) (tm)

	① 本方法	② Trost	③ Dischinger	①/②	①/③
$M_1(T_{\infty})$	-812	-789	-827	1.03	0.98
$M_2(T_{\infty})$	-881	-891	-906	0.99	0.97

となる。したがって T_{∞} でのクリープによる発生2次モーメントの合計は、

$$M_{1\varphi}(T_{\infty}) = -368 + 50 = -318 \text{ tm}$$

$$M_{2\varphi}(T_{\infty}) = -179 \text{ tm}$$

となり、桁自重によるモーメントとクリープによる発生2次モーメントとの合計モーメントは、

$$M_1(T_{\infty}) = -494 - 318 = -812 \text{ tm}$$

$$M_2(T_{\infty}) = -702 - 179 = -881 \text{ tm}$$

となる。

以上の計算結果を Trost ならびに Dischinger の方法に従って計算したものと比較すると、図-6 ならびに表-2 のようになる。本計算例についていえば、いずれの方法によって計算しても値に大きな差は認められない。これは、本計算例の場合には荷重の載荷時材令 t_B および経過時間 dt が比較的短く、各施工区間の材令差による影響が小さいためである。各施工区間の材令差が大きくなる場合、ならびに応力変化が大きい場合には比較的大きな差が出てくるのが予想される。特に Dischinger の方法による場合には、クリープの進行度を表わす補正係数 x を適切に選定する必要がある。

本解析方法によれば遅れ弾性ならびに応力変化の影響を考慮でき、実際のクリープ現象と矛盾することなくクリープ解析を行うことができる。さらに微分方程式を用いることなく比較的簡単に計算ができる点に本方法の有

用性がある。

5. あとがき

最近の労務コストの上昇ならびに急速施工の必要性から、コンクリート橋の架設工法の開発には目覚ましいものがある。また構造についてみても、多径間連続桁やPC斜張橋などのように、高次の不静定次数をもった橋梁も数多く建設されるようになってきた。このような状況にあって、設計の段階でも架設工法あるいは施工段階を考慮した構造計算が必要であるが、コンクリート橋の場合には特にコンクリートのクリープおよび乾燥収縮によって発生する2次応力の解析が必要である。

これに対して、本報告は分割施工される多径間連続桁について、クリープによって発生する2次応力の実際に即した解析方法について論じたものである。本報告で論じられた解析方法では、クリープ換算性状係数ならびに荷重項の概念が導入されており、これによって従来の弾性計算と同様な方法で解析できる点に本方法の特徴がある。また他形式の高次不静定構造物への幅広い応用が期待できる。

参 考 文 献

- 1) 猪股俊司：不静定構造物においてクリープにより発生する不静定力の計算方法，セメントコンクリート，No. 197，7，1963
- 2) 荒川，若狭，野村：分割施工される連続桁の断面力，プレストレストコンクリート，Vol. 14，No. 3，1972
- 3) H. Trost：Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton，Beton- und Stahlbetonbau，Heft 10・1，1967
- 4) H. Trost，H.-J. Wolff：Zur wirklichkeitsnahen Ermittlung der Beanspruchungen in abschnittsweise hergestellten Spannbetontragwerken，Der Bauingenieur，Heft 5，1970
- 5) H. Trost，B. Mainz：Zur Auswirkung von Zwängungen in Spannbetontragwerken，Beton- und Stahlbetonbau，Heft 8，1970
- 6) H. Rüschi，D. Jungwirth，H. Hilsdorf：Kritische Sichtung der Verfahren zur Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons auf das Verhalten der Tragwerke，Beton- und Stahlbetonbau，Heft 3・4・6，1973
- 7) H. Rüschi，D. Jungwirth：Stahlbeton-Spannbeton Band 2.，Werner-Verlag，1976
百島祐信訳：コンクリート構造物のクリープと乾燥収縮，鹿島出版会
- 8) 百島祐信訳：ドイツのプレストレストコンクリート設計・施工指針（DIN 4227の臨時代替案），コンクリート工学，Vol. 14，No. 10，1976
- 9) Beton-Kalender Teil II，1976，Wilhelm Ernst & Sohn
- 10) 猪股俊司：プレストレストコンクリートに対するクリープの影響，プレストレストコンクリート，Vol. 18，No. 2，1976
- 11) 猪股俊司：クリープ問題における回復クリープ成分無視の影響，コンクリート工学，Vol. 15，No. 1，1977
- 12) 横岡，若狭：遅れ弾性を考慮した場合のコンクリートのクリープによる不静定力について，プレストレストコンクリート，Vol. 19，No. 2，1977
- 13) D. Schade：Alterungsbeiwerte für das Kriechen von Beton nach den Spannbetonrichtlinien，Beton- und Stahlbetonbau，Heft 5，1977

◀ 刊行物案内 ▶

プレストレスト コンクリート 第7回 FIP 大会特集増刊号 (英文)

体 裁：B5判 117頁
 定 価：1800円（会員特価 1500円） 送 料：200円
 内 容：1974年5月ニューヨークで開かれた FIP（国際プレストレッシング連盟）大会にわが国より提出された論文（英文）をとりまとめたもので，詳細は会誌 16巻2号参照。

会 員 増 加 に つ い て お 願 い

会員の数はその協会活動に反映するもので，増加すればそれだけ多くの便益が保証されています。現在の会員数は2400余名ですが，まだまだ開拓すべき分野が残されています。お知合いの方を一人でも多くご紹介下さい。事務局へお申し出下されば入会申込書をすぐお送りいたします。