

PRC 部材の曲げひびわれ幅算定法

鈴木 計 夫*
大野 義 照*

1. ま え が き

曲げひびわれ幅やたわみを制御する目的で使用されるプレストレスト鉄筋コンクリート（以下 PRC と略記）構造設計・施工指針（案）が建築学会においてもまとめられたが、これを契機として建築の分野においてこの構造が今後広く利用されるものと考えられる。この PRC 部材の設計において最も重要な課題の一つはひびわれ幅の予測であろう。RC 部材のひびわれ幅算定式を含めて、既往の多くのひびわれ幅算定式を概観すると、算定法は簡略ではあるが結果が不正確であったり、逆に一応正確ではあるが計算が複雑過ぎて実用上不適であったり、また適用範囲が限られているなどいずれも PRC 部材のひびわれ幅の算定法としては実用上不十分なものと考えられる。

そこで本報告では、既往の主要なひびわれ幅算定方法について種々検討を行い、RC 部材に比べて普通鉄筋の量が少なく、常時荷重下の鉄筋応力は小さく、またコンクリートの乾燥収縮・クリープの影響の大きい PRC 部材の曲げひびわれ幅の算定法を誘導・提示し、その特徴や使用上の注意などを解説した。

この算定法の特徴は次のとおりである。

- 1) RC 部材はもちろん PC に近い PRC 部材まで広範囲に適用できる。
- 2) ひびわれ発生後から鉄筋が降伏する荷重域までの広い荷重域を対象としている。
- 3) 計算式は比較的簡単でかつ精度が良くコンピューターの利用に有利である。また式の物理的意味も明確である。
- 4) 実用上便利のように、提示式に基づいて作成した計算図表を与えて即座にひびわれ幅が算定できるようにしてある。
- 5) なお将来の研究の進展を考慮して計算式は、PC 鋼材のひびわれ分散効果、持続荷重下のひびわれ増大要因等が定量的に把握されれば、その影響を考慮できる形式となっている。

本報で対象としているひびわれ幅は、鋼材の腐食の点

* 大阪大学工学部

から曲げ材引張域を横断する主ひびわれの鉄筋高さ位置のコンクリート表面での幅であり、せい大きい梁の引張鉄筋より離れたウェブ部分のひびわれ幅は対象外である。また曲げ効果が大きく現われるスラブへの適用性については十分な検討を行っていない。ただし本算定法をスラブへ適用した場合、大き目のひびわれ幅（すなわち安全側の値）を算出するものと推察される。

2. 既往のひびわれ幅算定式

既往の PRC 梁の曲げひびわれ幅算定方法は大きく二つに分けることができる。

一つは CP-110 (1972) の方法¹⁾に代表される PRC 梁の全断面がひびわれ発生後も有効と仮定して計算されるコンクリートの仮想引張応力度 σ_{sa} をひびわれ幅に関係づける方法で、計算が簡単であるという利点を有しているが、ひびわれ幅に関する主要因であるコンクリートのかぶり厚さ等の影響は考慮できない。

他の一つは CEB-FIP (1970) Code のⅢ種 PC 部材の式²⁾に代表される方法で、Bennett ら³⁾や Nawy ら⁴⁾も提示している PC 鋼材応力の変化量をひびわれ幅と関係づける方法である。この式は同 Code の RC に相当するⅣ種の式において平均ひびわれ幅間隔を一律に 10 cm と仮定するなど大胆に簡略化したもの⁵⁾でその適合性にはおのずから限界がある。また、Bennett や Nawy らの式は緊張材は PC 鋼より線、コンクリートのかぶりは一定とした梁実験より求めた実験式で、これらの式の適用範囲は限られている。

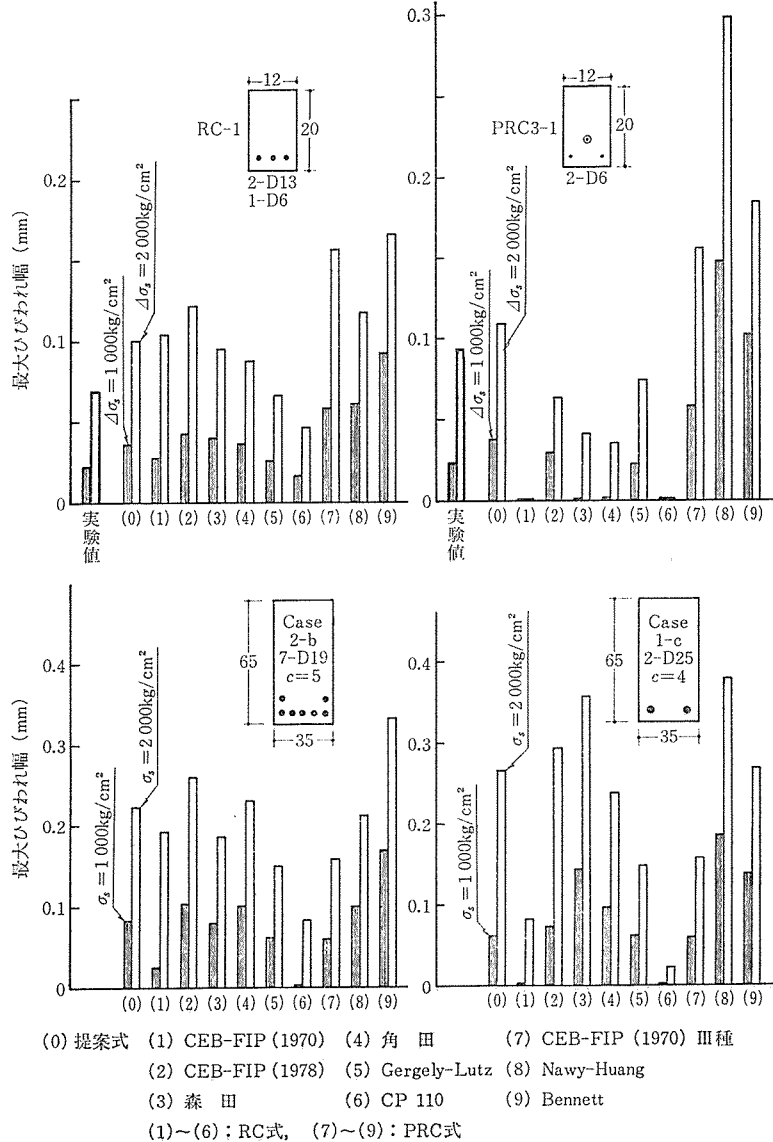
一方、RC 部材のひびわれに関しては数多くのひびわれ算定式が提案されている。近年提案された内外の主な算定式^{1), 2), 6)~9)}は表-1 に示すように、考慮している要因はそれぞれ異なるが、鉄筋のひずみに対するコンクリート拘束作用を考慮した平均鉄筋ひずみとひびわれ間隔との積でひびわれ幅を算定する点においては各算定式とも一致している。

表-1 に採り上げた RC の式および上述の PRC の式を比較するために、筆者らが実験を行った梁および実際の梁を想定した種々のモデル断面の梁の最大ひびわれ幅を算定したものの一部を図-1 に示す。ただし、RC-1

表一 既往のひびわれ幅算定式の特徴

規定または提案者	影響要因 (直接表現されているもの)										算定ひびわれ幅	算定式の基本形**		
	かぶり厚さ	鉄筋の直径	鉄筋の周長	鉄筋の断面積	鉄筋の間隔	鉄筋の本数	引張コンクリート断面積	コンクリート引張強度	鉄筋の降伏力点	鉄筋の応力			ひびわれ幅算定位置	
RCを対象	(1) CEB-FIP (1970)	○	○	—	○	—	○	—	—	○	鉄筋レベル	$w_{max}=2.16 w_{av}$	$l \cdot (\epsilon_s - \epsilon_{sc})$	
	(2) CEB-FIP (1978)	○	○	—	○	○	—	—	—	○	鉄筋レベル	$w_{max}=1.7 w_{av}$	$l \cdot (\epsilon_s - \epsilon_{sc})$	
	(3) 森田	—	—	—	○	—	○	○	—	○	鉄筋レベル	$w_{max}=1.5 w_{av}$	$l \cdot (\epsilon_s - \epsilon_{sc})$	
	(4) 角田	○	—	—	○	○	—	○	—	○	鉄筋レベル	w_{max}	$l \cdot (\epsilon_s - \epsilon_{sc})$	
	(5) Gergely-Lutz	○	—	—	—	—	○	○	—	—	○	鉄筋レベルと底面	w_{max}	$l \cdot (\epsilon_s - \epsilon_{sc})$
	(6) CP-110	○*	—	—	○	—	—	○	—	○	○	任意の位置	w_{max}	$l \cdot (\epsilon_s - \epsilon_{sc})$
PRCを対象	(7) CEB-FIP Ⅲ種 (1970)	—	—	—	—	—	—	—	—	○	鉄筋レベル	w_{max}	$\alpha \cdot (d\epsilon_s - \epsilon_{sc})$	
	(8) Nawy-Huang	—	—	○	—	—	—	○	—	○	鉄筋レベル	w_{max}	$\alpha \cdot d\epsilon_s$	
	(9) Bennett	○	—	—	—	—	—	—	—	○	底面	w_{max}	$\alpha_1 + \alpha_2 \cdot d\epsilon_s$	

* PRC用の算定方法においてはこのかぶり厚さの影響は無視している
 ** l : ひびわれ間隔, ϵ_s : ひびわれ断面での鉄筋ひずみ, $d\epsilon_s$: ひびわれ断面での鋼材ひずみ変化量
 ϵ_{sc} : ひびわれ間コンクリートの拘束による鉄筋ひずみの減少量, $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$: 定数



図一 既往の算定式による最大ひびわれ幅の算定値

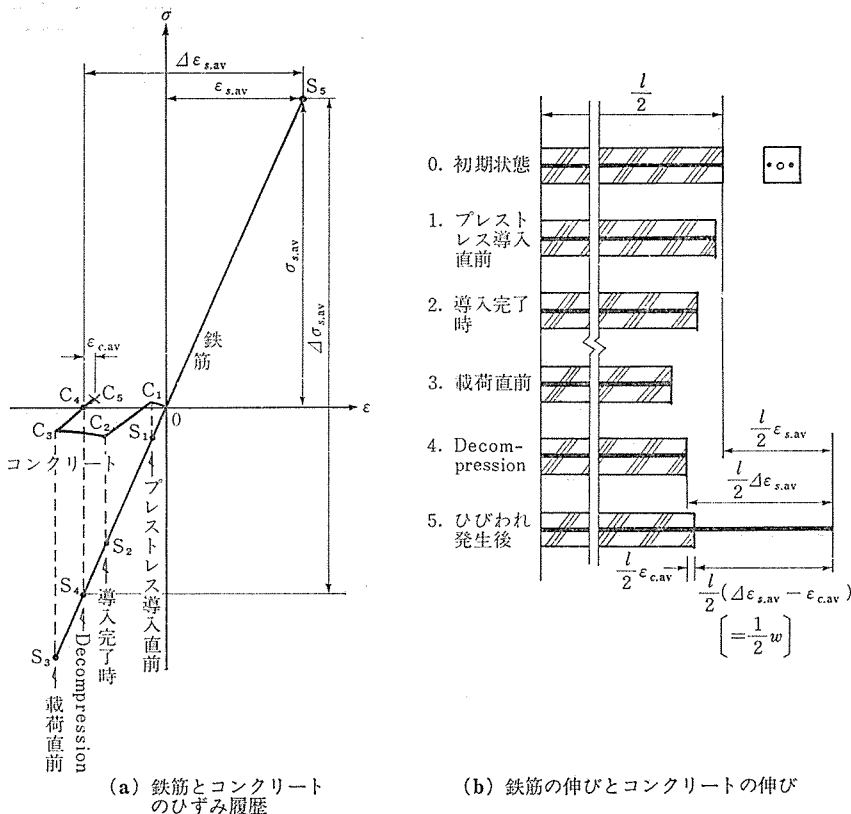


図-2 荷重載荷までのコンクリートの乾燥収縮・クリープの影響

と PRC 3-1 に対しては後述の理由から RC の各式において鉄筋応力の項はその変化量に置きかえている。なお同図には本報で提案した算定式による算定値も示している。この図から既往の算定式による計算値は鉄筋断面積あるいは鉄筋本数が多い場合でもかなりの差異を示すが、それが少ない場合には特に大きくばらつくことが明瞭に理解される。

はじめに述べたように、PRC 部材では通常の RC 断面より普通鉄筋の断面積は一般に少なくなること、およびこれらの諸式の多くはひびわれ発生直後の状態ではなく鉄筋応力がより大きいひびわれ定常状態の領域を対象としたものであること、などの諸点を考慮するとこれらの諸式をそのまま PRC 部材に適用することは不適當であり、したがってその適用範囲が広く、かつより正確な算定結果を与える算定式が必要とされる。

3. 平均ひびわれ幅の算定式

3.1 ひびわれ幅算定の基本式

PRC 部材のひびわれ幅も本質的には RC のそれと同じで、鉄筋の伸びとコンクリートの伸びの差として現われるので、ひびわれ幅は鉄筋とコンクリートのひずみ差とひびわれ間隔との積で求まる。ただ、RC の場合はひびわれ発生迄の乾燥収縮の影響は通常の場合無視されう

るが、PRC の場合はひびわれ荷重が作用する以前に鉄筋位置のコンクリート応力が圧縮になっていれば、これによるクリープ変形の影響が乾燥収縮の影響に加わるのでこれらの収縮変形の影響は無視できない¹⁰⁾。このことを図-2に示す鉄筋と鉄筋位置のコンクリートの応力とひずみの時間的履歴によって説明すると、プレストレス導入前に乾燥収縮によって鉄筋とコンクリートはそれぞれ S_1, C_1 点に、プレストレスの導入によってそれぞれ S_2, C_2 点に、さらにコンクリートのクリープおよび乾燥収縮によって荷重直前には S_3, C_3 点に至る。ここで初めて荷重が作用するとすれば鉄筋はコンクリート応力が零の C_4 点に対応する S_4 点を通り S_5 点に達する。したがって、PRC 梁の平均ひびわれ幅は図-2 からわかるように次の (1) 式で表わされる。

$$w_{av} = l_{av}(\Delta\epsilon_{s,av} - \epsilon_{c,av}) \dots \dots \dots (1)$$

あるいは $\Delta\epsilon_{s,av} = \Delta\sigma_{s,av}/E_s = (\Delta\sigma_{s,max} - \sigma_{sc})/E_s$ であるから (1) 式を書きかえて (2) 式となる。

$$w_{av} = l_{av} \left(\frac{\Delta\sigma_{s,max}}{E_s} - \frac{\sigma_{sc}}{E_s} - \epsilon_{c,av} \right) \dots \dots \dots (2)$$

ここに、

- l_{av} : 平均ひびわれ間隔
- $\Delta\epsilon_{s,av}$: 鉄筋位置のコンクリート応力が零の時点 (以下 Decompression と呼ぶ) からの鉄筋の平

均ひずみ

$\epsilon_{c,av}$: コンクリートの引張弾性ひずみ

$\Delta\sigma_{s,av}$: Decompression からの平均鉄筋応力の変化量

$\Delta\sigma_{s,max}$: Decompression からのひびわれ断面における鉄筋応力の変化量

σ_{sc} : ひびわれ間のコンクリートの拘束作用による平均鉄筋応力の減少量

E_s : 鉄筋のヤング係数

3.2 平均ひびわれ間隔

PRC 部材においてもひびわれ間隔は主として普通鉄筋によって支配されると考えられるので、内外において数多くの研究がなされ、また多くの算定式が提案されている RC 梁の平均ひびわれ間隔についてまず既往の諸式を検討し、次いで提案式を誘導提示した。

検討に用いた実験データは内容が詳細に報告されている異形鉄筋を使用した RC 梁の試験結果^{11)~17)}および筆者らが行った RC および PRC 梁試験^{10),18)} (表-2 参照)の結果で、これら梁試験体の断面の性質を研究者ごとにまとめて表-3 に示す。

ひびわれ間隔の検討に用いる記号は次のとおりである (図-3 参照)。

c_s, c_b : 側面および底面でのコンクリートのかぶり厚さ

t_s, t_b : 鉄筋の中心から側面および底面のコンクリート表面までの距離

s : 鉄筋の中心間隔

b : 梁幅

ϕ : 鉄筋の直径

表-2 試験体の性質 (筆者らの実験)

試験体記号	普通鉄筋	緊張材		コンクリート下縁材令	載荷時材令 (日)				
		より線	初引張力 (ton)						
A シリーズ	RC	2-D13 1-D6	—	—	—	31			
	PRC1	2-D6 1-D10	$\phi 2.9$	1.59	11.9	30			
	PRC2	3-D6	$\phi 6.2$	2.71	21.5	30			
	PRC3	2-D6	$\phi 7.9$	4.44	35.6	29			
B シリーズ	RC- 1/2/3	2-D13 1-D6	—	—	—	39			
						45			
						129			
	PRC1- 1/2/3/4	3-D10	$\phi 6.2$	2.78	20.4	38	44		
							2.81	20.6	44
							2.76	20.2	128
							2.75	20.2	38
	PRC2- 1/2/3	2-D10 1-D6	$\phi 7.9$	4.36	32.7	37	43		
4.43							33.3	43	
4.35							32.6	129	
PRC3- 1/2/3/4	2-D6	$\phi 10.8$	8.40	67.3	36	42			
						8.22	65.8	42	
						8.34	66.8	130	
						8.10	64.9	36	

* 普通鉄筋および緊張材は下縁からそれぞれ 3 cm および 6.7 cm の位置に配置。

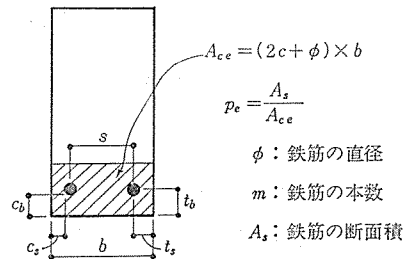


図-3 記号

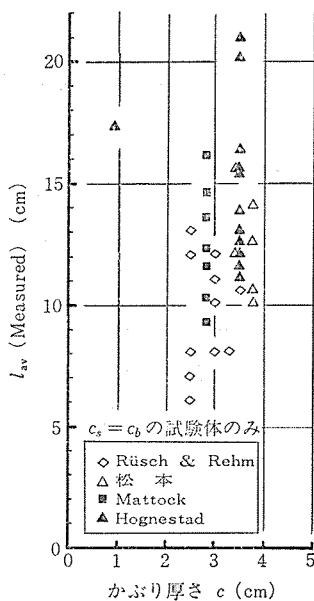


図-4 平均ひびわれ間隔と c の関係

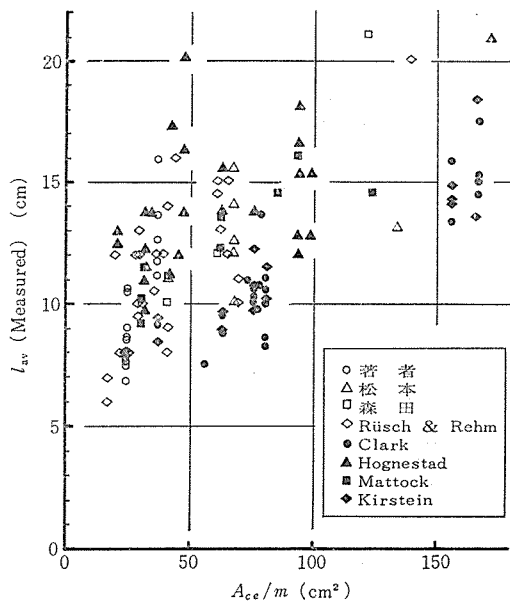













図-5 平均ひびわれ間隔と A_e/m の関係

表-3 平均ひびわれ間隔の検討に用いた試験体の性質

研究者	梁試験体の形状 (cm)			かぶり厚さ (cm)		鉄筋比 (%)		鉄筋の直径 ϕ (cm)	鉄筋の間隔 s (cm)	鉄筋の本数 m (本)	配筋状態 (段)	試験体数	変動係数 ^{*2)} (%)
	形状	b	D	c_s	c_b	p_t	p_c						
Clark		15	38~58	2~6	1.3 ~5.1	1.0 ~2.6	3.3 ~11.8	1.9 ~3.6	0 ~7.6	1~2	1	23	16.8
Chi, Kirstein		15	19~28	2.4 ~6.4	1.3 ~3.8	1.0 ~1.6	3.3 ~8.1	1.3 ~3.2	0 ~14.0	1~2	1	16	27.3
Hognestad		10~30	20~61	1.0 ~7.3	1.0 ~7.3	0.7 ~3.3	1.6 ~9.3	1.0 ~2.5	0 ~16.2	1~15	1~3	29	37.3
Kaar, Mattock		12~81	39~44	3.5	3.5	0.4 ~2.5	1.1 ~4.4	1.3	3.8 ~24.3	8	1~4	6	22.6
		12~41	41~44	3.5	3.5	0.6 ~1.1	2.1 ~4.4	1.3	3.8 ~10.8	8	2~4	3	
Rusch, Rehm		30~45	63~120	2.5 ~13.4	2.5 ~3.7	0.4 ~1.2	3.5 ~6.8	1.6 ~3.2	0 ~22.4	1~10	1~3	21	23.9
		20	63	2.5 ~3.0	2.5 ~4.0	0.7 ~1.7	5.3 ~10.4	1.6 ~3.2	4.5 ~12.4	3~8	1~2	8	
森田		20	25	3.6 ~9.1	2.1 ~2.2	0.7 ~2.0	2.4 ~7.2	1.6 ~1.9	0~11	1~3	1	5	14.3
松本ら		25	30	3.4 ~3.8	3.4 ~6.4	0.3 ~0.7	6 ~12.7	2.5 ~3.2	4~7.5	3~10	1~2	11	19.0
筆者ら ^{*1)}		12	20	2	2.5 ~2.7	0.3 ~1.4	0.9 ~4.0	0.6 ~1.3	3.5 ~7.4	2~3	1	18	10.7
まとめ		10~81	19~120	2~9.1 ~7.3	1.0 ~7.3	0.3 ~3.3	0.9 ~12.7	0.6 ~3.6	0 ~24.3	1~10	1~4	142	24.4

*1) 実験の概要は参考文献 (10), (18) に発表しているので試験体の性質のみを表-2 に示す。

*2) (平均ひびわれ間隔の実測値)/(提案式による算定値) の変動係数。

m : 鉄筋の本数

A_s : 引張鉄筋の断面積

A_{ce} : コンクリートの有効引張断面積 (鉄筋の重心とその重心が一致する引張側コンクリートの断面積)

$$p_c = A_s / A_{ce}$$

近年の研究ではコンクリートのかぶり厚さ c または t や鉄筋 1 本当りのコンクリートの有効引張断面積 A_{ce}/m が主要因子とされているものも多いが^{7), 9), 19)} 上記内外のデータについて l_{av} と c の関係を調べた 図-4 (ただし $c_s \neq c_b$ の場合のみ示す) および l_{av} と A_{ce}/m の関係を調べた 図-5 からわかるように、同一の c あるいは A_{ce}/m に対する l_{av} の分布範囲が大きいので、これらのみの関数で l_{av} を表示することは困難である。

一方、古典的ともいえる Saliger の理論²⁰⁾ から出発

し、コンクリートのかぶり厚さの影響を考慮した種々の算定式が提案されてきた。最近 Leonhardt が (4) 式を提案し、CEB-FIP (1978) Code⁶⁾ に採用されている。

$$l_{av} = 2(c + s/10) + 0.05 \phi / \rho_r \dots \dots \dots (4)$$

ここに、

$$\rho_r = A_s / A_{ef}$$

A_{ef} : 同 Code に定義されているコンクリートの有効引張断面積で、前記 A_{ce} とは異なる

上記 表-3 に示す内外の実験結果とこの (4) 式による計算値とを比較した結果を 図-6 に示す。ただし同 Code では c は c_s で与えられているが $c_s \neq c_b$ の場合には c_s を c とすると (4) 式の適合性が非常に悪くなるので 図-6 には $c = (c_s + c_b) / 2$ とした計算値を示してある。なお他の提案式を検討した結果は、いずれも (4) 式より一層悪い結果を与えたのでここでは省略する。

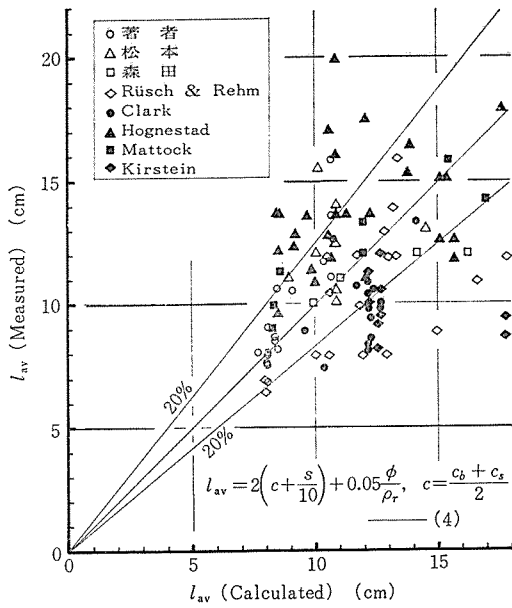


図-6 平均ひびわれ間隔の実測値と CEB-FIP 式による算定値

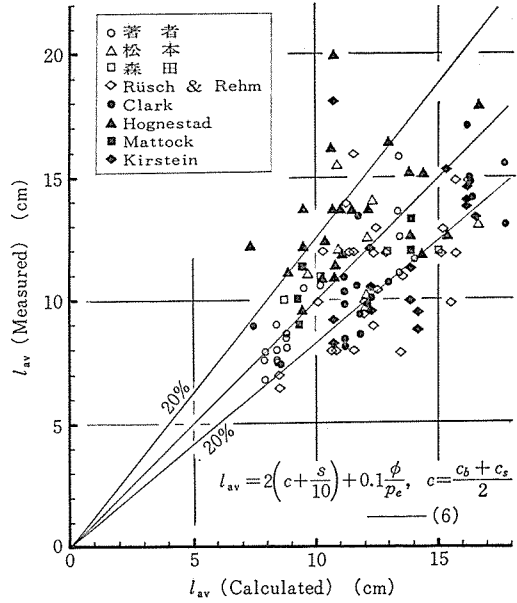


図-8 平均ひびわれ間隔の実測値と提案式による算定値

結局 (4) 式は、必ずしも満足できるものではないが $c = (c_s + c_b) / 2$ とすることによって既往の提案式のなかでは最も良い結果を与えることが明らかとなった。しかしながら (4) 式の ρ_r は A_{ef} が ϕ の関数となっているのでその計算は實際上極めて煩雑である。

そこで、この式について内容を検討しこれを精度よく簡略化することを試みた。図-7 に示すような RC 引張材の場合について考える。付着作用によって鉄筋からコンクリートに伝達されたひびわれ断面位置からの距離 x における引張力 $T_{c(x)}$ は、

$$T_{c(x)} = \int_0^x u \cdot \tau(x) \cdot dx \quad (5)$$

ここに、

u : 鉄筋の周長

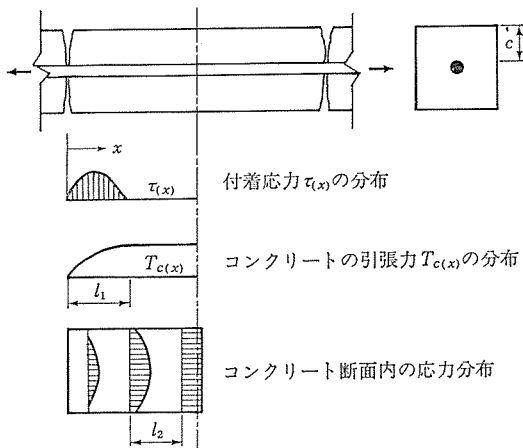


図-7 ひびわれのメカニズム

$\tau_{(x)}$: x における付着応力
 $x = l_1$ において、この積分値 $T_{c(x)}$ がコンクリート全断面の引張耐力に等しくなったとして次式が成り立つ。

$$\int_0^{l_1} u \cdot \tau_{(x)} dx = F_t \cdot A_c \quad (6)$$

ここに、

F_t : コンクリートの引張強度

A_c : コンクリートの断面積

$\int_0^{l_1} \tau_{(x)} dx / l_1$ を平均付着応力 τ_{av} とすると、 l_1 は次式から得られ、

$$l_1 = F_t / \tau_{av} \cdot A_c / u = k \cdot \phi / p_e \quad (7)$$

(4) 式の第 2 項はこの l_1 に対応している。また鉄筋からコンクリートへの応力の伝達は鉄筋とコンクリートの境界面でなされるため、伝達されたこの引張力 $T_{c(x)}$ が断面内に一様に分布するまでにある距離 l_2 が必要となるが、これはかぶり厚さ c の関数と考えられ、(4) 式の第 1 項はこの l_2 に対応している。したがって第 1 項と第 2 項を加算したものがひびわれ間隔を与えることになり、式の表現として妥当と考えられる。なお第 1 項の鉄筋間隔 s の効果は $s = 0$ および ∞ の両極端の場合を考慮すると、かぶり厚さ c の効果に加算するのがよいことがわかる。

さて (4) 式では、計算をより繁雑とする A_{ef} が用いられているので、ここではその代りに算定も楽な一般に用いられている A_{ce} (図-3 参照) から定まる有効引張鉄筋比 p_e を用い、(4) 式をより一般性のある表現とした (8) 式を検討の対象とした。

$$l_{av} = a_1(c + a_2s) + a_3\phi / p_e \quad (8)$$

ここに,

a_1, a_2, a_3 : 実験定数

表-3 に示した実験データを用いて最小自乗法によって検討した結果, $c=(c_s+c_b)/2$ とした場合が「実測値に対する算定値の比」の変動係数が最も小さく, (8) 式の各係数 a_1, a_2, a_3 をまらめて次式を得た。

$$l_{av}=2(c+s/10)+0.1 \phi/p_e \dots\dots\dots (9)$$

ただし, $c=(c_s+c_b)/2$

(9) 式による計算値と実測値とを比較した結果を図-8 に示す。[実測値]/[(4) 式による計算値] の変動係数が 24.7% であるのに対して (9) 式の場合は変動係数は 24.4% が得られたが, 直接 図-6 と 図-8 の点の分布状態を比べても (4) 式よりも (9) 式の方がその計算が極めて簡単になったにもかかわらずより優れた結果を与えていることがわかる。

すなわち, 以上の検討結果にもとづいて本報告では l_{av} の算定式として CEB-FIP (1978) Code の (4) 式の c を $(c_s+c_b)/2$ とし, また ρ_r を p_e に置き換えた (9) 式を提案するものである。ただし同式は異形鉄筋のみを用いた梁材についてのものであるから, PRC のように付着性能の異なる鋼材が混在する場合も考慮したさらに一般的な形としては, 付着の影響を次の (10) 式で考慮して (9) 式の第 2 項を置き換えた (11) 式とする

のが適切であると考えられる。

$$4KA_{ce}/(\sum u_s + \alpha \cdot \sum u_p) \dots\dots\dots (10)$$

$$l_{av}=2\left(c + \frac{s}{10}\right) + 4KA_{ce}/(\sum u_s + \alpha \sum u_p) \dots\dots\dots (11)$$

ここに,

K : 実験定数

u_s : 異形鉄筋の周長

u_p : 緊張材の周長

α : 緊張材と異形鉄筋の付着強度の割合および配置位置などの効果を含む定数

3.3 平均鉄筋ひずみ

(1) 式における平均鉄筋ひずみはひびわれ間コンクリートの拘束作用によって, 鉄筋比が小さいほど, 鉄筋応力が低いほど, ひびわれ断面での鉄筋ひずみより小さい。前述したように普通鉄筋の鉄筋比が小さく, また常時荷重下の鉄筋応力も低めに制御される PRC 部材においてコンクリートの拘束作用を無視するとひびわれ幅を過大に算定することになる。そこで広範囲の鉄筋応力に対して適用できる鉄筋応力または鉄筋ひずみの関数としてこの拘束作用を考慮する CEB-FIP (1978)⁶⁾ および森田¹⁶⁾の方法の PRC 部材への適合性を検討する。

CEB-FIP の方法を PRC 梁に適用する場合は, 曲げ

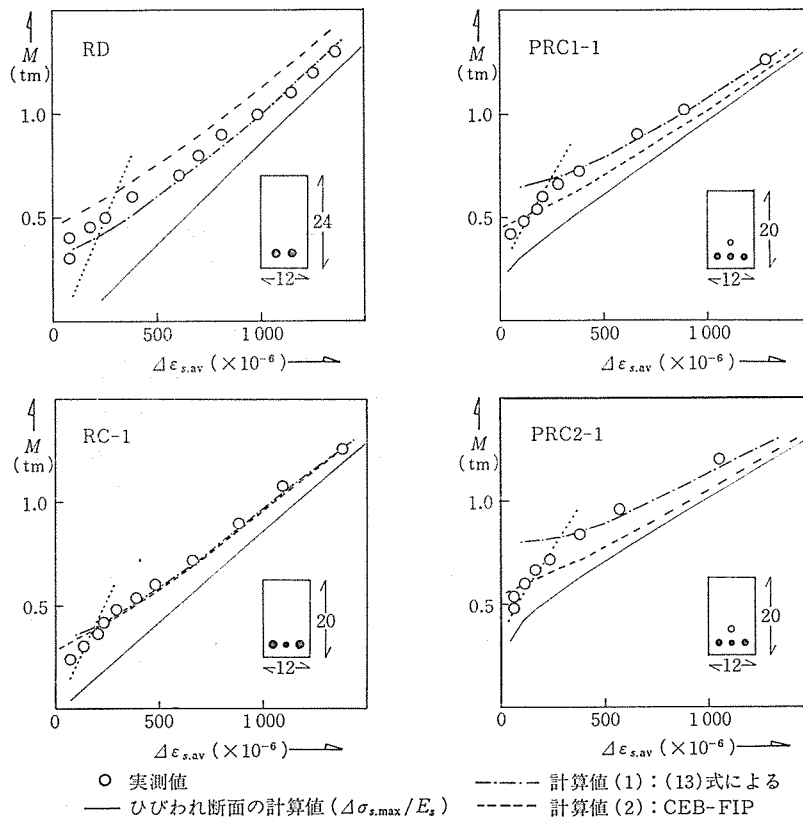


図-9 曲げモーメント M と平均鉄筋ひずみの変化量 $\Delta \epsilon_{s,av}$

ひびわれモーメント M_{cr} が作用したときのひびわれ断面を仮定して求めた鉄筋応力の変化量 $\Delta\sigma_{sr}$ を用いて、平均鉄筋ひずみ $\Delta\epsilon_{s,av}$ は次式から算定することになる。

$$\Delta\epsilon_{s,av} = \frac{\Delta\sigma_{s,max}}{E_s} \left[1 - \left(\frac{\Delta\sigma_{sr}}{\Delta\sigma_{s,max}} \right)^2 \right] \dots\dots(12)$$

この方法では $\Delta\sigma_{s,max}$ の計算のほかに M_{cr} および $\Delta\sigma_{sr}$ の計算を必要とする繁雑さがある。

森田の方法は RC 梁材の引張部の変形を RC 引張材のそれと置き換えるもので、PRC 梁材に対しては鉄筋応力を変化量 $\Delta\sigma_{s,max}$ にかえてこの方法を適用すると、 $\Delta\epsilon_{s,av}$ は次式から求められる。

$$\Delta\epsilon_{s,av} = \frac{1}{E_s} \left\{ \Delta\sigma_{s,max} - k_1 k_2 \frac{F_t}{p_e} \right\} \dots\dots(13)$$

ここに、

F_t : コンクリートの引張強度

$$k_1 k_2 = 1 / (2 \times 10^3 \times \Delta\epsilon_{s,av} + 0.8)$$

図-9 は表-2 に示した実験およびその後の実験のうちの一部の RC および PRC 梁の曲げモーメントと平均鉄筋ひずみの変化量 $\Delta\epsilon_{s,av}$ の関係を示したものである。○印は実測値、実線はひびわれ断面の鉄筋ひずみ ($\Delta\sigma_{s,max}/E_s$ に相当する) の計算値、一点鎖線は (13) 式を用いて算出した $\Delta\epsilon_{s,av}$ (計算値 (1)) および破線は CEB-FIP の方法で計算した値 (計算値 (2)) である。

計算値 (1) は実測値と全体的には良く一致しているが、梁背が 20 cm の試験体 RC1, PRC1, PRC2 については $\Delta\epsilon_{s,av}$ が小さい範囲において実測値より小さく、すなわち σ_{sc} を過大に評価している。これはひびわれ発生直後の中立軸位置が低い段階においてはコンクリートの有効引張断面積を過大に評価していることによるものと考えられ、導入プレストレス量の多いほどその傾向はさらに大きくなる。なお梁背が大きいときにはひびわれの側面形状は図-10 のようになると考えられるので、断面引張側に RC 引張材を想定することは妥当な仮定であろう。

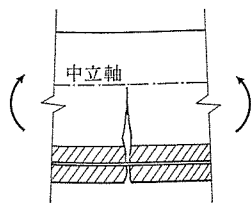


図-10

CEB-FIP の方法による計算値 (2) は RC 試験体については、実測値と同程度ないし幾分小さ目であるのに対して PRC 試験体については実測値よりかなり大きい。これは、PRC 断面においてはプレストレス力による軸力が作用しているので M_{cr} 作用時のひびわれ仮定断面での鉄筋応力変化量 $\Delta\sigma_{sr}$ が小さく、その結果 σ_{sc} を小さ目に算定することによるものである。

以上の計算結果から、通常の PRC 梁に対しては有効

引張鉄筋比 p_e を介して PRC 梁の引張域に RC 引張材の $\Delta\sigma_{s,max}$ と $\Delta\epsilon_{s,av}$ の関係を適用し、平均鉄筋ひずみの変化量 $\Delta\epsilon_{s,av}$ を算出する方法が簡便でしかも実用上十分な精度を有すると言える。ただし梁背の低い断面や導入プレストレスの大きい断面では、 $\Delta\epsilon_{s,av}$ が小さい範囲においては $\Delta\epsilon_{s,av}$ を過小に算定する場合もあるので、このような断面の梁にもこの方法を適用するためにはなんらかの方策を考える必要がある。ここでは簡単に次の制限を設けることにする⁹⁾。

$$\Delta\epsilon_{s,av} \leq 0.4 \Delta\sigma_{s,max} / E_s \dots\dots(14)$$

図-9 中の点線は $\Delta\epsilon_{s,av} = 0.4 \Delta\sigma_{s,max} / E_s$ の関係を示すもので、この制限によって $\Delta\epsilon_{s,av}$ は妥当な値を与えると言えよう。

3.4 ひびわれ定常状態以前のひびわれ幅

先に検討したひびわれ間隔はひびわれ定常状態におけるものであるが、PRC 部材においてはひびわれ発生からひびわれ定常状態までの広範囲な設計が行われる。したがってここでは定常状態以前のひびわれ幅の算定方法について検討する。

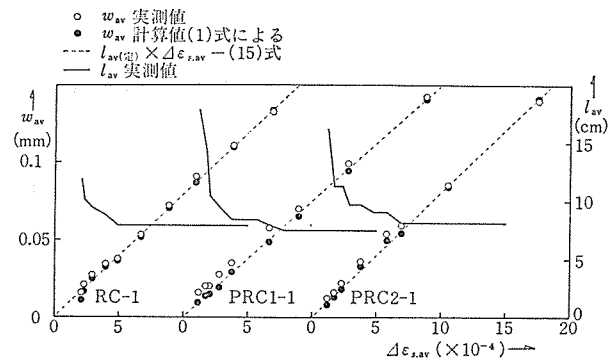


図-11 平均ひびわれ幅 w_{av} 、平均ひびわれ間隔 l_{av} と平均鉄筋ひずみの変化量 $\Delta\epsilon_{s,av}$ の関係

図-11 は平均鉄筋ひずみの変化量 $\Delta\epsilon_{s,av}$ と平均ひびわれ間隔 l_{av} および平均ひびわれ幅 w_{av} の関係の実験結果を示すもので、 l_{av} の実測値を実線で、 w_{av} のそれを○印で示している。●印はひびわれ幅の基本式である (1) 式の右辺各項に実測値を代入して算出した平均ひびわれ幅の計算値である。当然のことながら●印と○印はよく一致し、ひびわれ定常状態の成立のいかんにかかわらず (1) 式の関係が成り立つことが示されているが、この基本式に忠実にひびわれ幅を算定するためには非定常状態時も含むひびわれ間隔 l_{av} およびコンクリートの平均引張ひずみ $\epsilon_{c,av}$ が算定できなければならない。しかしながら非定常状態時のひびわれ間隔を予測することは極めて困難である。一方、定常状態においては、 $\epsilon_{c,av}$ は鉄筋の引張ひずみに比べ無視し得るほど小さくなるの

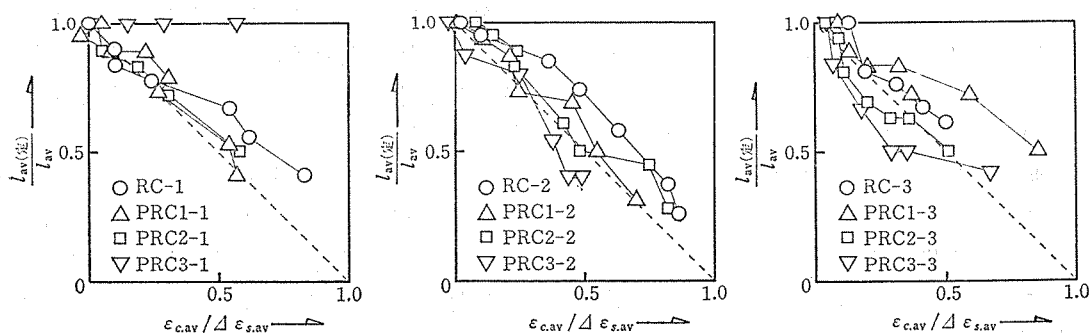
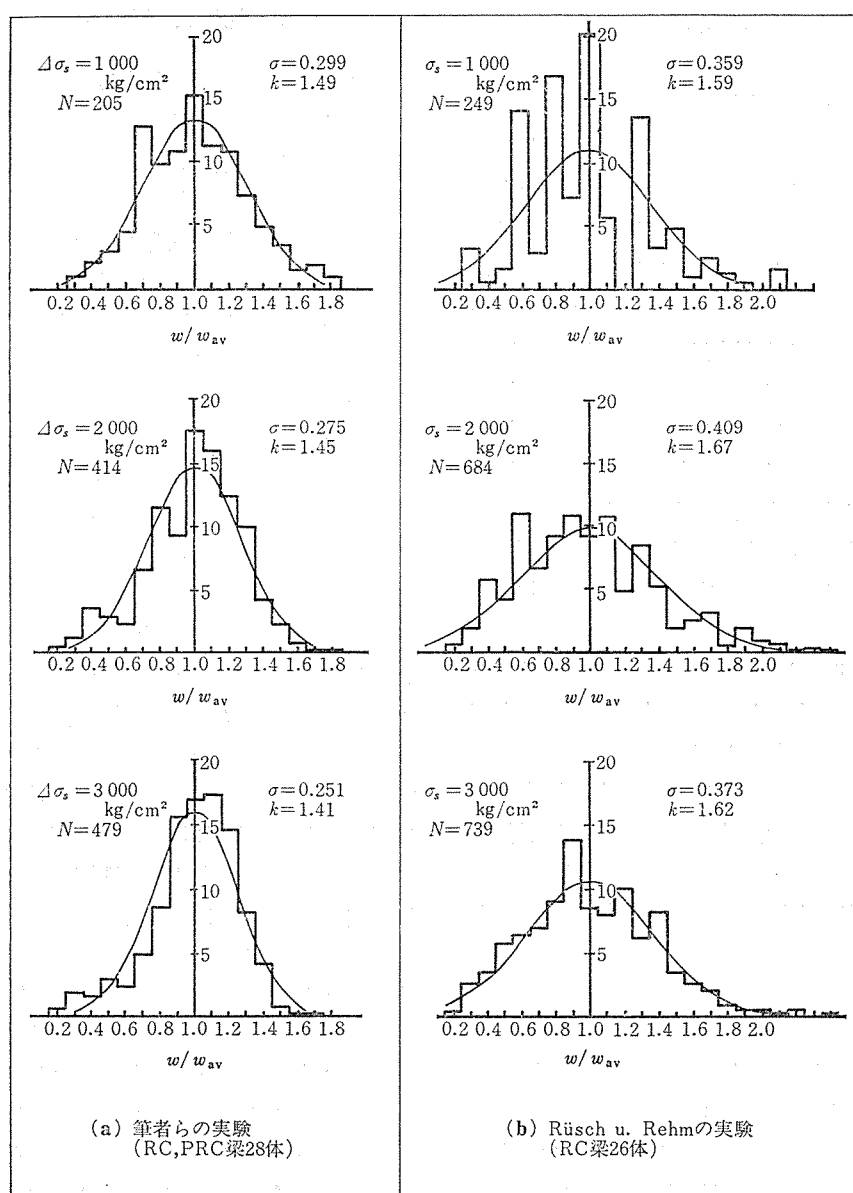


図-12 非定常状態における $l_{av}(定)/l_{av}$ と $\epsilon_{c.av}/\Delta\epsilon_{s.av}$ の関係



N : ひびわれ本数, σ : 標準偏差, $k = w_{max}/w_{av}$, w_{max} : 超過する危険率5%

図-13 ひびわれ幅の相対度数分布

で、定常状態における平均ひびわれ幅は (15) 式で計算できる。

$$w_{av} = l_{av(定)} \cdot \Delta \epsilon_{s,av} \dots \dots \dots (15)$$

ここに、

$l_{av(定)}$: ひびわれ定常状態の平均ひびわれ間隔

図-11 の破線は $l_{av(定)}$ の実測値と $\Delta \epsilon_{s,av}$ の実測値の積を示したもので、 w_{av} の実測値は全域にわたってこの破線上にあり、定常状態以前においても (15) 式の関係が成り立つことを示している。そこでこのことを次により詳細に検討する。

いま、定常状態以前においても平均ひびわれ幅は (15) 式で算定できる。すなわち次の (16) 式

$$l_{av}(\Delta \epsilon_{s,av} - \epsilon_{c,av}) = l_{av(定)} \cdot \Delta \epsilon_{s,av} \dots \dots \dots (16)$$

が成り立つと仮定してこの (16) 式を変形すると (17) 式

$$\frac{l_{av(定)}}{l_{av}} = 1 - \frac{\epsilon_{c,av}}{\Delta \epsilon_{s,av}} \dots \dots \dots (17)$$

が得られるので $l_{av(定)}/l_{av}$ と $\epsilon_{c,av}/\Delta \epsilon_{s,av}$ の関係を $l_{av(定)}/l_{av}$ を縦軸、 $\epsilon_{c,av}/\Delta \epsilon_{s,av}$ を横軸とした図の上で検討してみる。定常状態においては $l_{av(定)}/l_{av} = 1$ 、 $\epsilon_{c,av} = 0$ であるから $\epsilon_{c,av}/\Delta \epsilon_{s,av} = 0$ となって (0,1) の座標位置にあり、ひびわれ発生以前においては $l_{av} = \infty$ と考えて $l_{av(定)}/l_{av} = 0$ 、また鉄筋とコンクリートとのひずみは等しいので $\epsilon_{c,av}/\Delta \epsilon_{s,av} = 1$ となって (1,0) の座標位置にあることがわかる。したがってその中間領域における実測値 ($\epsilon_{c,av}/\Delta \epsilon_{s,av}$, $l_{av(定)}/l_{av}$) がもし (0,1) と (1,0) の 2 点を結ぶ直線上にあれば (17) 式が成り立ち、(15) 式は定常状態以前のひびわれ幅の算定にも拡張できることになる。実測値にもとづいて $l_{av(定)}/l_{av}$ と $\epsilon_{c,av}/\Delta \epsilon_{s,av}$ の関係をプロットしたのが図-12 である。同図よりほとんどのデータが (0,1) と (1,0) の 2 点を結ぶ直線上またはその付近にあり、上記の仮定がほぼ成り立つことを示している。

結局、定常、非定常の状態には無関係に先に提案した定常状態時の平均ひびわれ間隔 l_{av} と鉄筋の平均引張ひずみ変化量 $\Delta \epsilon_{s,av}$ との積によって平均ひびわれ幅 w_{av} が算定できるという実用上極めて有用な関係が明らかとなった。

4. 最大ひびわれ幅

実際の設計において制御の目標となるひびわれ幅はその平均値でなく最大の幅である。図-13 に筆者らが実験を行った梁幅 12 cm、梁背 20~24 cm の 28 体の PRC 梁およびひびわれ間隔の検討に用いた Rüschi らの 26 体の RC 梁試験結果についてそれぞれ鉄筋応力の Decompression からの変化量 $\Delta \sigma_{s,max}$ または鉄筋応力 $\sigma_{s,max}$ が 1 000、2 000 および 3 000 kg/cm² 毎に、各

梁における各々のひびわれ幅のその平均値に対する頻度分布を示した。また同図には標準偏差 σ および制御目標とする最大ひびわれ幅 w_{max} を超過する確率すなわち危険率を例えば 5% とした場合の次式から算出される k の値もあわせて示した。

$$w_{max} = (1 + 1.645 \times \sigma) \cdot w_{av} = k \cdot w_{av} \dots \dots (18)$$

ひびわれ幅のばらつきは従来指摘されているように正規分布をなし、筆者らの実験の場合は $\Delta \sigma_{s,max}$ が低いほど大きい傾向にあるが、 $\Delta \sigma_{s,max} = 1 000$ kg/cm² においても標準偏差 σ は 0.30 である。Rüschi らの実験においては鉄筋応力 σ_s の大きさには関係なく標準偏差 0.36~0.41 の範囲の大きな値となっている。

5. ひびわれ幅の計算図表

これまで述べてきた方法および算定式によって PRC 梁材のひびわれ幅は算定できるが、本算定法を実用設計においてさらに簡便に利用できるような計算図表を作成した。その作成経過を次に示す。

まず、引張鉄筋が一段に配置された場合を考える。通常の梁断面においては、両隅の引張鉄筋は側面および底面からのコンクリートかぶり厚さはほぼ等しく配筋されるので $c_s = c_b = c$ とし、梁幅 b 、鉄筋の直径 ϕ および鉄筋の本数 m を用いて (9) 式を書き改めると (19) 式が得られる。

$$l_{av} = \left(2 - \frac{0.4}{m-1} + \frac{0.2556}{m \cdot \phi} \right) c + \frac{b-\phi}{5(m-1)} + \frac{0.1275 b}{m} \dots \dots \dots (19)$$

l_{av} の算定図作成にあたっての着目点は、(19) 式から明らかなごとく横軸をかぶり厚さ c とし、他変数をパラメータとすれば $l_{av}-c$ 関係は直線となる点である。梁幅 b は普通は 5 cm 毎のラウンドナンバーとなるので種々の梁幅についての算定図を並列することとし、残る因子である鉄筋本数と鉄筋の直径について 図-14 を作成した。同図は D 19 の鉄筋を用いたときの平均ひびわれ間隔 $l_{av(D19)}$ に対する D 16、D 22、D 25 および D 29 を用いたときの $l_{av(\phi)}$ の割合を (19) 式によって計算したものである。この図から b 、 c 、 m によって $l_{av(\phi)}/l_{av(D19)}$ の値は異なるが、その変動範囲は狭く、 $l_{av(\phi)}$ の計算において安全側すなわち大きめの値が算出されるように $l_{av(\phi)}$ と $l_{av(D19)}$ の比率を同図の太破線のように一律に定めることとした。それぞれを数値で表わすと 表-4 のようになる。図-15 (a) は D 19 の鉄筋を用いた梁幅 $b=30, 35, 40, 45, 50$ cm の場合の l_{av} と c の関係を求め、その縦軸のみを同図左側に示すように 表-4 の数値で補正することによって D 16、D 22、

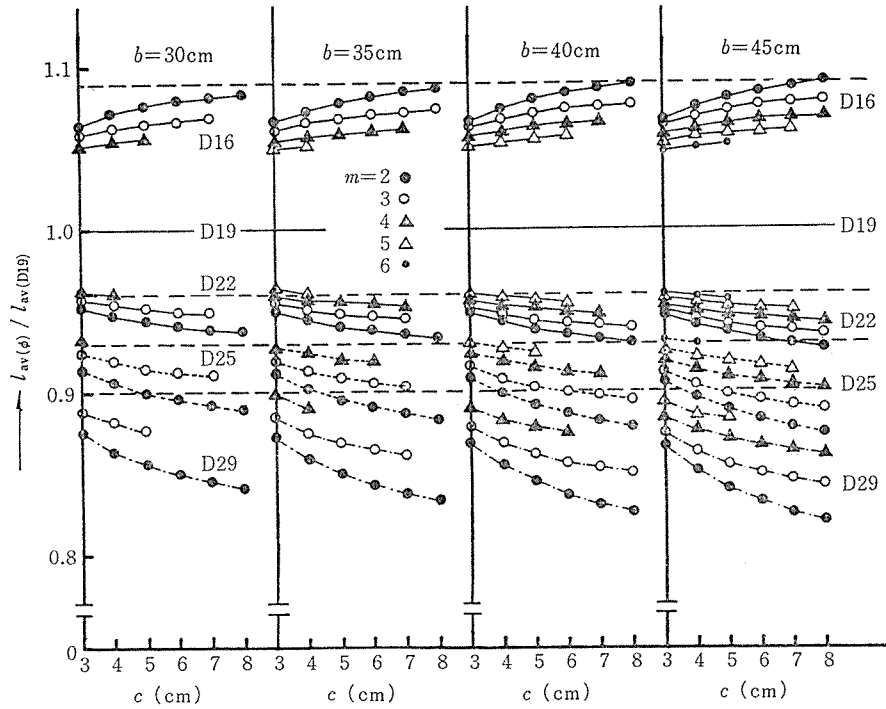


図-14 鉄筋の直径の平均ひびわれ間隔への効果

表-4

鉄筋呼び名	D16	D19	D22	D25	D29
$l_{av}(\phi)/l_{av}(D19)$	1.09	1	0.96	0.93	0.90

表-5 平均ひびわれ間隔の算定例

(単位: cm)

Case	梁断面	提案式 ^{*1)}	図15より ^{*2)}	CEB-FIP 1978式
I-a	$b=35$ $c=5$ 7-D19	16.2 (1)	16.7 (1.03)	15.6 (0.95)
I-b	$b=35$ $c=5$ 5-D19	16.7 (1)	16.7 (1)	15.9 (0.95)
II-a	$b=35$ $c=5$ 5-D19	20.0 (1)	21.6 (1.08)	18.4 (0.92)
II-b	$b=35$ $c=5$ 3-D19	21.6 (1)	21.6 (1)	20.3 (0.94)
III-a	$b=30$ $c=5$ 4-D19	22.2 (1)	25.5 (1.15)	20.0 (0.90)
III-b	$b=30$ $c=5$ 2-D19	25.5 (1)	25.5 (1)	23.6 (0.93)

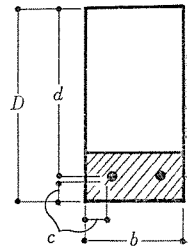
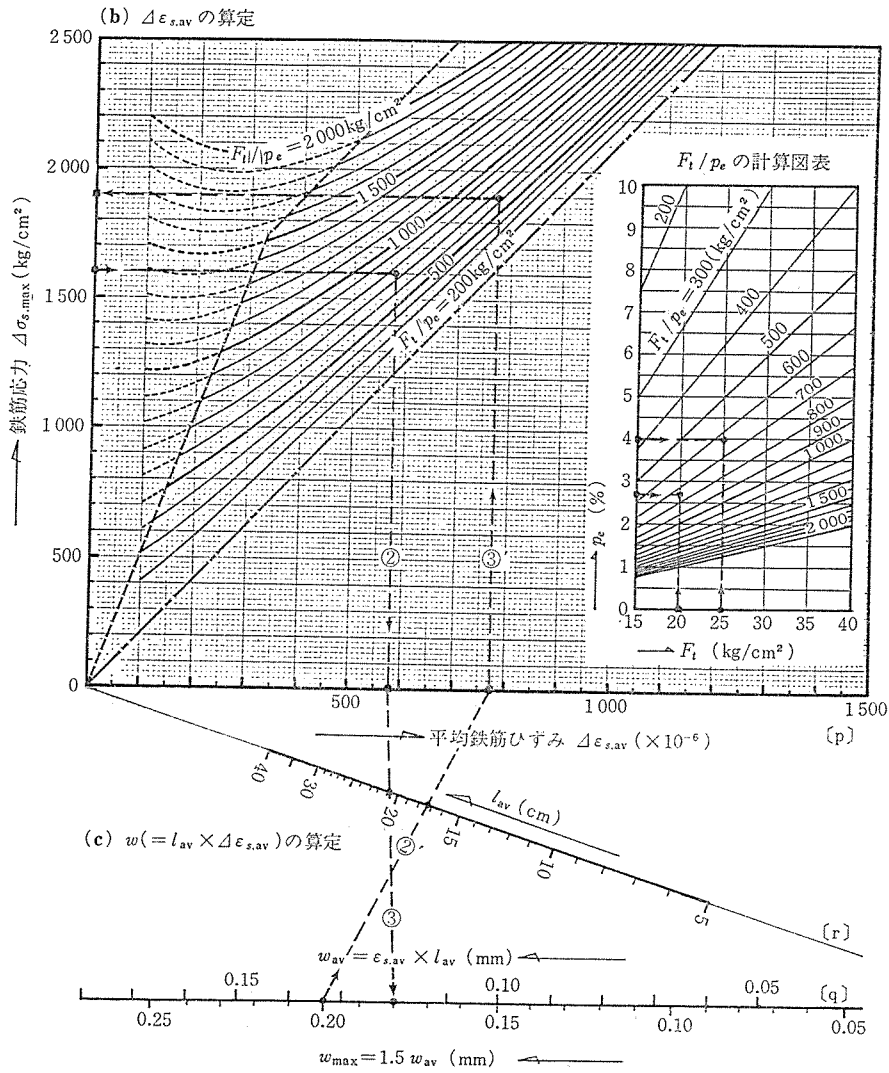
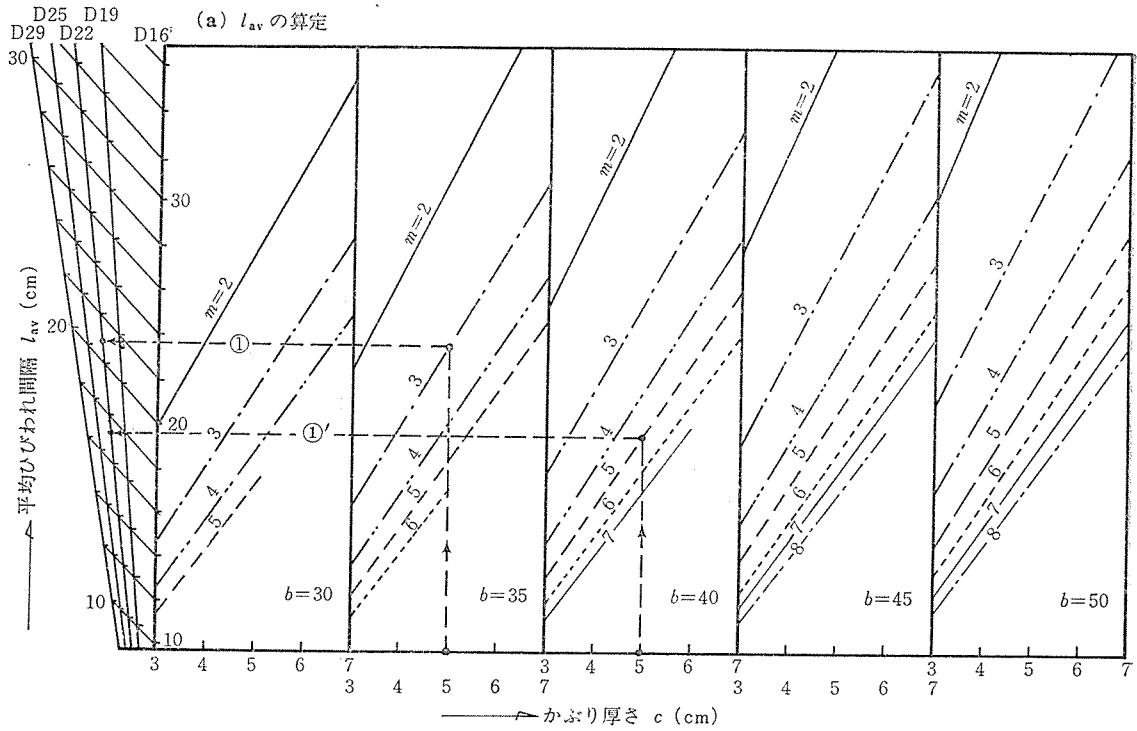
*1) 本文 (9) 式

*2) 2段配筋の場合は2段目の鉄筋は無視し、1段配筋として算定。

D 25 および D 29 などの鉄筋に対する l_{av} を図示したものである。鉄筋本数 m は各梁幅に対して D 16 を用いたときの一段配筋の配置可能な本数まで示してある。同図を利用すれば、設計された断面の梁幅 b によって利用図が定まり、以後点線の矢印の順にかぶり厚さ c 、鉄筋本数 m および鉄筋の直径 ϕ などの諸数値によって即座に l_{av} を求めることができる。

先に述べたように 図-15 (a) の計算図表は (19) 式より導かれたもので鉄筋の1段配置の場合を対象としている。実際の設計においては2段配置の場合もあるので、種々の断面を仮定して、2段配置に対しても算定可能な (9) 式による場合、同じくその可能な CEB-FIP (1978) 式を適用した場合および2段目に配置された鉄筋を無視して1段配置と見なして 図-15 (a) を用いた場合による算定値の比較検討を行った。仮定した断面と各算定法による算定結果を 表-5 に示す。同表から2段配筋の場合も2段目に配置された鉄筋を無視して1段配筋として 図-15 (a) の計算図表を用いて l_{av} を算出してよいと判断される。

つぎに平均鉄筋ひずみ $\Delta \epsilon_{s,av}$ は F_t/p_e をパラメータにして、 図-15 (b) にひびわれ断面の鉄筋応力変化量 $\Delta \sigma_{s,max}$ (断面設計の際得られる値—正確には decompression の状態からの応力度変化量を用いる) との関係を図示した。



- b : 梁幅
- c : かぶり厚さ
- ϕ : 鉄筋の直径
- m : 鉄筋の本数
- A_s : 鉄筋の断面積
- $A_{ce} = (2c + \phi) \cdot b$
 $= 2(D - d) \cdot b$
- $p_e = A_s / A_{ce}$
- F_t = コンクリートの引張強度

図-15 ひびわれ幅算定図表

図-15 (a), (b) からそれぞれ l_{av} と $\Delta\epsilon_{s,av}$ が求まると、ひびわれ幅はそれらの積で求まるので図-15 (c) の共線図表を作成した。ただしここでは最大ひびわれ幅は平均ひびわれ幅の 1.5 倍としている。

なお、持続荷重下においては、①コンクリートのクリープ、②付着応力の時間経過に伴う緩和、③コンクリートの乾燥収縮、などの原因によってひびわれ幅は増加するが、①はヤング係数比 n の値に考慮されているものとすれば、②、③を 図-16 の方法で考慮できるので、図-15 の計算図表はそのまま利用できる。

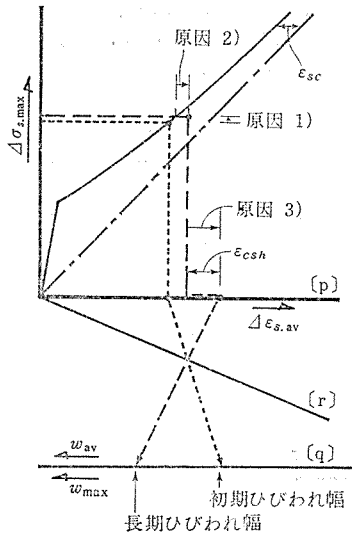


図-16 ひびわれ幅の算定図表(図-15)による長期ひびわれ幅の算定方法

6. 算 例

(1) 設計した断面の曲げひびわれ幅の算定(算定図表の線 ①→②→③ 参照)

算定条件: 梁幅 $b=35$ cm, かぶり厚さ $c=5$ cm, 使用鉄筋 3-D 22, コンクリートの引張強度 $F_t=20$ kg/cm², 鉄筋応力 $\Delta\sigma_{s,max}=1600$ kg/cm²。

図式計算: 図-15 (a) において破線で示す矢印①に沿って平均ひびわれ間隔 l_{av} を求めると、

$$l_{av}=20.8 \text{ cm,}$$

$$\text{有効引張鉄筋比 } p_e = A_s/A_{c0} = A_s/\{(2c+\phi)\cdot b\} = 0.027$$

$$\therefore F_t/p_e = 20/0.027 = 740$$

あるいは同図 (b) の付図より $F_t/p_e=740$ を読みとる。(b) 図において、矢印②に沿って平均鉄筋ひずみ $\Delta\epsilon_{s,av}$ を求め (c) 図より矢印③に沿って最大ひびわれ幅が求まる。

$$\therefore w_{max}=0.18 \text{ mm}$$

(2) ひびわれ幅の制御目標値を満足する許容鉄筋応力の算定(算定図表の線 ①'→②'→③' 参照)

算定条件: 梁幅 $b=40$ cm, かぶり厚さ $c=5$ cm, 使用鉄筋 5-D 22, コンクリートの引張強度 $F_t=25$ kg/cm², ひびわれ幅の制御目標値 0.2 mm。

図式計算: 例題 (1) と同様に (a) 図において矢印①'に沿って、 $l_{av}=17.2$ cm を求め、(c) 図において矢印②'に沿って $\Delta\epsilon_{s,av}$ を求める。一方、 $p_e=19.35/\{(10+2.2)\times 40\}=0.04$, (b) 図の付図より $F_t/p_e=625$ を求め、(b) 図の矢印③'に沿って (b) 図縦軸との交点を読みとれば、許容される鉄筋応力が求まる。

$$\therefore \Delta\sigma_{s,max}=1900 \text{ kg/cm}^2$$

7. ま と め

本報では PRC 部材の設計において最も基本となる曲げひびわれ幅の算定法について検討を行い、簡潔でより正確なひびわれ幅の算定式および算定図表を提示した。まずこの算定式の特徴を列記すれば次のとおりである。

- 1) 鉄筋位置のコンクリート応力が零の時点からの平均鉄筋ひずみの変化量 ($\Delta\epsilon_{s,av}$) とひびわれ定常状態時の平均ひびわれ間隔 (l_{av}) との積でひびわれ幅を算定するものであり、またこの算定法はひびわれ発生から定常状態までのすべての範囲に適用可能である点が大きな特徴である。
- 2) その平均ひびわれ間隔 (l_{av}) の算定式は CEB-FIP Code (1978) の式を参考として、より簡潔で同時に十分な精度をもつ式としたもので、計算が簡単になったにもかかわらず既往の算定式のなかでは実験結果に最もよい適合性を示している。
- 3) 平均鉄筋ひずみの変化量 ($\Delta\epsilon_{s,av}$) の算定式は、広範囲の鉄筋応力に対して適用できるように RC 引張材の荷重-変形関係を曲げ材引張側に適用して引張側コンクリートの拘束作用を考慮したものである。
- 4) なお最大ひびわれ幅は、それを超過する危険率を 5% とした場合、実験結果より平均ひびわれ幅の 1.5~1.7 倍程度と考えられる。

さらに提示した算定式にもとづいて、簡便でしかも同式の精度を殆んど損なうことのない曲げひびわれ幅の算定図表を作成した。本算定図表を用いれば、曲げひびわれ幅は極く簡単に図上において求めることができ、ひびわれ幅を制御目標とする PRC 梁の断面設計において有効に利用できるものと考えられる。

参 考 文 献

- 1) CP-110 1972: The Structural Use of Concrete, British Standards Institution
- 2) コンクリート構造物設計施工国際指針 CEB/FIP 1970, 日本語版鹿島出版会

報 告

- 3) E. Bennett and N. Veerasubramanian : Behaviour of Non-Rectangular Beams with Limited Prestress after Flexural Cracking, Journal of ACI, Sept. 1972
- 4) E. Nawy and P. Huang : Crack and Deflection Control of Pretensioned Prestressed Beams, PCI Journal, May-June 1977
- 5) CEB : Manual on cracking, BULIETIN D'INFORMATION N°89, March, 1973
- 6) CEB-FIP : Model Code for Concrete Structures, 1978
- 7) 森田司郎 : コンクリートのひびわれ幅制限で決まる鉄筋の許容応力度, セメント技術年報, XXIII, 昭和 44 年
- 8) P. Gergely and L. Lutz : Maximum Crack Width in Reinforced Concrete Flexural Members, ACI, SP-20, 1968
- 9) 角田与史雄 : 鉄筋コンクリートの最大ひびわれ幅, コンクリートジャーナル, Vol. 8, No. 9, Sept. 1970
- 10) 鈴木計夫, 大野義照, 佐田裕之 : プレストレスト鉄筋コンクリートはりの曲げ性状について, コンクリート工学年次講演会講演論文集 (第 2 回), 1980
- 11) A. Clark : Cracking in Reinforced Concrete Flexural Members, Journal of ACI, April, 1956
- 12) M. Chi and A. Kirstein : Flexural Cracks in Reinforced Concrete Beams, Journal of ACI, April, 1958
- 13) E. Hognestad : High Strength Bars as Concrete Reinforcement, Part 2. Control of Flexural Cracking, Journal of the PCA Research and Development Laboratories, January, 1962
- 14) P. Kaar and A. Mattock : High Strength bars as Concrete Reinforcement, Part 4. Control of Cracking, Journal of the PCA Research and Development Laboratories, January, 1963
- 15) H. Rüsck und G. Rehm : Versuche mit Betonformstählen, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 140, 1963
- 16) 六車 照, 森田司郎 : 鉄筋コンクリート梁の変形ときれつ, 日本建築学会論文報告集第 90 号, 昭和 38 年 9 月
- 17) 松本嘉司他 4 名 : 各種の高張力異形鉄筋を用いた鉄筋コンクリート大型ばりの曲げ性状に関する研究, 土木学会論文報告集第 122 号, 昭和 40 年 10 月
- 18) 鈴木計夫他 4 名 : プレストレスト鉄筋コンクリートはりの曲げ性状について, 日本建築学会近畿支部研究報告集, 昭和 54 年 6 月
- 19) B. Broms : Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Members, Journal of ACI, Oct. 1965
- 20) R. Saliger : Die Neue Theorie des Stahlbetons, Frauz Deuticke, 1950

◀刊行物案内▶

第 21 回研究発表会講演概要

- 体 裁 : B 5 判 52 頁
定 価 : 1500 円 送 料 : 250 円 (巻末の 200 円は誤記につきお詫びして訂正いたします)
内 容 : (1) PC 鋼棒の遅れ破壊特性について, (2) 鋳物定着具のコンクリート耐荷性能について, (3) アンボンド工法用定着具の低サイクル疲労試験法について, (4) アンボンド工法用 CCL 定着具の性能試験, (5) 海洋コンクリート構造物の基礎的研究 (その 2 接合部の動的挙動), (6) コンクリートの自己ひずみによる PC 架構応力の略算法, (7) PC 中空床版曲線橋の解析と実験, (8) プレストレスト鉄筋コンクリートはりの長期曲げひび割れ幅について, (9) 補強筋をもつ PC 鋼材定着部の破壊機構および強度について, (10) PRC 梁断面の履歴性質に関する解析的研究, (11) II, III 種 PC 桁の実用化に関する研究, (12) III 種 PC はりの力学的性質に関する基礎研究, (13) 横補強コンクリートによるアンボンド梁の靱性改善, (14) 超高強度コンクリートの力学的性質に関する研究, (15) PC 板埋設型枠工法に関する研究, (16) 「特別講演」プレストレストコンクリートと建築 (特別講演に限り概要はありません), (17) 出雲大社新神楽殿の設計・施工, (18) 一宮地方総合卸売市場の構造設計と施工概要, (19) 大阪国際空港誘導路の PC プレキャスト版舗装工事報告, (20) 下路 PC 桁の押出し工法による架設および試験 (仙山線・上杉山架道橋), (21) 鳥飼連絡線真砂 PC 工事, PC 単純箱桁ブロック工法の施工について, (22) PC 鉄道橋の支承部の補修について, (23) 鹿島線涸沼川橋りょうの施工について, (24) 押出し工法による九戸坂橋の設計と施工について, (25) 一本杉公園 PC 斜張橋の設計施工について