

投稿論文

投稿くださる各位へのお願い

1. なるべく大勢の方々に投稿頂くため原稿枚数は、投稿原稿、依頼原稿とも規定以内(7. 参照)といたします。なお原稿料は規定枚数で打切りとなりますのでご了承ください。

2. 添付図はトレース(線図のみ墨入れ)または第2原図を原則とします。青図添付の場合は墨入れトレース代の一部負担を願いますので予めご了承ください。

3. 執筆者は依頼原稿の場合を除き正会員に限ります。したがって未加入者の場合は予め手続きいたしますのでその旨お申し出ください。

4. 本機関紙は現在、複数制編集委員による特集号形式としており、それぞれ特定のテーマによる依頼原稿が先行するため、投稿原稿は延期される傾向にありましたが、年間発行6冊のうち、2冊程度は投稿原稿による機関誌を予定し、また特集号でも数点は掲載余地を残すようにいたしますので、今後は投稿後半年以内には掲載されます。

5. 別刷は規定により50部を論説、報告、資料に限り贈呈いたします。それ以上希望される場合は実費増刷となりますので、原稿の表紙に部数をご記入願います。

6. 報告の投稿には必ず英文タイトル、英文著者名をつけてください。

7. 投稿原稿の制限枚数は次のとおりです。

論	説	:	刷上り6ページ(協会原稿用紙36枚、ただし図表、写真含む)以内		
報	告	:	// 8 // (// 48枚 //) //		
資	料	:	// 4 // (// 24枚 //) //		
工事	ニュース	:	// 1 // (// 6枚 //) //		
質	疑	応	答	:	// 0.5 // (// 3枚 //) //
読	者	の	声	:	// 0.5 // (// 3枚 //) //

PC 合成桁橋のクリープ・乾燥収縮解析

渡 辺 実*
小 室 光 治*

まえがき

最近、PC 合成桁橋の施工例が増えつつある。これは、PC 合成桁橋が床版コンクリートを現場打ちして橋面調整することによって、道路線形に比較的自由に対処できること、床版を一体構造にできるために床版横締めをしなくてもすむことなどの利点を持っているためと思われる。また、複数径間となる場合には橋梁の泣き所ともいえる伸縮装置の数を減らすことなどを目的として、しばしば目地にコンクリートを現場打ちして補強し、PC 連続合成桁橋とされる。

PC 合成桁の場合にはプレキャスト桁と床版コンクリートとのクリープ差と乾燥収縮差によって内部応力が経時的に発生してくる。PC 連続合成桁の場合には更に単純桁から連続桁に変化する構造系の変化による拘束力と内部応力による拘束力が発生することになり、これらの応力を把握することは設計計算上の重要な問題である。

PC 合成桁のクリープ・乾燥収縮差による内部応力と拘束力の解析については Mattock¹⁰⁾、彦坂¹¹⁾、若狭¹²⁾らの幾つかの研究が報告されている。Mattock は微分方程式に基づいた方法と有効弾性係数法に基づいた方法とで解析しており、この際、プレキャスト桁と床版コンクリートのクリープ係数は等しいものと仮定している。なお、我が国の道路橋示方書²⁾では、この Mattock の方法が採用されている。彦坂は微分方程式に基づいた方法で解析を行っており、クリープ係数にはかなりの差があるものとして、プレキャスト桁と床版コンクリートのクリープ係数を分けて取り扱っている。一方、若狭らは Dischinger の微分方程式を発展させて、遅れ弾性による影響をも考慮した解析方法について報告している。この際、遅れ弾性成分については持続荷重作用時点ですべて終了するものと仮定されている。なお、いずれの研究ともクリープ係数については Whitney の法則が適用され、乾燥収縮の進行はクリープの進行に相似するものとして取り扱われている。

ここで、クリープ係数に対する Whitney の法則は実際のクリープ現象と矛盾しており、これは遅れ弾性成分の存在によるものである。この矛盾に対して、Trost⁴⁾

^{5),6)}は累加原則に基づいたクリープ・乾燥収縮解析法について研究しており、更に、Schade⁷⁾は Trost の理論に Rüschi^{1),2),3)}らの遅れ弾性成分を考慮した解析法について研究している。また、渡辺ら^{8),9)}はこれらの研究成果に基づいて、分割施工される連続桁のクリープ・乾燥収縮解析法、ならびに、変位法による解析理論について報告している。

本論はこれら Trost と Schade、ならびに、渡辺らの理論に基づいた PC 合成桁のクリープ・乾燥収縮による内部応力と拘束力を解析する方法について論じたものである。

1. クリープと乾燥収縮によるひずみ

コンクリートのクリープ係数と乾燥収縮度は道路橋示方書 III. コンクリート橋編 (以下道示とする) によれば次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi(t, t_0) &= \varphi_{d0} \beta_d(t-t_0) + \varphi_{f0} \{ \beta_f(t) - \beta_f(t_0) \} \\ \epsilon_{cs}(t, t_0) &= \epsilon_{s0} \{ \beta_s(t) - \beta_s(t_0) \} \\ &\dots\dots\dots (1) \end{aligned} \right\}$$

なお、式中の記号については道示を参照するものとし、ここでの説明は省略することにする。

コンクリートのクリープと乾燥収縮によるひずみの経時変化量は Trost の累加原則、ならびに、Shade による遅れ弾性を考慮した材令係数 $\rho(t, \tau)$ を用いれば次式で表わされる。

$$\epsilon_{ks}(t) = \frac{\sigma_e(\tau)}{E_c} \cdot \varphi(t, \tau) + \frac{\sigma_{ks}(t)}{E_c} \cdot [1 + \rho(t, \tau) \cdot \varphi(t, \tau)] + \epsilon_s(t, \tau_s) \dots (2)$$

ここで、

$\epsilon_{ks}(t)$: t 時点におけるクリープと乾燥収縮によるひずみ

$\sigma_e(\tau)$: τ 時点で載荷された持続荷重による弾性応力度

$\sigma_{ks}(t)$: t 時点におけるクリープと乾燥収縮によって発生する応力度

E_c : コンクリートの弾性係数

$\epsilon_s(t, \tau_s)$: τ_s 時点で乾燥収縮の影響を受け始めた時の t 時点における乾燥収縮度

$\rho(t, \tau)$: τ 時点で持続荷重が載荷された時の t 時点

* 新構造技術 (株) 土木設計部

における材令係数

$\varphi(t, \tau)$: τ 時点で持続荷重が載荷された時の t 時点におけるクリープ係数

である。与えられた (2) 式に基づくことにより、クリープと乾燥収縮によって生ずる応力の解析は一般の弾性計算と同じ方法で行うことができ、従来用いられてきた Dischinger の方法のように微分方程式を解く必要はなくなる。

以下ではこの基本式に基づいた、PC 合成桁の内部応力と PC 連続合成桁の拘束力を解析する方法について論ずることにする。

プレキャスト桁のコンクリートと床版コンクリートとの材令差を考慮したクリープ係数と乾燥収縮度を次に算出することにする。

1.1 プレキャスト桁のクリープ係数と材令係数

(図-1)

プレキャスト桁の桁自重とプレストレス、ならびに、床版重量に対する材令、クリープ係数、材令係数を算出すると次のとおりである。

① 材令

桁自重とプレストレス作用時点; $\tau_1^{(1)} = t_{B1}$
 床版重量作用時点; $\tau_1^{(2)} = t_{B1} + \Delta t_1$

② クリープ係数 (床版打設後に進行するクリープ係数)

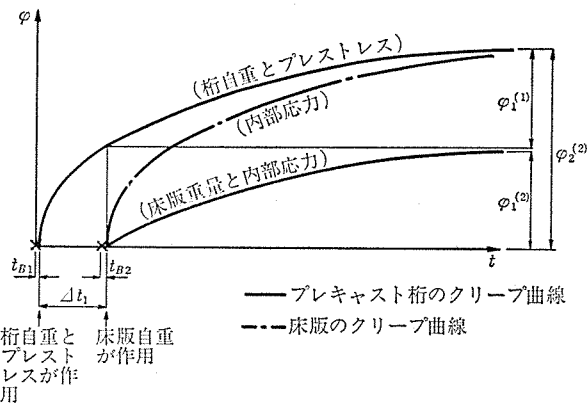


図-1 クリープ曲線

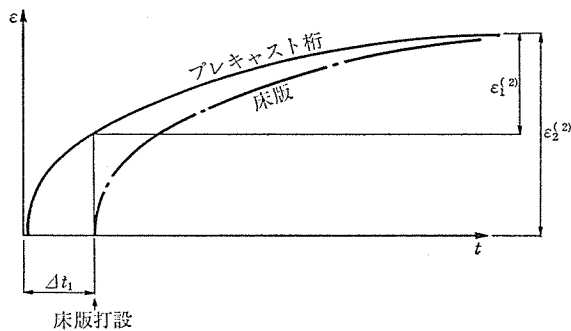


図-2 乾燥収縮進行曲線

桁自重とプレストレスに対して;

$$\varphi_1^{(1)} = \varphi(t_{\infty}, \tau_1^{(1)}) - \varphi(\tau_1^{(2)}, \tau_1^{(1)})$$

床版重量に対して;

$$\varphi_1^{(2)} = \varphi(t_{\infty}, \tau_1^{(2)})$$

$$\dots\dots\dots (4)$$

③ 材令係数

床版重量に対して; $\rho_1^{(2)} = \rho(t_{\infty}, \tau_1^{(2)}) \dots\dots\dots (5)$

ここで、添字 1 と 2 はそれぞれプレキャスト桁と床版を表わしており、以後についても同様である。

1.2 床版のクリープ係数と材令係数 (図-1)

プレキャスト桁と同様にして、床版の内部応力に対する材令、クリープ係数、材令係数を求める。

① 材令

床版重量作用時点; $\tau_2^{(2)} = t_{B2} \dots\dots\dots (6)$

② クリープ係数

内部応力に対して; $\varphi_2^{(2)} = \varphi(t_{\infty}, \tau_2^{(2)}) \dots\dots\dots (7)$

③ 材令係数

内部応力に対して; $\rho_2^{(2)} = \rho(t_{\infty}, \tau_2^{(2)}) \dots\dots\dots (8)$

1.3 プレキャスト桁と床版の乾燥収縮差 (図-2)

床版打設後に生ずるプレキャスト桁の乾燥収縮度と床版の乾燥収縮度はそれぞれ、次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} &\text{プレキャスト桁;} \\ &\quad \varepsilon_1^{(2)} = \varepsilon(t_{\infty}, t=0) - \varepsilon(\Delta t_1, t=0) \\ &\text{床版;} \quad \varepsilon_2^{(2)} = \varepsilon(t_{\infty}, t=0) \end{aligned} \right\} \dots\dots (9)$$

したがって、プレキャスト桁と床版との間の乾燥収縮差は、

$$\varepsilon_s = \varepsilon_2^{(2)} - \varepsilon_1^{(2)} \dots\dots\dots (10)$$

で与えられる。

2. コンクリートのクリープ差による内部応力

プレキャスト桁と床版のクリープ差によって生ずる内部応力をプレストレス、プレキャスト桁自重、床版重量にそれぞれ分けて解析することにする。

2.1 プレストレスに対する内部応力

プレストレスに対する内部応力は 図-3 に示すように、プレキャスト桁と床版の接合面を切断し、その切断面に内部応力としての不静定モーメントと不静定軸力を作用させることによって求めることができる。すなわ

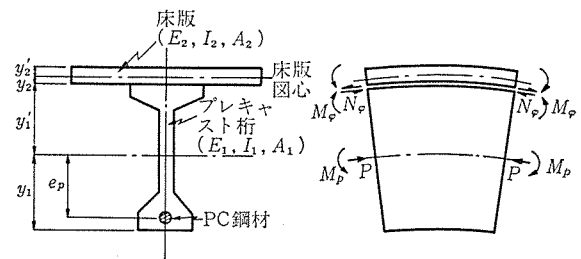


図-3 プレストレスに対する内部応力

ち、プレキャスト桁と床版の曲率，ならびに，ひずみの経時変化量が接合面において等しいとした適合条件式を解くことによって，内部応力を求めることができる。

(1) 曲率の経時変化量

プレストレスによる偏心モーメントを M_p ， $t = \infty$ 時点における内部応力を M_φ ， N_φ とすると，プレキャスト桁の曲率の経時変化量 θ_1 は次式によって得られる。

$$\theta_1 = \frac{M_p}{E_1 I_1} \varphi_1^{(1)} - \frac{M_\varphi + N_\varphi y_1'}{E_1 I_1} (1 + \rho_1^{(2)} \varphi_1^{(2)}) \dots\dots\dots (11)$$

同様に，床版の曲率の経時変化量 θ_2 は次式で与えられる。

$$\theta_2 = \frac{M_p - N_\varphi y_2}{E_2 I_2} (1 + \rho_2^{(2)} \varphi_2^{(2)}) \dots\dots\dots (12)$$

更に，プレキャスト桁と床版の曲率が等しい ($\theta_1 = \theta_2$) ことから次式を得ることができる。なお，記号については 図-3 に示されているとおりである。

$$M_p \varphi_1^{(1)} - M_\varphi (\eta_1 + m \eta_2) - N_\varphi (y_1' \eta_1 - m y_2 \eta_2) = 0 \dots\dots\dots (13)$$

ここで，

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{E_1 I_1}{E_2 I_2} \\ \eta_1 &= 1 + \rho_1^{(2)} \varphi_1^{(2)}, \quad \eta_2 = 1 + \rho_2^{(2)} \varphi_2^{(2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

であり，更に，

$$B = \eta_1 + m \eta_2, \quad C = y_1' \eta_1 - m y_2 \eta_2 \dots\dots\dots (15)$$

として (13) 式を整理すると，次のような簡単な式が得られる。

$$M_p \varphi_1^{(1)} - B M_\varphi - C N_\varphi = 0 \dots\dots\dots (16)$$

(2) ひずみの経時変化量

次に接合面におけるプレキャスト桁と床版のひずみの経時変化量について考えることにする。プレキャスト桁上縁のひずみの経時変化量 u_1 は次式で与えられる。

$$u_1 = \left(\frac{M_p}{E_1 I_1} y_1' - \frac{P}{E_1 A_1} \right) \varphi_1^{(1)} - \left(\frac{M_\varphi + N_\varphi y_1'}{E_1 I_1} y_1' + \frac{N_\varphi}{E_1 A_1} \right) (1 + \rho_1^{(2)} \varphi_1^{(2)}) \dots\dots\dots (17)$$

同様に，床版下縁のひずみの経時変化量 u_2 は次式で表わされる。

$$u_2 = \left(-\frac{M_p - N_\varphi y_2}{E_2 I_2} y_2 + \frac{N_\varphi}{E_2 A_2} \right) (1 + \rho_2^{(2)} \varphi_2^{(2)}) \dots\dots\dots (18)$$

更に，接合面におけるひずみの経時変化量が等しい ($u_1 = u_2$) ことから次式が得られる。

$$\begin{aligned} (M_p y_1' - P r_1^2) \varphi_1^{(1)} - M_\varphi (y_1' \eta_1 - m y_2 \eta_2) \\ - N_\varphi (y_1'^2 \eta_1 + r_1^2 \eta_1 + m y_2^2 \eta_2 + m r_2^2 \eta_2) = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (19)$$

ここで，

$$r_1^2 = \frac{I_1}{A_1}, \quad r_2^2 = \frac{I_2}{A_2} \dots\dots\dots (20)$$

であり，更に，

$$F = y_1'^2 \eta_1 + r_1^2 \eta_1 + m y_2^2 \eta_2 + m r_2^2 \eta_2 \dots\dots\dots (21)$$

として (19) 式を整理すると次式が得られる。

$$(M_p y_1' - P r_1^2) \varphi_1^{(1)} - C M_\varphi - F N_\varphi = 0 \dots\dots\dots (22)$$

以上で求めた曲率とひずみの経時変化量に対する (16) 式と (22) 式を連立的に M_φ と N_φ について解くことによって，プレストレスに対するクリープ差による内部応力を求めることができる。すなわち，

$$\left. \begin{aligned} N_\varphi &= \frac{\varphi_1^{(1)}}{C^2 - BF} \{M_p (C - B y_1') + B P r_1^2\} \\ M_\varphi &= \frac{\varphi_1^{(1)}}{BF - C^2} \{M_p (F - C y_1') + C P r_1^2\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

となる。プレストレスによる偏心モーメントを $M_p = P \cdot e_p$ として (23) 式を書きかえると，

$$\left. \begin{aligned} N_\varphi &= -\frac{\varphi_1^{(1)}}{C^2 - BF} P \{B (y_1' e_p - r_1^2) - C e_p\} \\ M_\varphi &= -\frac{\varphi_1^{(1)}}{BF - C^2} P \{C (y_1' e_p - r_1^2) - F e_p\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

となる。

2.2 プレキャスト桁自重に対する内部応力

プレキャスト桁自重に対するクリープ差によって生ずる内部応力は，プレストレスに対する内部応力と同様にして求められる。すなわち，(23) 式において $M_p = -M_{d1}$ ， $P = 0$ とおくことによって次式を得ることができる。

$$\left. \begin{aligned} N_\varphi &= -\frac{\varphi_1^{(1)}}{C^2 - BF} M_{d1} (C - B y_1') \\ M_\varphi &= -\frac{\varphi_1^{(1)}}{BF - C^2} M_{d1} (F - C y_1') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

ここで， M_{d1} はプレキャスト桁自重による曲げモーメントである。

2.3 床版重量に対する内部応力

床版重量に対するクリープ差によって生ずる内部応力についても同様に， $M_p = -M_{d2}$ ， $P = 0$ ， $\varphi_1^{(1)} = \varphi_1^{(2)}$ として求められる。

$$\left. \begin{aligned} N_\varphi &= -\frac{\varphi_1^{(2)}}{C^2 - BF} M_{d2} (C - B y_1') \\ M_\varphi &= -\frac{\varphi_1^{(2)}}{BF - C^2} M_{d2} (F - C y_1') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

ここで， M_{d2} は床版重量による曲げモーメントである。

以上では説明を簡単にするためにプレストレス，プレキャスト桁自重，床版重量にそれぞれ分けて内部応力を求めたが，これらを合計することによって最終的に次式を得ることができる。

$$\left. \begin{aligned} N_{\varphi} &= -\frac{\varphi_1^{(1)}}{C^2 - BF} [P\{B(y_1' e_p - r_1^2) - C e_p\} \\ &\quad + M_{d1}(C - B y_1')] - \frac{\varphi_1^{(2)}}{C^2 - BF} M_{d2}(C - B y_1') \\ M_{\varphi} &= -\frac{\varphi_1^{(1)}}{BF - C^2} [P\{C(y_1' e_p - r_1^2) - F e_p\} \\ &\quad + M_{d1}(F - C y_1')] - \frac{\varphi_1^{(2)}}{BF - C^2} M_{d2}(F - C y_1') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

(27) 式において一般的に行われているように近似的にプレキャスト桁と床版のクリープ係数が等しいものと仮定すると、

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \eta_2 = 1 + \rho_{\infty} \varphi_{\infty} \\ \varphi_1^{(1)} &= \varphi_{\infty} \\ \varphi_1^{(2)} &= \varphi_t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{\varphi_{\infty}}{1 + \rho_{\infty} \varphi_{\infty}} \\ K' &= \frac{\varphi_t}{1 + \rho_{\infty} \varphi_{\infty}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

となり、道示で与えられている式と一致する。なお、材令係数は一般に $\rho = 0.8$ とすることができるが、道示で与えられている式は $\rho = 1.0$ に相当している。

3. コンクリートの乾燥収縮差による内部応力

プレキャスト桁のコンクリートと床版コンクリートとの乾燥収縮差によって生ずる内部応力は、クリープ差による内部応力の解析と同様な方法によって解析することができる。すなわち、曲率の経時変化量に対する適合条件式とひずみの経時変化量に対する適合条件式を連立的に解くことによって内部応力を求めることができる。

3.1 曲率の経時変化量

$t = \infty$ 時点における内部応力を M_s, N_s とすると、乾燥収縮差によって生ずるプレキャスト桁の曲率の経時変化量 θ_1 は、

$$\theta_1 = -\frac{M_s + N_s y_1'}{E_1 I_1} (1 + \rho_1^{(2)} \varphi_1^{(2)}) \dots\dots\dots (30)$$

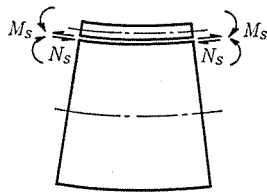


図-4 乾燥収縮差による内部応力

で与えられる (図-4)。同様にして、床版の曲率の経時変化量 θ_2 は、

$$\theta_2 = \frac{M_s - N_s y_2}{E_2 I_2} (1 + \rho_2^{(2)} \varphi_2^{(2)}) \dots\dots\dots (31)$$

となり、プレキャスト桁と床版の曲率変化量が等しい

($\theta_1 = \theta_2$) ことから、(30) 式と (31) 式によって次のような関係式を得ることができる。

$$\begin{aligned} -M_s(\eta_1 + m\eta_2) - N_s(y_1'\eta_1 - m y_2\eta_2) &= 0 \dots\dots (32) \\ BM_s + CN_s &= 0 \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

3.2 ひずみの経時変化量

プレキャスト桁上縁のひずみの経時変化量 u_1 は、

$$u_1 = -\left(\frac{M_s + N_s y_1'}{E_1 I_1} y_1' + \frac{N_s}{E_1 A_1} \right) \cdot (1 + \rho_1^{(2)} \varphi_1^{(2)}) \dots\dots\dots (34)$$

で表わされ、床版下縁のひずみの経時変化量 u_2 は次式で与えられる。

$$u_2 = \left(-\frac{M_s - N_s y_2}{E_2 I_2} y_2 + \frac{N_s}{E_2 A_2} \right) \cdot (1 + \rho_2^{(2)} \varphi_2^{(2)}) - \epsilon_s \dots\dots\dots (35)$$

ここで、 ϵ_s はプレキャスト桁と床版の乾燥収縮差である。

ひずみの変化量が等しい ($u_1 = u_2$) ことから、

$$-M_s(y_1'\eta_1 - m y_2\eta_2) - N_s(y_1'^2\eta_1 + r_1^2\eta_1 + m y_2^2\eta_2 + m r_2^2\eta_2) + \epsilon_s E_1 I_1 = 0 \dots\dots\dots (36)$$

$$CM_s + FN_s - \epsilon_s E_1 I_1 = 0 \dots\dots\dots (37)$$

の関係式が得られ、(33) 式と (37) 式を連立的に解くことによって最終的に、乾燥収縮差 ϵ_s による内部応力を求めることができる。すなわち、内部応力は、

$$N_s = \epsilon_s E_1 I_1 \frac{B}{BF - C^2} \dots\dots\dots (38)$$

$$M_s = \epsilon_s E_1 I_1 \frac{C}{C^2 - BF} \dots\dots\dots (39)$$

で求められる。ここで、クリープ差による内部応力と同様に、プレキャスト桁と床版のクリープ係数が等しいものと仮定すると、(28) 式の関係から $1/(1 + \rho_{\infty} \varphi_{\infty})$ の係数が得られ、 $\rho_{\infty} = 1.0$ とすれば道示の式と一致する。

4. 連続合成桁の拘束力

合成桁はたびたび、目地にコンクリートを打設することによって、連続構造にされる。この場合、単純桁が連続桁になる構造系の変化によることとクリープ・乾燥収縮差による内部応力によって、更に、経時的に拘束力が発生してくる。ここでは説明の簡単化のために、2 径間連続合成桁について 図-5 に示された施工順序に従っ

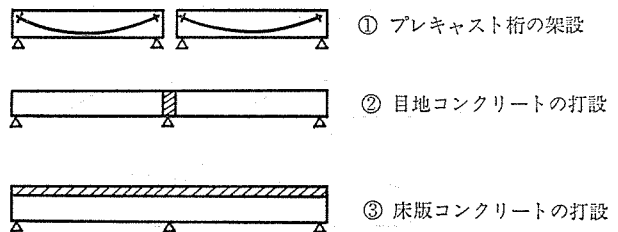


図-5 連続合成桁の施工順序

て、拘束力の解析方法について述べることにする。

渡辺らは文献(8)と(9)でクリープ換算弾性係数、性状係数、荷重項の概念を導入して、コンクリート構造物のクリープ・乾燥収縮解析法について論じている。この解析方法は、同一部材内のコンクリートの性質に差がない単一部材に対するものであり、合成桁のようにプレキャスト桁と床版のコンクリートの性質に差がある場合には更に、以下に述べるクリープ換算断面性能の概念を導入してくる必要がある。すなわち、床版をプレキャスト桁の断面性能に換算して、複合部材をあたかも単一部材として取り扱うことによって、従来の適合条件式を解く方法と同様にして拘束力を解析することができる。

プレキャスト桁と床版のコンクリートのクリープ換算弾性係数をそれぞれ、

$$E_1^{\circ} = \frac{E_1}{1 + \rho_1^{(2)} \varphi_1^{(2)}}, \quad E_2^{\circ} = \frac{E_2}{1 + \rho_2^{(2)} \varphi_2^{(2)}} \dots (40)$$

とすると、コンクリートの弾性係数比 n は次のように与えられる。

$$n = \frac{E_2^{\circ}}{E_1^{\circ}} \dots (41)$$

この弾性係数比を床版コンクリートに乗ずることによって、従来と同様の方法によって換算断面性能を求めることができ、これをクリープ換算断面性能と呼ぶことにする。

以上のクリープ換算断面性能を用いることによって、クリープ換算性状係数を次のように求めることができる。

$$\delta_{11}^{\circ} = \int \frac{M\bar{M}}{E_1^{\circ} I^{\circ}} dx \dots (42)$$

ここで、 δ_{11}° : クリープ換算性状係数
 M : 中間支点に作用させた単位モーメント
 \bar{M} : 中間支点に作用させた仮想単位モーメント

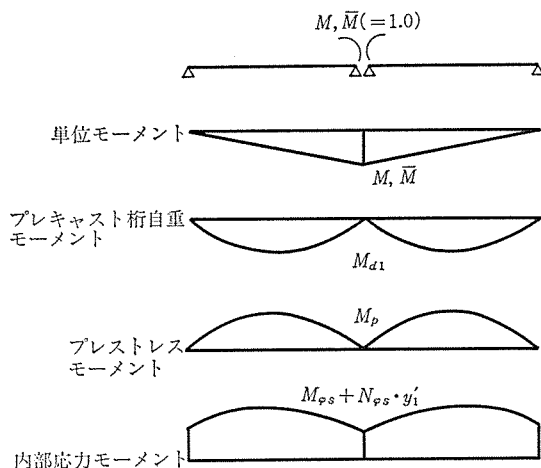


図-6 性状係数と荷重項

I° : クリープ換算断面二次モーメント

である。

同様に、クリープ換算荷重項を求めることにする。構造系の変化によって生ずる拘束力に対する荷重項 δ_{dP}° は、

$$\delta_{dP}^{\circ} = (\delta_{d1} + \delta_p) \varphi_1^{(1)} \left. \begin{aligned} \delta_{d1} &= \int \frac{M_{d1} \bar{M}}{E_1 I_1} dx, \quad \delta_p = \int \frac{M_p \bar{M}}{E_1 I_1} dx \end{aligned} \right\} \dots (43)$$

で求められ、ここで、

δ_{d1} : 中間支点におけるプレキャスト桁自重による相対変位量

δ_p : 中間支点におけるプレストレスによる相対変位量

である。なお、床版重量については、床版は一般にプレキャスト桁が連続構造にされた後に打設されるために、構造系の変化による拘束力に考慮する必要はない。クリープ差と乾燥収縮差による内部応力 M_{φ_s} と N_{φ_s} によって生ずる拘束力に対する荷重項 δ_{MN}° は、

$$\delta_{MN}^{\circ} = \int \frac{(M_{\varphi_s} + N_{\varphi_s} y_1') \cdot \bar{M}}{E_1^{\circ} I_1} dx \dots (44)$$

で与えられる。

クリープ換算荷重項 δ_{01}° は以上で求められた構造系の変化に対する荷重項と内部応力に対する荷重項を合計することによって次式で与えられる。

$$\delta_{01}^{\circ} = \delta_{dP}^{\circ} + \delta_{MN}^{\circ} \dots (45)$$

したがって、連続合成桁の拘束力 X_1° は、次の中間支点における相対変位量に関する適合条件式を解くことによって求められる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}^{\circ} \cdot X_1^{\circ} + \delta_{01}^{\circ} &= 0 \\ X_1^{\circ} &= -\frac{\delta_{01}^{\circ}}{\delta_{11}^{\circ}} \end{aligned} \right\} \dots (46)$$

5. 計算例

5.1 内部応力の計算

次のような計算条件によって、クリープと乾燥収縮による内部応力を計算することにする。

- 1) プレキャスト桁と床版の断面は一定とし、断面諸定数を表-1に示す。
- 2) プレキャスト桁には材令4日目 ($t_{B1} = 4$ 日) にプ

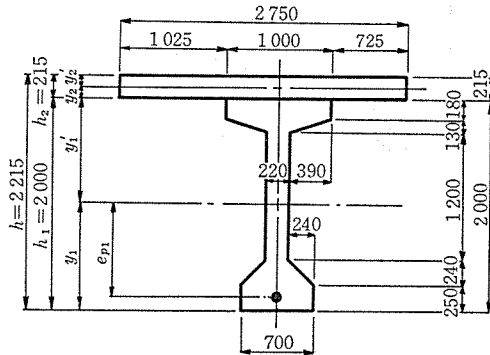
表-1 断面諸定数

プレキャスト桁		床版	
E_{c1} (kg/cm ²)	3.5×10^5	E_{c2} (kg/cm ²)	2.7×10^5
I_{c1} (cm ⁴)	42 000 000	I_{c2} (cm ⁴)	227 750
y_1' (cm)	98.28	y_2' (cm)	10.75
y_1 (cm)	101.72	y_2 (cm)	10.75
r_{c1}^2 (cm ²)	5 121	r_{c2}^2 (cm ²)	38.52
A_{c1} (cm ²)	8 202	A_{c2} (cm ²)	5 913

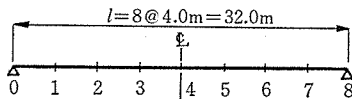
※ 表中の記号は道示 12.2 と同様である。

表-2 偏心モーメント

断面	0 (8)	1 (7)	2 (6)	3 (5)	4
e_{p1} (cm)	0	45.0	72.0	86.72	86.72
M_{pe} (tm)	0	189.0	302.4	364.2	364.2



(a) 断面形状



(b) 計算断面

図-7 断面形状と計算断面

レストレスを導入し、以後90日経過後 ($dt_1=90$ 日) に床版コンクリートを打設するものとする。

- 床版コンクリートには材令4日後 ($t_{B2}=4$ 日) に床版重量が作用するものとする。
- PC鋼材の緊張力 P_e は、床版合成時における有効緊張力とし、全断面にわたって $P_e=420$ t とする。プレストレスによる偏心モーメント ($M_{pe}=P_e e_{p1}$) を表-2 に示す。
- プレキャスト桁自重と床版重量による曲げモーメントは表-3 に示すとおりとする。

表-3 死荷重による曲げモーメント

断面	0(8)	1(7)	2(6)	3(5)	4
桁自重 M_{d1} (tm)	0	114.80	196.80	246.00	262.40
床版重量 M_{d2} (tm)	0	82.88	142.08	177.60	189.44

クリープ係数と材令係数を以下に計算することにする。

クリープ基準値 ; $\varphi_{f0}=2.0$

早強セメント使用 ; $\alpha=2.0$

主桁の仮想部材厚 ; $h_{th}=45$ cm

床版の仮想部材厚 ; $h_{th}=38$ cm

プレキャスト桁について、

$$\tau_1^{(1)}=4 \text{ 日} \times \alpha=8 \text{ 日}$$

$$\tau_1^{(2)}=(4 \text{ 日} + 90 \text{ 日}) \times \alpha=188 \text{ 日}$$

$$\begin{aligned} \varphi_1^{(1)} &= \varphi(\infty, 8) - \varphi(188, 8) \\ &= \{0.4 \times 1.0 + 2.0 \times (1.381 - 0.286)\} \end{aligned}$$

$$- \{0.4 \times 0.794 + 2.0 \times (0.761 - 0.286)\}$$

$$= 2.590 - 1.268$$

$$= 1.32$$

$$\varphi_1^{(2)} = \varphi(\infty, 188) = 0.4 \times 1.0 + 2.0$$

$$\times (1.381 - 0.761)$$

$$= 1.64$$

$$\rho_1^{(2)} \doteq 0.8$$

床版について、

$$\tau_2^{(2)} = 4 \text{ 日} \times \alpha = 8 \text{ 日}$$

$$\varphi_2^{(2)} = \varphi(\infty, 8) = 0.4 \times 1.0 + 2.0$$

$$\times (1.415 - 0.295)$$

$$= 2.64$$

$$\rho_2^{(2)} \doteq 0.8$$

プレキャスト桁と床版の乾燥収縮差を求めると次のとおりである。

$$\varepsilon_1^{(2)} = \varepsilon(\infty, 0) - \varepsilon(90, 0)$$

$$= 25 \times 10^{-5} \times (0.794 - 0) - 25 \times 10^{-5}$$

$$\times (0.161 - 0)$$

$$= 15.8 \times 10^{-5}$$

$$\varepsilon_2^{(2)} = \varepsilon(\infty, 0) = 25 \times 10^{-5} \times (0.810 - 0)$$

$$= 20.1 \times 10^{-5}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_2^{(2)} - \varepsilon_1^{(2)}$$

$$= 4.3 \times 10^{-5}$$

以上で算定した各値を用い、(27)式に基づいてクリープ差による内部応力を求めた結果を表-4に示す。

表-4 クリープ差による内部応力の計算結果

断面		0(8)	1(7)	2(6)	3(5)	4
作用荷重	① M_{d1} (tm)	0	114.80	196.80	246.00	262.40
	② M_{d2} (tm)	0	82.88	142.08	177.60	189.44
	③ P_e (t)	420.0	420.0	420.0	420.0	420.0
	e_{p1} (m)	0	0.450	0.720	0.8672	0.8672
軸力 N_p (t)	① による	0	-24.27	-41.60	-52.00	-55.47
	② による	0	-21.77	-37.31	-46.64	-49.75
	③ による	-41.83	-1.88	22.09	35.16	35.16
	合計	-41.83	-47.92	-56.82	-63.48	-70.06
曲げモーメント M_p (tm)	① による	0	-2.73	-4.68	-5.85	-6.24
	② による	0	-2.45	-4.20	-5.25	-5.60
	③ による	-4.36	0.14	2.84	4.31	4.31
	合計	-4.36	-5.04	-6.04	-6.79	-7.53

$$m = \frac{E_1 I_1}{E_2 I_2} = \frac{3.5 \times 10^5 \times 42000000}{2.7 \times 10^5 \times 227750} = 239.1$$

$$\eta_1 = 1 + \rho_1^{(2)} \varphi_1^{(2)} = 1 + 0.8 \times 1.64 = 2.312$$

$$\eta_2 = 1 + \rho_2^{(2)} \varphi_2^{(2)} = 1 + 0.8 \times 2.64 = 3.112$$

$$B = \eta_1 + m \eta_2 = 2.312 + 239.1 \times 3.112 = 746.4$$

$$C = y_1' \eta_1 + m y_2' \eta_2 = 0.9828 \times 2.312$$

$$- 239.1 \times 0.1075 \times 3.112$$

$$= -77.72$$

$$F = y_1' \eta_1 + r_{c1}^2 \eta_1 + m y_2^2 \eta_2 + m r_{c2}^2 \eta_2$$

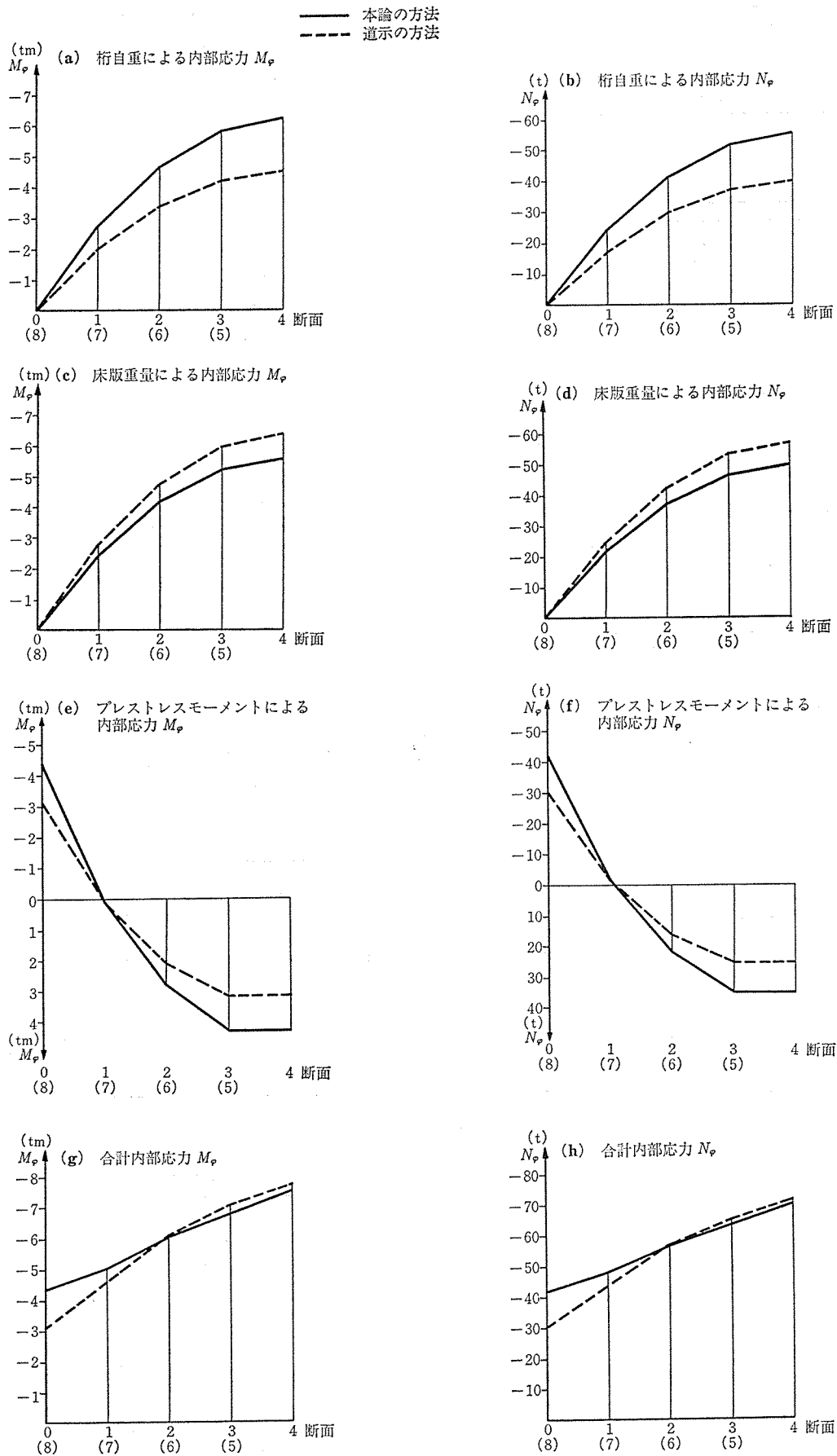


図-8 内部応力の計算結果

表-5 内部応力計算結果の比較

断面	内部応力	本論による 方法 ①	道示による 方法 ②	比率 ①/②	
ク リ ー プ 差	0 (8)	N_p (t) M_p (tm)	-41.83 -4.36	-30.22 -3.11	1.384 1.402
	1 (7)	N_p (t) M_p (tm)	-47.91 -5.04	-43.71 -4.63	1.096 1.086
	2 (6)	N_p (t) M_p (tm)	-56.82 -6.04	-56.64 -6.10	1.003 0.990
	3 (5)	N_p (t) M_p (tm)	-63.48 -6.79	-65.35 -7.08	0.971 0.959
	4	N_p (t) M_p (tm)	-70.06 -7.53	-71.39 -7.76	0.981 0.970
	乾燥 収縮差	N_s (t) M_s (tm)	9.31 0.97	6.73 0.693	1.383 1.400

$$=0.9828^2 \times 2.312 + 0.5121 \times 2.312 + 239.1$$

$$\times 0.1075^2 \times 3.112 + 239.1 \times 0.003852 \times 3.112$$

$$=14.88$$

次に乾燥収縮差による内部応力を求めると、

$$N_s = \epsilon_s E_{c1} I_{c1} \cdot \frac{B}{BF - C^2}$$

$$= 4.3 \times 10^{-5} \times 3.5 \times 10^6 \times 0.42$$

$$\times \frac{746.4}{746.4 \times 14.88 - (-77.72)^2}$$

$$= 9.31 \text{ (t)}$$

$$M_s = \epsilon_s E_{c1} I_{c1} \cdot \frac{C}{C^2 - BF}$$

$$= 4.3 \times 10^{-5} \times 3.5 \times 10^6 \times 0.42$$

$$\times \frac{-77.72}{(-77.72)^2 - 746.4 \times 14.88}$$

$$= 0.97 \text{ (tm)}$$

となる。乾燥収縮差による内部応力は等断面であると仮定したために、全径間にわたって一定値となっている。以上で計算した本論による計算結果と道示に示されている計算方法によって計算した結果を 表-5 と 図-8 にまとめて示すことにする。

本計算例についてはあるが、計算結果の比較から次のようなことがわかる。

- 1) クリープ差による軸力 N_p は、支間中央部ではほとんど一致しているものの、端支点到近くにつれて差が大きくなり、床版とプレキャスト桁のクリープ差を無視している道示の方法によった場合には、かなり小さな値となっている。
- 2) クリープ差によるモーメント M_p についても、軸力 N_p のときと同様な傾向を示している。しかしながら、値そのものが小さいために設計計算に及ぼす影響は僅かであるものと考えられる。
- 3) 乾燥収縮差による内部応力は、道示の方法によったものの方が小さいが、値そのものが小さいために

設計上は問題ないものと思われる。

5.2 拘束力の計算

内部応力の計算例に用いた断面形状と支間長 (図-7) を持った 2 径間連続合成桁橋について、クリープによって生ずる拘束力を求めることにする。

プレキャスト桁と床版のコンクリートのクリープ換算弾性係数、ならびにコンクリートの弾性係数比を求めると、

$$E_1^p = \frac{E_1}{1 + \rho_1^{(2)} \varphi_1^{(2)}} = \frac{3.5 \times 10^5}{1 + 0.80 \times 1.64}$$

$$= 1.514 \times 10^5 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

$$E_2^p = \frac{E_2}{1 + \rho_2^{(2)} \varphi_2^{(2)}} = \frac{2.7 \times 10^5}{1 + 0.80 \times 2.64}$$

$$= 0.8676 \times 10^5 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

$$n = E_2^p / E_1^p = 0.573$$

となり、これから性状係数と荷重項を算出することにす

る。

(1) クリープ換算性状係数

$$\delta_{11}^p = 2 \times \int_0^l \frac{M \bar{M}}{E_1^p I^p} dx = \frac{2l}{3 E_1^p I^p}$$

ここで、

$$l = 32.0 \text{ m}$$

$$A = A_1 + n A_2 = 0.8202 + 0.573 \times 0.5913$$

$$= 1.159 \text{ m}^2$$

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + n A_2 (y_1 + y_1' + y_2)}{A_1 + n A_2}$$

$$= \frac{0.8202 \times 1.0172 + 0.573 \times 0.5913 \times (1.0172 + 0.9828 + 0.1075)}{0.8202 + 0.573 \times 0.5913}$$

$$= 1.336 \text{ m}$$

$$I^p = I_1 + y_1^2 A_1 + n I_2 + (y_1 + y_1' + y_2)^2 n A_2 - y_c^2 A$$

$$= 0.42 + 1.0172^2 \times 0.8202 + 0.573 \times 0.0022775$$

$$+ (1.0172 + 0.9828 + 0.1075)^2$$

$$\times 0.573 \times 0.5913 - 1.336^2 \times 1.159$$

$$= 0.7061 \text{ m}^4$$

$$\delta_{11}^p = \frac{2 \times 32.0}{3 \times 1.514 \times 10^5 \times 0.7061} = 19.96 \times 10^{-6}$$

(2) クリープ換算荷重項

① プレキャスト桁自重による荷重項

$$\delta_{d1} = 2 \times \int_0^l \frac{M_{d1} \bar{M}}{E_1 I_1} dx = \frac{2 M_{d \max} l}{3 E_1 I_1}$$

ここに、

$$M_{d \max} = 262.4 \text{ tm}$$

$$\delta_{d1} = \frac{2 \times 262.4 \times 32.0}{3 \times 3.5 \times 10^6 \times 0.42} = 3808.1 \times 10^{-6}$$

② 偏心モーメントによる荷重項

偏心モーメント M_{pe} は不等分布荷重であるので、数値積分によって荷重項を求めることにする。ここで、

M_{pe} の分布は 表-2 のとおりである。

$$\begin{aligned} \delta_p &= 2 \times \int_0^l \frac{M_{pe} \bar{M}}{E_1 I_1} dx \\ &= -\frac{2 \times 4150.88}{3.5 \times 10^6 \times 0.42} = -5647.5 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

③ 構造系の変化によって生ずる拘束力に対する荷重項

$$\begin{aligned} \delta_{dpe} &= (\delta_{d1} + \delta_p) \varphi_1^{(1)} \\ &= (3808.1 \times 10^{-6} - 5647.5 \times 10^{-6}) \times 1.32 \\ &= -2428.0 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

④ コンクリートのクリープ差と乾燥収縮差による内部応力 M_{ps} , N_{ps} によって生ずる拘束力に対する荷重項

クリープ・乾燥収縮差による内部応力は不等分布であるため、荷重項は数値積分することによって求める。なお、内部応力の分布は 表-6 のとおりである。

表-6 内部応力の分布

n	$M_{ps}=M_p+M_s$	$N_{ps}=N_p+N_s$	$M_{ps}+N_{ps}y_1'$
0(8)	-3.39	-32.52	-35.35
1(7)	-4.07	-38.61	-42.02
2(6)	-5.07	-47.51	-51.76
3(5)	-5.82	-54.17	-59.06
4	-6.56	-60.75	-66.27

$$\begin{aligned} \delta_{MNp} &= 2 \times \int_0^l \frac{(M_{ps} + N_{ps}y_1') \bar{M}}{E_1 I_1} dx \\ &= -\frac{2 \times 814.62}{1.514 \times 10^6 \times 0.42} = -2562.2 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

(3) 拘束力

構造系の変化によって生ずる拘束力は、

$$X_1^e = -\frac{\delta_{dpe}}{\delta_{11}^e} = -\frac{-2428.0 \times 10^{-6}}{19.96 \times 10^{-6}} = 121.7 \text{ tm}$$

となり、コンクリートのクリープ差と乾燥収縮差による内部応力によって生ずる拘束力は、

$$X_1^e = -\frac{\delta_{MNp}}{\delta_{11}^e} = -\frac{-2562.2 \times 10^{-6}}{19.96 \times 10^{-6}} = 128.4 \text{ tm}$$

となる。構造系の変化と内部応力による拘束力は両者を合計することによって求められる。

$$\Sigma X_1^e = 121.7 + 128.4 = 250.1 \text{ tm}$$

(4) Mattock の方法による拘束力

構造系の変化と内部応力による拘束力を Mattock の方法によって算出することにする。Mattock の方法については文献 (10) を参照するものとする。

① 合成断面に対する性状係数

$$\delta_{11} = 2 \times \int_0^l \frac{M \bar{M}}{EI} dx = \frac{2 \times 32.0}{3 \times EI} = \frac{21.33}{EI}$$

② 桁自重と床版重量に対する荷重項

構造系の変化による桁自重に対する拘束力、ならびに桁自重と床版重量による内部応力に対する拘束力に関す

表-7 死荷重によるモーメントと内部応力の分布

n	M_d	M_d'	N_d'	$M_d+M_d'+N_d'y_1'$
0(8)	0	0	0	0
1(7)	114.80	-9.26	-82.01	24.94
2(6)	196.80	-15.89	-140.59	42.74
3(5)	246.00	-19.86	-175.76	53.40
4	262.40	-21.18	-187.47	56.97

る荷重項は次式で求められる。ここで、 M_d' と N_d' は合成断面に桁自重と床版重量が作用したときの接合面における弾性的な内部応力である (表-7)。

$$\begin{aligned} \delta_d &= 2 \times \int_0^l \frac{(M_d + M_d' + N_d'y_1') \bar{M}}{EI} dx \\ &= \frac{2 \times 598.36}{EI} = \frac{1196.72}{EI} \end{aligned}$$

③ プレストレスに対する荷重項

構造系の変化による偏心モーメントに対する拘束力、ならびに偏心モーメントによる内部応力に対する拘束力に関する荷重項を求める。ここで、 M_p' と N_p' は合成断面に偏心モーメントが作用したときの接合面における弾性的な内部応力である (表-8)。

表-8 偏心モーメントと内部応力の分布

n	M_{pe}	M_p'	N_p'	$M_{pe}+M_p'+N_p'y_1'$
0(8)	0	-8.46	-82.19	-89.24
1(7)	-189.0	0.41	-3.78	-192.30
2(6)	-302.4	5.71	43.27	-254.16
3(5)	-364.2	11.72	68.91	-284.76
4	-364.2	11.72	68.91	-284.76

$$\begin{aligned} \delta_p &= 2 \times \int_0^l \frac{(M_{pe} + M_p' + N_p'y_1') \bar{M}}{EI} dx \\ &= \frac{2 \times (-3672.92)}{EI} = -\frac{7345.84}{EI} \end{aligned}$$

④ コンクリートの乾燥収縮差に対する荷重項

乾燥収縮差による内部応力に対する拘束力に関する荷重項を求める。ここで、 M_s' と N_s' はクリープによる補正をしないと仮定したときの乾燥収縮差による接合面における内部応力である。

$$M_s' = 2.49 \text{ tm}$$

$$N_s' = 24.16 \text{ t}$$

$$\delta_s = 2 \times \int_0^l \frac{(M_s' + N_s'y_1') \bar{M}}{EI} dx = \frac{839.5}{EI}$$

⑤ 拘束力

桁自重と床版重量、ならびに偏心モーメントに対する荷重項を合計すると、

$$\begin{aligned} \delta_{dp} &= \delta_d + \delta_p = \frac{1}{EI} (1196.72 - 7345.84) \\ &= -\frac{6149.12}{EI} \end{aligned}$$

となり、これに対する弾性的な拘束力は、

$$X_1 = -\frac{\delta_{dp}}{\delta_{11}} = -\frac{6149.12}{21.33}$$

$$= 288.3 \text{ tm}$$

となる。また、コンクリートの乾燥収縮差による内部応力によって生ずる弾性的な拘束力は、

$$X_1 = -\frac{\delta_s}{\delta_{11}} = -\frac{839.5}{21.33}$$

$$= -39.4 \text{ tm}$$

となる。

したがって、クリープを考慮した拘束力は、死荷重と偏心モーメントに対しては、

$$X_1^\varphi = X_1(1 - e^{-\varphi})$$

$$= 288.3 \times (1 - e^{-1.7}) = 235.6 \text{ tm}$$

となり、乾燥収縮に対しては、

$$X_1^\varphi = X_1 \frac{1 - e^{-\varphi}}{\varphi}$$

$$= -39.4 \times \frac{1 - e^{-1.7}}{1.7} = -18.9 \text{ tm}$$

となる。

これを合計すると拘束力は、

$$\sum X_1^\varphi = 235.6 - 18.9 = 216.7 \text{ tm}$$

となり、Mattock の方法によった場合には、本方法の値に対して約 87% の値になっている。

あとがき

本論は PC 合成桁のクリープと乾燥収縮による内部応力と拘束力の解析方法について論じたものであり、プレキャスト桁と床版コンクリートのクリープ係数を分けて取り扱い、更に、遅れ弾性成分の影響をも考慮したより厳密な解析方法である。

道示では、内部応力の計算方法については記述されているものの、連続合成桁の拘束力の計算方法については具体的に記述されておらず、設計において不明確になっている感がある。したがって、本論が単純・連続 PC 合成桁橋の設計において一助となれば幸いである。

参 考 文 献

- 1) H. Rüschi, D. Jungwirth : Stahlbeton-Spannbeton Band 2, Werner-Verlag, 1976
百島祐信訳：コンクリート構造物のクリープと乾燥収縮，鹿島出版会
- 2) 日本道路協会：道路橋示方書・コンクリート橋編，昭和 53 年 1 月
- 3) 土木学会：プレストレスト コンクリート 標準示方書，昭和 53 年制定
- 4) H. Trost : Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 10-11, 1967
- 5) H. Trost, H.-J. Wolff : Zur wirklichkeitsnahen Ermittlung der Beanspruchungen in abschnittsweise hergestellten Spannbetontragwerken, Der Bauingenieur, Heft 5, 1970
- 6) H. Trost, B. Mainz : Zur Auswirkung von Zwängungen in Spannbetontragwerken, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 8, 1970
- 7) D. Schade : Alterungsbeiwerte für das Kriechen von Beton nach den Spannbetonrichtlinien, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 5, 1977
若狭忠雄訳：プレストレスト コンクリート 指針によるコンクリートのクリープに対する変化係数について，プレストレストコンクリート，Vol. 21, No. 5, 1979
- 8) 山家 馨，渡辺 実：分割施工される PC 連続桁橋の遅れ弾性を考慮したクリープ解析法，プレストレストコンクリート，Vol. 21, No. 5, 1979
- 9) 佐藤素啓，渡辺 実，佐藤 昇：変位法によるコンクリート構造物のクリープ・乾燥収縮解析の基礎理論，プレストレストコンクリート，Vol. 22, No. 2, 1980
- 10) Alan H. Mattock : PC 合成桁の実験と理論解析，クリープ及び乾燥収縮の研究，高速道路調査会，昭和 42 年 1 月
- 11) 若狭忠雄，伊沢 閑：遅れ弾性を考慮した場合のコンクリートのクリープにより発生する不静定力の計算方法について (I)，(II)，橋梁，No. 4, No. 5, 1980
- 12) 彦坂 照：PC 合成連続桁のクリープおよび収縮応力解析，プレストレストコンクリート，Vol. 15, No. 3, 1973
- 13) Walter H. Dilger : Creep Analysis of Prestressed Concrete Structures Using Creep-Transformed Section Properties, PCI Journal, January-February, 1982

【昭和 59 年 7 月 26 日受付】