

講座

PRC 桁 の 設 計

1 はじめに

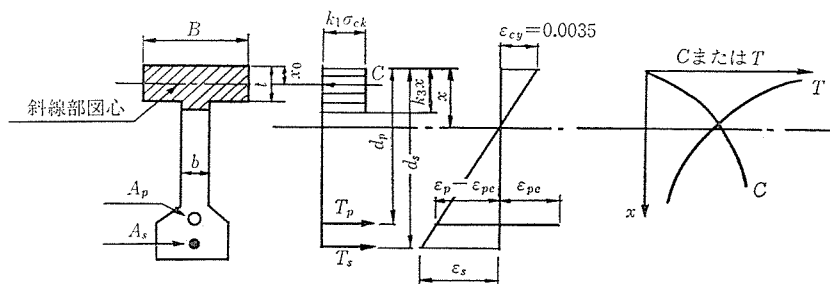
PRC（プレストレスト鉄筋コンクリート）は、従来のPC（プレストレストコンクリート）とRC（鉄筋コンクリート）との中間的な構造で、PC 鋼材と鉄筋を併用して設計されるものを言う。ただし、PC 鋼材と鉄筋を併用しても、鉄筋を二次的に使用する場合は、従来のPCと見なされている。

ここでは、PRC 桁の設計における基本的な計算方法のうち、以下の事柄について紹介する。

- ・終局限界状態に対する検討
 - ……破壊抵抗曲げモーメントの計算方法
- ・疲労限界状態に対する検討
 - ……PC 鋼材および鉄筋応力度の計算方法
- ・使用限界状態に対する検討
 - ……ひびわれ幅の計算方法
- ・アウトサイドケーブルを用いた PRC 桁の設計
 - ……曲げ応力度の計算方法

2 終局限界状態に対する検討

(1) 破壊抵抗曲げモーメントの計算方法



図—1 破壊時ひずみ分布

破壊抵抗曲げモーメント M_u は、付着のある PC 鋼材を用いた場合、PC 鋼材を鉄筋と同様に扱って求めることができ、一般の PC 桁と計算方法は同じである。 M_u は、コンクリートおよび鋼材の応力-ひずみ曲線を用い、断面ひずみの適合条件と力のつりあい条件から求める。以下に一般的な計算方法¹⁾を示す。

図—1 に示す T 形断面において、圧縮縁から中立軸までの距離を x とすると、コンクリートの圧縮合力 C は、

$$k_3 x \leq t \text{ のとき } C = k_1 k_3 B x \sigma_{ck} \dots\dots\dots (2.1)$$

$$k_3 x > t \text{ のとき } C = k_1 B t \sigma_{ck} + k_1 (k_3 x - t) b \sigma_{ck} \dots\dots\dots (2.2)$$

PC 鋼材と鉄筋の応力-ひずみ関係をそれぞれ $\sigma_p = f_p(\epsilon_p)$, $\sigma_s = f_s(\epsilon_s)$ とすると、破壊時における PC 鋼材引張力 T_p と鉄筋引張力 T_s は次式で与えられる。

$$T_p = A_p f_p \left(\epsilon_{pe} + \epsilon_{pc} + \frac{d_p - x}{x} \epsilon_{cu} \right) \dots\dots\dots (2.3)$$

$$T_s = A_s f_s \left(\frac{d_s - x}{x} \epsilon_{cu} \right) \dots\dots\dots (2.4)$$

ここに、 A_p , A_s : PC 鋼材断面積, 鉄筋断面積

ϵ_{pe} : 有効プレストレス P_e による PC 鋼材の引張ひずみ

ϵ_{pc} : P_e による PC 鋼材位置のコンクリートのひずみ

d_p, d_s : 圧縮縁から PC 鋼材および鉄筋図心
までの距離

軸方向力の力のつりあい条件として次式が求まる。

$k_3x \leq t$ のとき

$$k_1 k_3 B x \sigma_{ck} = A_p f_p \left(\epsilon_{pe} + \epsilon_{pc} + \frac{d_p - x}{x} \epsilon_{cu} \right) + A_s f_s \left(\frac{d_s - x}{x} \epsilon_{cu} \right) \dots \dots \dots (2.5)$$

$k_3x > t$ のとき

$$k_1 B t \sigma_{ck} + k_1 (k_3 x - t) b \sigma_{ck} = A_p f_p \left(\epsilon_{pe} + \epsilon_{pc} + \frac{d_p - x}{x} \epsilon_{cu} \right) + A_s f_s \left(\frac{d_s - x}{x} \epsilon_{cu} \right) \dots \dots \dots (2.6)$$

式 (2.5) または式 (2.6) から x が求まると、破壊抵抗曲げモーメント M_u は次式から計算できる。

$k_3x \leq t$ のとき

$$M_u = A_p f_p \left(\epsilon_{pe} + \epsilon_{pc} + \frac{d_p - x}{x} \epsilon_{cu} \right) (d_p - k_2 x) + A_s f_s \left(\frac{d_s - x}{x} \epsilon_{cu} \right) (d_s - k_2 x) \dots \dots \dots (2.7)$$

$k_3x > t$ のとき

$$M_u = A_p f_p \left(\epsilon_{pe} + \epsilon_{pc} + \frac{d_p - x}{x} \epsilon_{cu} \right) (d_p - t_0) + A_s f_s \left(\frac{d_s - x}{x} \epsilon_{cu} \right) (d_s - x_0) \dots \dots \dots (2.8)$$

ここで、 $k_2 = 0.5 k_3$

$$x_0 = \frac{B t^2 + (k_3 x - t)(k_3 x + t)}{2\{B t + b(k_3 x - t)\}} \dots \dots \dots (2.9)$$

なお、式 (2.5)、(2.6) を直接解いて x を求めることは面倒であるので、 x を仮定して C と $(T_p + T_s)$ を計算し、図-1 の右側の図に示すような曲線を描き、これらの交点から x を求めるのが便利である。

計算に用いる圧縮域の応力ブロックの係数 k_1, k_2, k_3 に関しては、土木学会編「プレストレストコンクリート標準示方書 (昭和 53 年制定) (以下、PC 示方書と呼ぶ) によると、それぞれ 0.85, 0.4, 0.8 を用いる。

(2) せん断耐力の計算

PC 示方書 6.3 によることとし、ここでは説明を省略する。

3 疲労限界状態に対する検討

疲労に対する検討は、一般に鉄筋および PC 鋼材に対して行うものとする。検討の方法は、鋼材に生ずる変動応力を求め、鋼材の設計疲労強度以下となることを確認することで行う。ここでは、PRC 桁の応力度の計算方法を述べることにし、疲労に関する具体的な説明につ

いては RC 桁と同じであるから省略する。

(1) 有効プレストレスの計算

PRC 桁の部材断面の有効プレストレスは、鉄筋の影響を考慮して計算する必要がある。以下に計算方法を述べる。

(a) コンクリートのクリープ、乾燥収縮が PC 鋼材、鉄筋に与える影響

コンクリートのクリープと乾燥収縮によって、PC 鋼材の緊張力は減少し、鉄筋には圧縮応力が生じる。これらの値は、次の 2 式を解くことにより求まる。

PC 鋼材図心位置におけるひずみの適合条件

$$\epsilon_s E_p + n \varphi (\sigma_{cdp} + \sigma_{ctp}) = \left\{ 1 + n \frac{\sigma_{ctp}}{\sigma_{pt}} \left(1 + \frac{\varphi}{2} \right) \right\} \Delta \sigma_p (\varphi + s) + n \frac{A_s \sigma_{cts}}{A_p \sigma_{pt}} \left(1 + \frac{\varphi}{2} \right) \Delta \sigma_s (\varphi + s) \dots \dots \dots (3.1)$$

鉄筋図心位置におけるひずみの適合条件

$$\epsilon_s E_s + n \varphi (\sigma_{cds} + \sigma_{cts}) = n \frac{\sigma_{cts}}{\sigma_{pt}} \left(1 + \frac{\varphi}{2} \right) \Delta \sigma_p (\varphi + s) + \left\{ 1 + n \frac{A_s}{A_p} \cdot \frac{\sigma_{cts}}{\sigma_{pt}} \cdot \frac{1 + e_s^2/r^2}{1 + e_p^2/r^2} \left(1 + \frac{\varphi}{2} \right) \right\} \Delta \sigma_s (\varphi + s) \dots \dots \dots (3.2)$$

ただし、 ϵ_s : 乾燥収縮ひずみ

E_c, E_p, E_s : コンクリート、PC 鋼材および鉄筋のヤング係数

n : コンクリートと鋼材のヤング係数比 ($n = E_p/E_c = E_s/E_c$)

φ : コンクリートのクリープ係数

σ_{cdp} : 死荷重時の PC 鋼材位置のコンクリート応力度

σ_{cds} : 死荷重時の鉄筋位置のコンクリート応力度

$\sigma_{ctp}, \sigma_{cts}$: 上記「死荷重時」を「プレストレス直後」と読みかえる

σ_{pt} : プレストレス導入直後の PC 鋼材応力度

$\Delta \sigma_p (\varphi + s)$: クリープおよび乾燥収縮による PC 鋼材応力度の減少量

$\Delta \sigma_s (\varphi + s)$: クリープおよび乾燥収縮により鉄筋に生じる圧縮応力度

e_p, e_s : PC 鋼材および鉄筋の偏心距離

r : 断面 2 次半径

(b) レラクセーションによる PC 鋼材応力度

PRC 桁の場合、初期引張応力度が低いいため、見掛けのレラクセーションは小さくなる。そこで、PC 示方書 4.3.2 解説により求めるのがよい (図-2 参照)。

純レラクセーション率: r_0 (%)

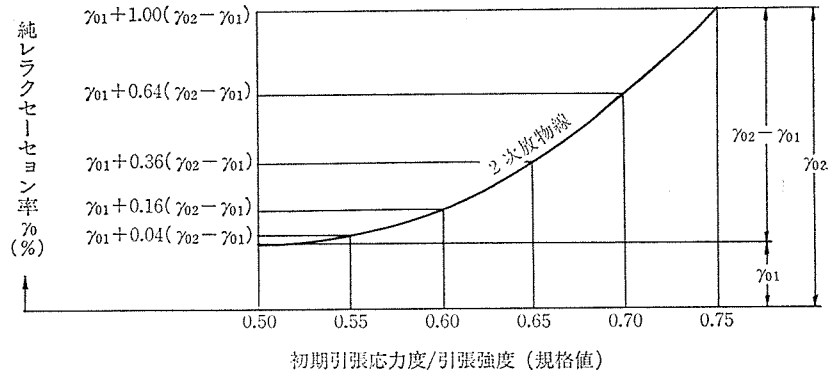


図-2 初期引張応力度と純レラクセーション率との関係

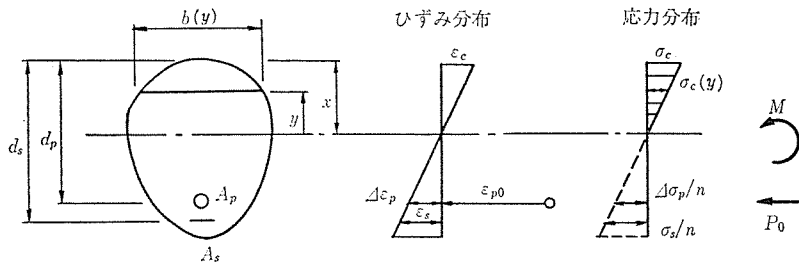


図-3 ひびわれ断面の応力状態

$$r_0 = r_{01} + 16 \cdot (r_{02} - r_{01}) \left(\frac{\sigma_{pt}}{\sigma_{pu}} - 0.50 \right)^2 \dots\dots (3.3)$$

ただし、 $r_{01} : \sigma_{pt}/\sigma_{pu} = 0.50$ の時の純レラクセーション率
 $r_{02} : \sigma_{pt}/\sigma_{pu} = 0.75$ の時の純レラクセーション率
 σ_{pu} : PC 鋼材の引張強度

見掛けのレラクセーション率： r (%)

$$r = r_0 \left\{ 1 - 2 \frac{\Delta\sigma_p(\varphi + s)}{\sigma_{pt}} \right\} \dots\dots (3.4)$$

したがって、レラクセーションによる PC 鋼材応力度の減少量： $\Delta\sigma_{pr}$ は、式 (3.4) より求めた r から

$$\Delta\sigma_{pr} = \sigma_{pt} r \dots\dots (3.5)$$

で求められる。

(c) 鉄筋拘束力によって生じる応力度

コンクリートのクリープ、乾燥収縮により鉄筋に生じる圧縮応力度 $\Delta\sigma_s(\varphi + s)$ によって桁全体に断面力が作用する。断面力は次により求め、それに応じた応力度を求める。

鉄筋拘束力 (圧縮力) :

$$N_s = -A_s \Delta\sigma_s(\varphi + s) \dots\dots (3.6)$$

鉄筋拘束力によるモーメント :

$$M_s = N_s e_s \dots\dots (3.7)$$

(2) ひびわれを考慮した断面計算

疲労を検討するための応力変動を求めるのに、死荷重作用時および設計荷重 (活荷重) 作用時の鋼材応力度を計算する。この場合、コンクリートに引張応力が生じる場合には、ひびわれを考慮した計算を行う。以下に計算

方法を述べる。

(a) 断面応力度の計算における仮定

ひびわれ断面におけるプレストレス力は、鉄筋および PC 鋼材で補強されたコンクリート断面の PC 鋼材図心位置に軸圧縮力 P_0 と曲げモーメント M が作用しているものと仮定する (図-3)。

応力度計算は、PC 鋼材図心位置におけるコンクリート応力度 σ_{cp} が 0 となる状態を基準として行う。この時の鉄筋応力度は、計算を容易にするため $\sigma_s = 0$ と仮定する。

(b) PC 鋼材図心における $\sigma_{cp} = 0$ の時の PC 鋼材応力度

コンクリートの応力度が、PC 鋼材図心位置において $\sigma_{cp} = 0$ とする状態での PC 鋼材応力度： σ_{p0} は次式で求まる。

$$\sigma_{p0} = \sigma_{pd} + n\sigma_{cdp} \dots\dots (3.8)$$

ただし、 σ_{pd} : プレストレス力の損失終了後、死荷重時 PC 鋼材応力度

σ_{cdp} : 死荷重時の PC 鋼材図心位置のコンクリート応力度

したがって、軸圧縮力 $P_0 = A_p \sigma_{p0}$ で求められる。

(c) 断面応力度の計算

以下の手順で中立軸位置を求め、断面応力度を計算する。

(i) 軸方向力のつり合い条件 (図-3 より)

$$P_0 = \int_0^x \sigma_c(y) b(y) dy - A_p \Delta \sigma_p - A_s \sigma_s \dots\dots (3.9)$$

ただし、 $\sigma_c(y)$: 位置 y におけるコンクリートの圧縮
応力度

$b(y)$: 位置 y における部材幅
 $\Delta \sigma_p$: PC 鋼材引張応力増加量
 σ_s : 鉄筋応力度

(ii) モーメントのつり合い条件

$$M = \int_0^x \sigma_c(y) b(y) (d_p - x + y) dy + A_s \sigma_s (d_s - d_p) \dots\dots (3.10)$$

(iii) PC 鋼材および鉄筋のひずみ適合条件

$$\Delta \sigma_p = n \sigma_c \frac{d_p - x}{x} \dots\dots (3.11)$$

$$\sigma_s = n \sigma_c \frac{d_s - x}{x} \dots\dots (3.12)$$

(iv) 式 (3.11), (3.12) を式 (3.9) に代入して整理する

$$P_0 = \frac{\sigma_c}{x} (Q_{cx} - nQ_{ax}) \dots\dots (3.13)$$

ただし、 Q_{cx} : 中立軸に関する圧縮側コンクリートの
断面 1 次モーメント

Q_{ax} : 中立軸に関する引張鋼材の断面 1 次
モーメント

(v) 式 (3.11), (3.12) を式 (3.10) に代入して整理する

$$M = \frac{\sigma_c}{x} \{ (d_p - x) (Q_{cx} - nQ_{ax}) + I_{cx} + nI_{ax} \} \dots\dots (3.14)$$

ただし、 I_{cx} : 中立軸に関する圧縮側コンクリートの
断面 2 次モーメント

I_{ax} : 中立軸に関する引張鋼材の断面 2 次
モーメント

(vi) 式 (3.13), (3.14) より

$$\frac{M}{P_0} = \frac{I_{cx} + nI_{ax}}{Q_{cx} - nQ_{ax}} + (d_p - x) \dots\dots (3.15)$$

上式の左辺 M/P_0 は既知であり、右辺は x の関数である。したがって、 x を仮定し、 I_{cx} , I_{ax} , Q_{cx} , Q_{ax} を求め、式 (3.15) の右辺が M/P_0 と一致するまで x を変化させて中立軸 x を計算する。

(vii) σ_c , σ_p , σ_s の計算

中立軸位置 x が計算されれば、式 (3.13) より σ_c が求まる。

$$\sigma_c = \frac{P_0 x}{Q_{cx} - nQ_{ax}} \dots\dots (3.16)$$

また、 σ_s , $\Delta \sigma_p$ は式 (3.11), (3.12) により求まる。

PC 鋼材応力度 σ_p は、式 (3.8) と式 (3.11) から

$$\sigma_p = \sigma_{p0} + \Delta \sigma_p \dots\dots (3.17)$$

で求められる。

4

使用限界状態 (ひびわれ) に対する 検討

コンクリートに発生するひびわれは、鋼材の腐食による耐久性の低下の原因となるため、桁の耐久性を損なわないように適切な方法で検討を行う必要がある。検討方法としては、一般にひびわれ幅の制御により行うのがよいが、その方法として現状では確定した設計法は示されていない。また、直接ひびわれ幅を制御するのではなく、鋼材応力度で制限し、間接的にひびわれを制御する方法もある。この場合の応力度の算出は、図「疲労限界状態に対する検討」で述べているので省略する。

ここでは、ひびわれ幅の計算方法として、各国示方書等で示されているものを紹介する。

(1) 曲げひびわれ幅の計算

(a) CEB/FIP Model Code (1978 年)

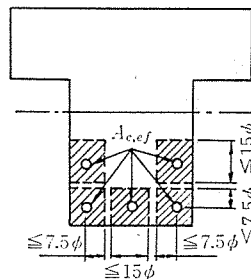


図-4

$$W_k = 1.7 W_m$$

ここに、 W_k : 表面ひびわれ幅 (cm)

W_m : 平均ひびわれ幅 (cm)

$$W_m = S_{rm} \times \varepsilon_{sm}$$

$$S_{rm} = 2 \left(C + \frac{C_\phi}{10} \right) + k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_r}$$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left\{ 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right\} \geq 0.4 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

S_{rm} : 平均ひびわれ間隔 (cm)

C : 鉄筋かぶり (cm)

C_ϕ : 鉄筋間隔 (cm)

k_1 : 異形鉄筋の場合 = 0.4, 丸鋼の場合 = 0.8

k_2 : ひずみ分布形状に関する係数, 曲げ = 0.125, 純引張 = 0.25

ρ_r : $A_s / A_{c,ef}$

A_s : 鉄筋断面積

$A_{c,ef}$: 図-4 参照

ε_{sm} : 引張鉄筋平均ひずみ量

σ_{sr} : コンクリート縁応力度がコンクリート引張強度に等しくなる場合の鉄筋応力

度（全断面有効で計算）

β_1 ：鉄筋付着特性， $1/2.5 \cdot k_1$

β_2 ：荷重特性，初載荷時=1.0，長期，繰返し荷重=0.5

(b) BSI CP 110 (1980 年)

$$w = \frac{3 a_{cr} \epsilon_m}{1 + 2 \left(\frac{a_{cr} - C_{min}}{h - x} \right)}$$

ここに， w ：表面ひびわれ幅 (cm)

ϵ_m ：ひびわれを考えている位置での平均ひずみ

$$\epsilon_m = \epsilon_1 - \frac{1.2 b_t h (a' - x)}{A_s (h - x) \sigma_{sy}} \times 10^{-3}$$

ϵ_1 ：引張側のコンクリートを無視して計算したひびわれを考える位置でのひずみ

b_t ：引張鉄筋重心における部材断面の幅 (cm)

a' ：圧縮縁から，ひびわれ幅を計算する位置までの距離 (cm)

A_s ：引張鉄筋断面積 (cm²)

σ_{sy} ：鉄筋の降伏強度 (kgf/cm²)

a_{cr} ：ひびわれを考える位置と最も隣接する鉄筋表面までの距離 (cm)

C_{min} ：引張鉄筋の最小かぶり (cm)

h ：部材の全高さ (cm)

x ：圧縮縁から中立軸までの距離 (cm)

(c) ACI 224 委員会

$$W_{bmax} = 1.29 \sqrt[3]{t_b A} (\sigma_s - 352) R \times 10^{-6}$$

$$W_{smax} = 1.29 \frac{\sqrt[3]{t_s A}}{1 + t_s/h_1} (\sigma_s - 352) \times 10^{-6}$$

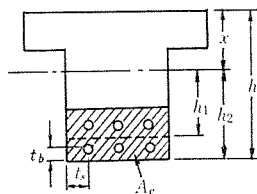


図-5

ここに， W_{bmax} ：引張表面における最大ひびわれ幅 (cm)

W_{smax} ：鉄筋のレベルにおける側面ひびわれ幅 (cm)

R ： h_2/h_1

A ： $A_e m$ (cm²/本)

A_e ：コンクリートの有効引張断面積 (cm²)

m ：鉄筋本数

σ_s ：鉄筋応力度 (kgf/cm²)

t_b, t_s ：図-5 参照

(d) 土木学会 コンクリート標準示方書 (1986 年)

表面ひびわれ幅：

$$w = k_1 \{ 4 C + 0.7 (C_0 - \phi) \} \left(\frac{\sigma_{se}}{E_s} \left[\text{または} \frac{\sigma_{pe}}{E_p} \right] + \epsilon_p \right)$$

ここに， k_1 ：鋼材の付着性状の影響を表わす定数で，一般に異形鉄筋の場合に 1，普通丸鋼の場合に 1.3 としてよい。PC 鋼材では 1.3 としてよい。

ϵ_p ：コンクリートの乾燥収縮およびクリープによるひびわれ幅の増加を考慮するための数値（一般に 150×10^{-6} 程度）

C ：鋼材かぶり

C_0 ：鋼材間隔

ϕ ：鋼材径

σ_{se} ：設計断面力により生ずる鉄筋応力度の増加量

σ_{pe} ：設計断面力により生ずる PC 鋼材応力度の増加量

E_s ：鉄筋のヤング係数

E_p ：PC 鋼材のヤング係数

(2) せん断ひびわれ幅の計算

CEB/FIP Model Code (1978 年)

$$w_k = 1.7 k_w w_m$$

ここに， w_k ：表面ひびわれ幅

k_w ：せん断補強鉄筋の傾斜の影響を考慮した係数

$\alpha = 90^\circ$ のとき 1.2

$\alpha = 45 \sim 60^\circ$ のとき 0.8

w_m ：平均ひびわれ幅

$$w_m = S_{rm} \times \epsilon_{sm}$$

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left\{ 1 - \left(\frac{V_{cd}}{V_s} \right)^2 \right\} \geq 0.4 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$S_{rm} = 2 \left(C + \frac{S}{10} \right) + k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_r} \leq \frac{d - x}{\sin \alpha}$$

C ：かぶり

S ：せん断補強鉄筋の間隔

ϕ ：せん断補強鉄筋径

α ：せん断補強鉄筋の傾斜角

x ：圧縮縁から中立軸までの距離

V_s ：作用せん断力

V_{cd} ：コンクリートの分担するせん断力

$\rho_r = A_{sw} / (S b_w \sin \alpha)$

A_{sw} ：せん断補強鉄筋の断面積

b_w ：部材幅

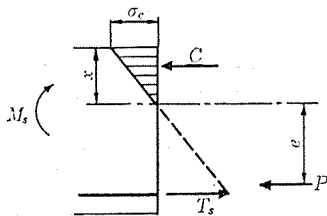
5 アウトサイドケーブルを用いた PRC 桁の設計

この設計は、通常の鉄筋コンクリート桁の引張側に PC 鋼材をアウトサイドケーブルとして配置、緊張して、ひびわれを制御しようとするものである。この方法は、PC 鋼材を桁コンクリート中に配置しないため、桁のひびわれの影響を受けないこと、また PC 鋼材の応力振幅が小さくなり、疲労に対して有利となることが特徴と言える。

(1) 破壊抵抗曲げモーメントの計算

破壊抵抗曲げモーメントは、軸力のある RC 部材の計算を行えばよい。

(2) 曲げ応力度の計算



図一六 偏心軸力が作用する鉄筋コンクリート断面

図一六に示すように、荷重による作用モーメント M_s からプレストレスの偏心軸力 P によるモーメントを差し引いたモーメントを設計モーメント M_d とする。

$$M_d = M_s - Pe \dots\dots\dots (5.1)$$

$$\sigma_c = P/A + \frac{M_d}{I} x \dots\dots\dots (5.2)$$

$$\sigma_s = n \frac{M_d}{I} (d - x) \dots\dots\dots (5.3)$$

ここに、 x ：圧縮縁から中立軸までの距離
 I ：中立軸に関する換算断面の断面 2 次モーメント
 σ_c ：コンクリートの曲げ圧縮応力度
 σ_s ：鉄筋の引張応力度

6 おわりに

以上、PRC 桁の設計に必要な計算方法について簡単に紹介したが、詳細については参考文献 3)～5) を読んでいただきたい。

現在、PRC 桁については、既に幾つかの実施例があるが、まだその数は少ない。PRC 桁の経済性については、文献 3) でも確認されており、今後実施例が増えるものと予想される。また、PRC の設計基準についても、鉄道橋、道路橋について検討が進められており、PRC の適用の幅がさらに広げられると思われる。

参考文献

- 1) 岡田 清, 藤井 学, 小林和夫：プレストレストコンクリート構造学, 国民科学社
- 2) プレストレストコンクリート標準示方書, 土木学会編
- 3) PC 構造物最近の設計例と未来像, 昭和 59 年 1 月, プレストレストコンクリート技術協会
- 4) 猪股俊司：Ⅲ種プレストレストコンクリート, コンクリートジャーナル, 第 12 巻 9 号 (1974 年)
Ⅲ種プレストレストコンクリート部材設計法, プレストレストコンクリート, 第 17 巻 3 号 (1975 年)
- 5) 横道英雄：コンクリート橋, 技報堂

【記：佐藤 勉 国鉄構造物設計事務所】

◀刊行物案内▶

PC 定着工法

(1982 年改訂版)

本書は、現在我が国において多く用いられている PC 定着工法 19 種についてとりあげ、それぞれの工法の概要、構造、施工法、特長、注意事項などを解説したものであります。

設計者、施工者の利用とともに教育用テキストなどにも広く使用できることと思えます。

また付録として PC 鋼材一覧表 (改訂版) 等を添付してあります。

ご希望の方は代金を添え (現金書留かまたは郵便振替東京 7-62774) プレストレストコンクリート技術協会宛 (電 03-261-9151) お申し込みください。

体 裁：B 5 判 94 頁

定 価：2,800 円 (会員特価 2,500 円)

送 料：350 円