

プレストレス導入における摩擦係数の再検討

安井昌幸*

1. まえがき

昭和 26 年完成の石川県七尾市の長生橋で、我が国の橋梁工事史上初めて導入されたプレストレストコンクリート（以下 PC とする）の技術は、今や 30 年を越える歴史を経て広く一般化しているように見受けられる。この間、様々の問題点の探求がなされ、かなりの技術的改良も進められてきた。この結果、現在では使用材料および施工法において過去とはかなりの違いが見出せる点も多くなってきている。また一方、建設される構造物もその規模の大型化、そして構造のより複雑なものまでもが建設されるようになってきた。

このような様々な進歩にともなって、設計や管理の技術も勿論著しく進歩してきたわけであるが、なかにはいまだに導入初期のままの概念が用いられ、現状からは専門に思わざるを得ないものも残されているように思われる。設計から施工に至るすべての面でのバランスの取れた進歩こそ理想であることを考えると、いわば常識となった事柄についてもたゆまざる再検討が重要と考えられる由縁である。

本報文は、こうした考えから、現在の施工の実態を踏まえて、PC の設計あるいは管理の基礎である緊張材とシースの摩擦係数を見直し、実態に即した新しい設計および緊張管理方法を考察、提案しようとするものである。

2. 摩擦係数の見直し

衆知のように、PC 構造物における緊張材の張力分布には、主としてシースと緊張材との間の摩擦係数が支配的な役割を果たしているが、その摩擦係数は、従来一般に、緊張材の曲がり区間に存在する摩擦係数 (μ) と緊張材の長さなりに存在する摩擦係数 (λ) から成るとされている。例えば、図-1 に示す緊張側張力 P_0 と被緊張側張力 P_n との関係は、この 2 つの摩擦係数を用いて次式によって表わされる。

$$P_n = P_0 \cdot e^{-(\mu\alpha + \lambda L)} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 α : P_0, P_n 間の角度変化 (Radian), L : P_0, P_n 間の緊張材の長さ (m), である。

2.1 λ について

* 日本道路公団名古屋建設局建設部構造技術課長

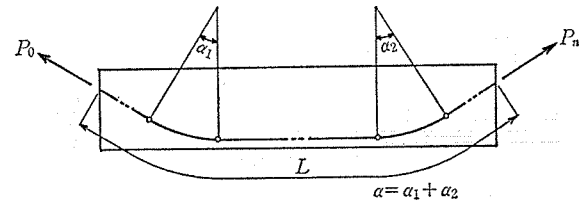


図-1 緊張材配置形状の一例

λ を考慮しなければならない理由は、施工時に起こるシースの波打ちやシース継目よりのセメントペーストの流入などによって、たとえ直線部分であっても、緊張材とシース周壁との間に摩擦が生じるためであると言われている。しかしながら現在ではセンタースパイラルを用いた初期とは異なり、シースおよび施工方法にはかなりの改良がなされており、従来の計算から得られるような摩擦が実際に発生しているとは考えにくい面がある。

例えば、(1) 式を (2) 式のように変形すると、 λ/μ は、いわば緊張材単位長さ当りの角変化量となるが、いま、鋼線および鋼より線の緊張材を用いた単純桁 ($L=30$ m) を想定して、 $\mu=0.3, \lambda=0.004$ Radian/m の値を用いれば、その種の摩擦に対応する仮想上の全角変化量 ($\lambda L/\mu$) として、0.4 Radian (約 23 度) が得られる。

$$P_n = P_0 \cdot e^{-\mu(\alpha + \lambda L/\mu)} \dots\dots\dots (2)$$

しかしこれは、通常的设计における角変化量 ($\alpha \approx 10 \sim 20$ 度) に匹敵するか、またはそれ以上の値であり、通常シースを 1 m 間隔で支持するなどの改良が行われている現在の施工実態からすれば、想像し難い値であるように思われるのである。

以下、従来想定されていた個々の原因について、現在の技術レベルを考慮して、もう少し詳細な検討を加えてみたい。

(1) シースの波打ち

表-1 は、筆者らによるシースの載荷試験の結果の一例を示したものである。載荷試験の方法については、図-2 に示した。同表から、鋼線および鋼より線に用いられる $\phi 45$ mm および $\phi 65$ mm のシースを例にとり、図-3 に示すような場合を想定すれば、それぞれ、少なくとも 8.5 mm および 7.5 mm 以上のたわみ変形が生じない限り、實際上、緊張材の角変化は発生しないと考えられる。また、図-4 の場合について言えば、同様な

表-1 シースの載荷試験結果

PC 鋼材種別	シース種別	シースの換算 EI (kg·cm ²)	許容たわみ* (δ) (mm)	δ を発生させる荷重		弾性域内限界荷重	
				集中荷重 (kg)	分布荷重 (kg/m)	集中荷重 (kg)	分布荷重 (kg/m)
12 ϕ 7	ϕ 45	260 000	8.5	10.6	17.0	12.0	19.2
12T 12.4	ϕ 65	714 000	7.5	25.7	41.1	30.0	48.0

* 許容たわみ (δ) の定義は 図-3 参照。

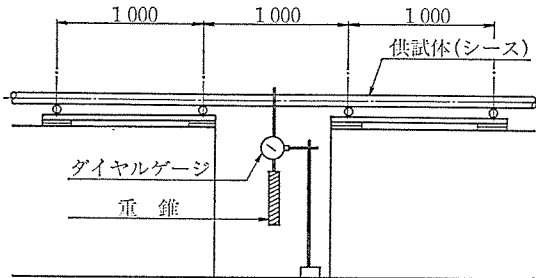


図-2 シースの載荷試験方法

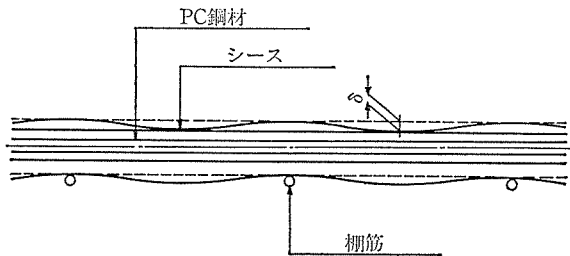


図-3 シースのたわみ

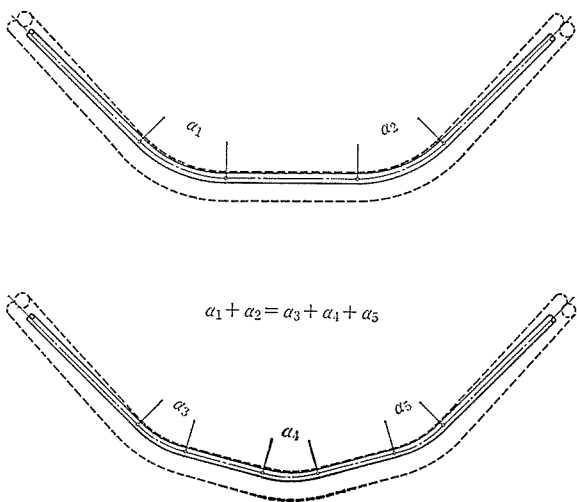


図-4 シースの変位

条件下では、緊張材全体での角変化量は変化しないと考えて良いだろう。

一方、施工時にシースにかかる荷重は、踏むことを禁止されている作業員荷重を除けば、コンクリートの打設による衝撃荷重および浮力である。衝撃荷重のデータは得ていないが、浮力は ϕ 45 mm, ϕ 65 mm でそれぞれ約 3.8 kg/m, 8.0 kg/m 程度であり、緊張材に曲がりを

生じさせるには至らない。実際、東名阪自動車道の土田高架橋(桁長 75 m, 3 径間連続中空床版 ラーメン橋)で行った桁全長に渡る直線配置シースにおけるコンクリート打設時の挙動実験では、支持間隔 3 m の場合には上側に 30 mm 程度の移動が見られたが、支持間隔 1 m では桁の完成後にシース内の全長を見通せることが確認されている。

(2) モルタルの漏れ

現在使用されているスパイラルシースの空中での注水実験ではかなりの漏水が見られ、止水効果を期待することはできない。しかし常磐自動車道・鮎川橋で行ったコンクリート打設実験では、直線または曲線配置に関係なく、いずれの場合にもシース内へ清水がわずかににじんだ程度で、モルタルの漏れはまったく見られなかった。

同様に、シースの継目でも現実のテーピングは十分にその効果を発揮していると考えられる。

(3) 桁のキャンパーと緊張材のたわみ

桁はプレストレスおよび桁自重によってたわむから、その結果シースに曲がりが生じることも考えられる。しかし桁製作時の上げ越し量、下げ越し量または緊張後のたわみ量と支間長との比は、実態としては最大でも 1/800 程度と思われ、それによって生じるシースの曲がり角度は約 0.6 度に過ぎない。

また、直線配置の緊張材は張力がかけられた状態でもわずかながらたわみが生じている。その結果、緊張材がシースと接触すれば張力の減少があり得るが、その場合、仮に鋼より線 (12 T 12.4, 8.78 kg/m) の場合に $\mu = 1$ としても、端部緊張力を 137 ton とすればその損失は 0.4% を超えることは無い。

以上のように、 λ に対応する摩擦抵抗は、現在の施工技術では極めて小さいと考えられる。仮に以上に述べたものの複合状態であったとしても、その大きさは実際上ほとんど無視し得る程度であり、 $\lambda = 0$ と仮定しても差し支えないのではないだろうか。

2.2 μ について

摩擦の原理あるいはそのメカニズムについては、今日でも明確な説明は困難なようであるが、ここで言う μ に対応するものについてはその原因として、凹凸の乗り越し説、凝着説、また削り込み、粘着、エネルギー変換理論などをあげることができる。しかし、PC における

シーと緊張材としてのピアノ線との間では、上述したように λ に対応する摩擦抵抗が無視できるとすれば、単にアモントンクーロンの法則を基礎として誘導された理論式

$$P_n = P_0 \cdot e^{-\mu \alpha} \dots \dots \dots (3)$$

を使用しても良いということになる。ただし緊張材の張力分布を求める場合に、(3) 式中の μ をある一定値と仮定するのには若干問題が残る。

例えば、現場において連続的に緊張力を上げている際に、「コーン」あるいは「ズズッ」という間歇音が聞かれるが、これは緊張材のどこかに集中していた張力が解放される瞬間に発生するものであり、摩擦係数が常に一定値では無いことを証明するものと言えよう。この現象は Stick Slip 現象と呼ばれ、弓と弦との摩擦によって音を発生させる弦楽器と同様の現象である。Stick Slip 現象は、動摩擦係数が静摩擦係数より小さく、しかも動摩擦係数が滑り速度が大きいほど小さくなる特性をもつとき発生すると言われている¹⁾。

いま、静摩擦係数 (μ_{max}) と動摩擦係数 (μ_{min}) が存在するとして Stick Slip 現象を考えた場合の、緊張中の緊張材張力分布の概念的推移を模式的に示せば、図-5 のようになり、緊張材の張力は、同図の下から上に、以下のように推移すると考えられる。

- ①-①' : 緊張初期の μ_{max} のみによる張力分布
- ②-②' : ①-①' と同様であるが、この直後にバランスを崩して ③-③' に移行する
- ③-③' : μ_{min} による分布 (②-②' → ③-③' は瞬時に移行し、全体の伸び量は変わらない)
- ④-④' : ③-③' と同様で、移行直後の μ_{min} による分布
- ④-④' → ⑤-⑤' → ⑥-⑥' : μ_{min} の分布中に μ_{max} の分布範囲が増していく

この場合、 P_0 が ④→⑤→⑥ と変化しても P_n は同一

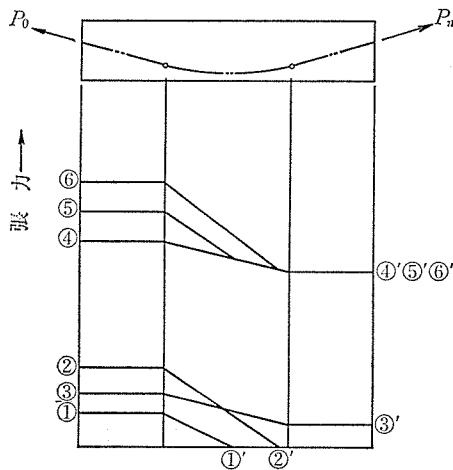


図-5 Stick Slip 現象を考慮した張力分布の推移

である。すなわち P_0 と P_n から (3) 式によって求められる平均値としての見掛けの摩擦係数はそれぞれ異なった値となる。そしてその見掛けの摩擦係数は μ_{min} から μ_{max} までの範囲のどの値をもとり得ることになる。

図-6 は、こうした状況における緊張端と被緊張端の端部張力 (P_0, P_n) と伸び量 (Δl) の推移、およびその時の見掛けの摩擦係数 (μ) の変化を、それぞれ模式的に表わしたものである。

また、図-7 の場合に、摩擦係数が μ_{min} から μ_{max} まで変動するものとし、 P_0, P_n が測定されている場合の緊張材の張力分布は、(a) から (c) までのいずれにもなり得ることになる。図中、(a) は伸び量を最大とし、(c) は伸び量を最小とする分布であり、(b) は摩擦係数を一定とした場合である。図-5 からは (a) の分布を

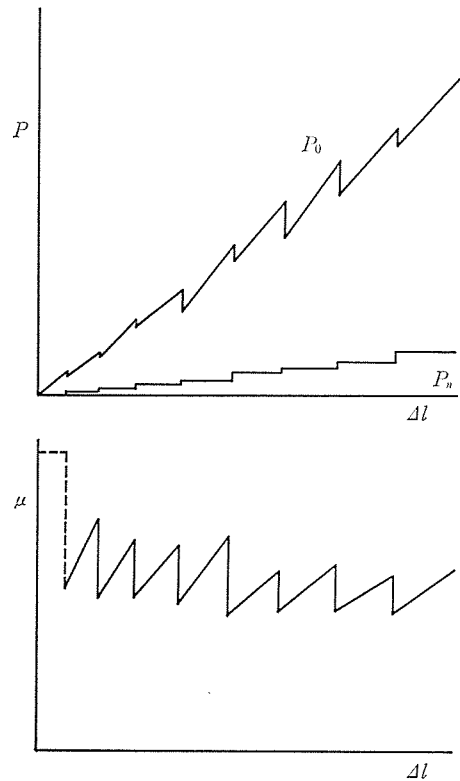


図-6 端部張力と μ の変化

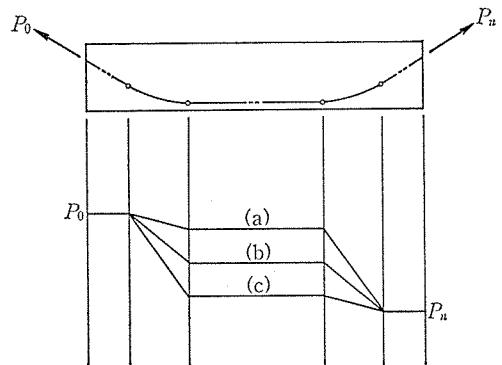
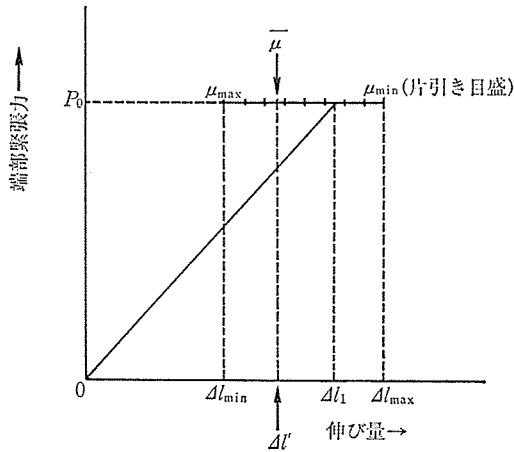


図-7 P_0 と P_n を既知とした張力分布



図—8 引止め端部張力を一定とした緊張管理図

想定し難く感じられるが、実際の緊張管理データからは (a), (c) いずれの傾向のものも見られることが少なくない。

図—8 は、図—7 の場合の緊張管理図である。図中 μ の目盛りは、緊張端張力が P_0 の時に緊張材全体に渡って μ が一定であると仮定した緊張材の伸び量を示している。

このように、

$$\text{見掛けの摩擦係数} = \frac{\ln(P_0/P_n)}{\sum \alpha} \dots\dots\dots (4)$$

(ここに、 $\sum \alpha$: 緊張材の合計角変化量 (Radian)) とすると、 Δl を摩擦係数を見掛けの摩擦係数とした時の緊張材の伸び量、 Δl_1 を緊張による緊張材の伸び量として、

$\Delta l < \Delta l_1$ の場合は分布 (a) の傾向

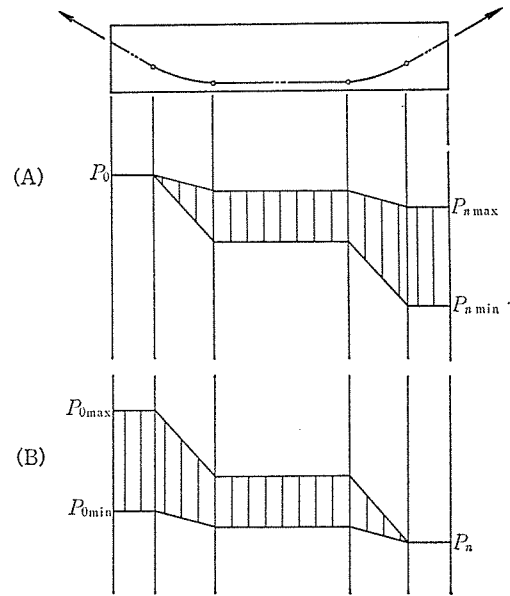
$\Delta l > \Delta l_1$ の場合は分布 (c) の傾向

にあると言える。

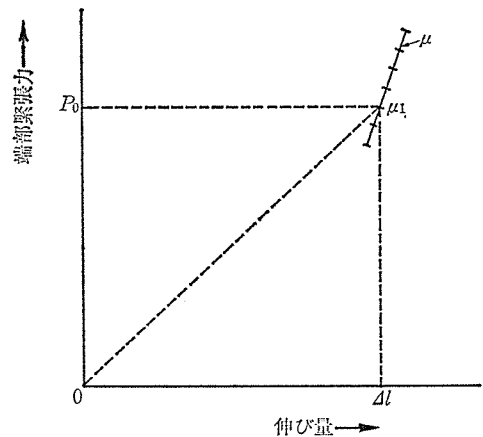
3. 緊張による張力分布の実際

次に、以上の考察を基礎として、緊張による張力の分布状態と、任意の着目位置に目標とする張力を導入する緊張管理方法の可能性について考えてみよう。摩擦係数は一つの曲線区間の中でも変化し得るものであるが、ここでは説明を簡単にするために一つの曲線区間の摩擦係数は一定と仮定する。

端部緊張力を P_0 、摩擦係数の最大値、最小値をそれぞれ、 μ_{\max} および μ_{\min} とすれば、各断面の張力は、図—9 (A) に示す範囲で変動することになる。この場合に張力を制御できるのは緊張端とその直近の直線部に過ぎない。また、被緊張端にジャッキまたはそれに代わる計測器を用いることにより被緊張端に一定張力を導入することも可能となるが、その場合には図—9 (B) に示す範囲で変動することになる。そして通常の場合、片引



図—9 P_0 または P_n を一定とした張力分布



図—10 従来の緊張管理図

き緊張では非緊張端は埋込み定着が多く、計測器等を用いるのは現実的ではない。また、両引きの場合の不動点もこれと同様と言える。

さらに、端部緊張力と緊張材の伸び量とによる緊張管理方法については以下のように言えよう。

摩擦係数を仮定すれば、着目断面 (通常は片引きでは固定端、両引きでは不動点が選ばれている) へ設定張力を導入する端部緊張力と緊張材の伸び量が求められる。

これを図—10 に示す緊張管理図に引止め点とし、摩擦係数を順次変化させた引止め点を連ねたものが引止め線となる。

緊張時には端部緊張力と伸び量の軌跡が引止め線と交わった点が引止め点となり、その緊張での端部緊張力 (P_0)、伸び量 (Δl)、そして摩擦係数 (μ_1) が求められる。この時の着目断面と同断面の設定張力を、それぞれ

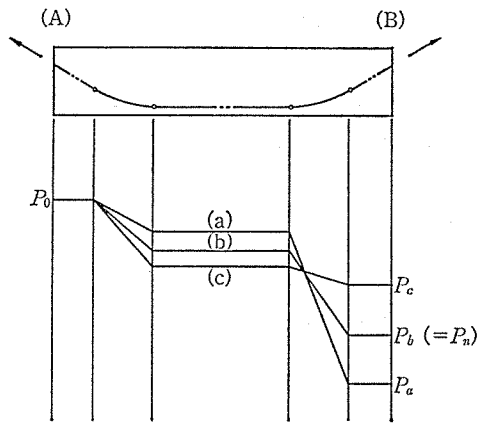


図-11 P_0 と Δl を一定とした張力分布

図-11 中のB断面と P_n とすれば、張力の分布については以下のように考えられる。

緊張によって得られるデータは P_0 と Δl である。 P_0 と Δl を与える張力分布は 図-11 に示すように摩擦係数を一定とする、B断面に P_n を導入する張力分布 (b) だけでなく、摩擦係数を μ_{max} から μ_{min} の範囲とする (a) や (c) 等の分布も仮定し得る。すなわち管理図から得られた μ_1 が μ_{max} または μ_{min} に等しい場合を除き、端部緊張力を P_0 、伸び量を Δl としても B断面の張力を P_n にするとは限らないことになる。

クサビ定着方式においてセットさせる場合には、その影響が張力分布をさらに複雑にする。セットの際の摩擦係数は、緊張時のそれと同様に μ_{max} から μ_{min} までの値を自由にとり得るし、また、緊張時の摩擦係数とは全く関係が無いと言える。さらに両引きで両端のセットの影響が干渉し合う場合には、セットの順序によっても張力分布が異なる。説明を簡単にするためにここでは摩擦係数をすべて同一とする。

図-12 は A, B 両端のセットの影響が不動点に及んだ場合を示す。(a) は両端のセットの影響が不動点 (この場合、支間中央点) に同時に及んだ場合の張力分布であり、(b) は A端のセットが先行した場合である。この図から分かるように定着後の張力分布は (a), (b) で異なり、また B端のセットを先行させた場合も (a), (b) と異なる。そしてセット時の摩擦係数も、またセット量も同一であるとは限らないことを考え併せれば、定着後の張力分布はさらに複雑となる。

以上のことから、緊張材の任意の位置に任意に設定された張力を導入する緊張管理は、実際上不可能に近いと言って良いのではないだろうか。

ただし、摩擦係数の上下限値が求められれば、別に設定される端部緊張力における各断面での上下限張力を求めることはできる。図-13 は端部緊張力を P_0 とし、摩擦係数の最大値を μ_{max} 、最小値を μ_{min} とした場合

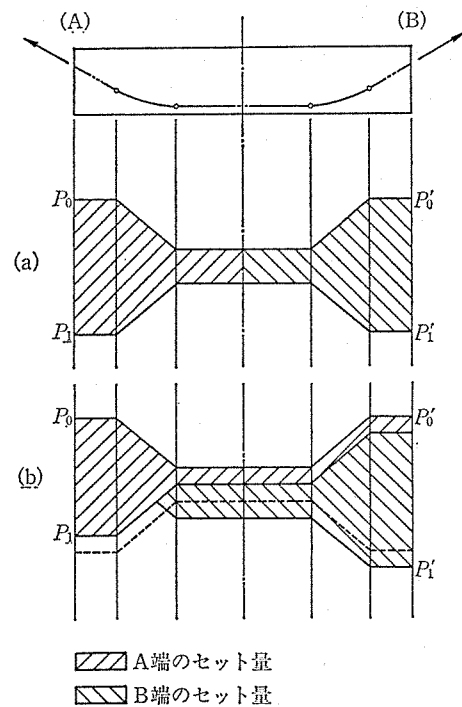


図-12 セット後の張力分布

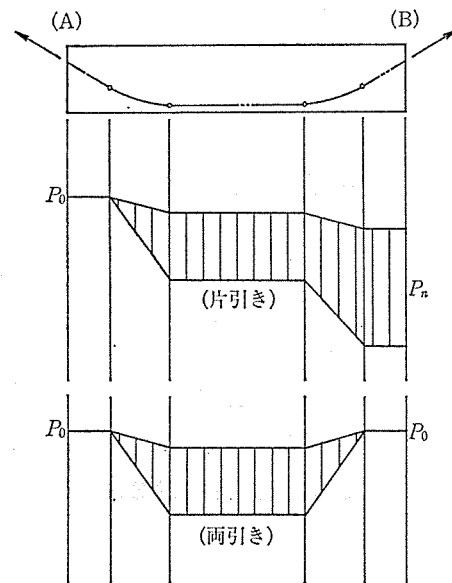


図-13 張力分布範囲

の緊張材の張力変動範囲の一例を示すものである (ただしセットの無い場合)。

4. 設計のあり方

概して言えば、設計時点で張力の減少を大きくとる (言い替えれば摩擦係数を高く設定する) ほど PC 構造物の実際の安全性は高められると考えられる。しかし PC 構造物では、RC 構造物での“鉄筋量が多いほど安全である”と同じように、単に“張力が高ければ良い”というものでなく、全荷重に対する緊張以後の荷重 (後死荷重、活荷重等) の割合が高い場合、また例えば押出

し工法のように架設時の構造系が変化する場合に起こり得る過緊張の状態も避けなければならない。

一般に、プレストレスによる部材断面応力は、緊張材張力によって生み出される2つの応力によって設計される。すなわち、ひとつは部材断面に働く張力による曲げモーメントおよび軸力による応力（以下プレストレス応力とする）であり、第2には不静定構造の場合の部材の変形拘束力によって発生する曲げモーメントおよび軸力による応力（以下不静定応力とする）である。したがって、静定構造であれば前者のみ、不静定構造であれば両者によって緊張直後のプレストレスによる各断面応力が決定される。

上記に加え、前述した端部緊張力をある一定の値に設定した場合の緊張材張力の変動範囲を考え併せると、静定構造物では一般的に、各断面での上下限張力双方で満足する設計を行えば良い。

これに対して不静定構造物では、プレストレス応力については静定と同様であるが、不静定応力については少し複雑となる。図-14に示す連続桁を例とすると、着目断面での不静定応力に対する張力の影響は、緊張材中心線と断面図心線との交点を境に反転する。それ故に着

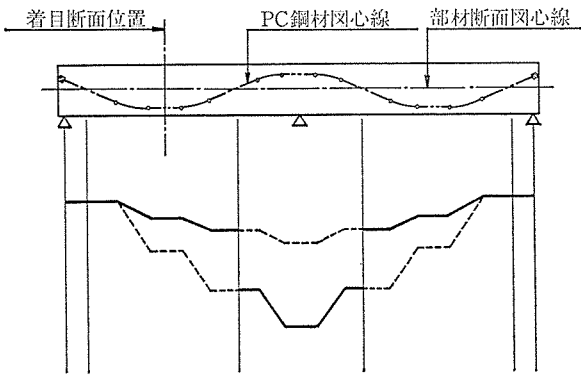


図-14 連続桁の張力分布

目断面に対する最も厳しい張力分布を求めることは非常に労を要することになる。

この点についての、実際的な解決策としては、不連続という矛盾はあるが、図-14に実線で示した張力分布を用いることが考えられよう。そうすれば十分に安全側となる不静定応力を求めることができる（ただし、せん断力については太線の反対分布で決まる場合もある）。

5. 実状に即した緊張管理

前述したように、現場での緊張管理では、緊張材の不動点だけでなく桁の支間中央または中間支点上等の任意の着目位置に設定張力を導入しようとする緊張管理は実際上不可能に近い。また上述したように、設計については、端部緊張力を一定として存在し得るすべての張力分布に対して満足する設計を行うのが実際的であると考えられる。

以上のことから、現場での緊張管理では、端部緊張力を設計に用いた張力 (P_0) で引き止め、その時の緊張材の伸び量 (Δl) が摩擦係数の最大値 (μ_{max}) と最小値 (μ_{min}) から求められる伸び量 (Δl_{max} , Δl_{min}) の範囲内にあることを確認すれば良いと考えられる。

片引きでは上記の管理方法に依らざるを得ないが、両引きではまず片側のみを最終設定値まで緊張し、次いでもう一方を最終値まで緊張する方法もある。この方法によれば、片側緊張の時点で図-7で述べたようにある程度の張力分布の傾向を推し量ることができる。すなわち、先行する片側緊張による伸び量を Δl_1 、後の緊張による伸び量を Δl_2 とすれば、その合計が両引きの場合の全伸び量 (Δl) であり、 Δl_1 と Δl が、片引き、両引きそれぞれの摩擦係数の最大および最小値から求められる、最小および最大の伸び量の範囲内にあることを確認すれば良い。図-15は、この方法による緊張管理図を

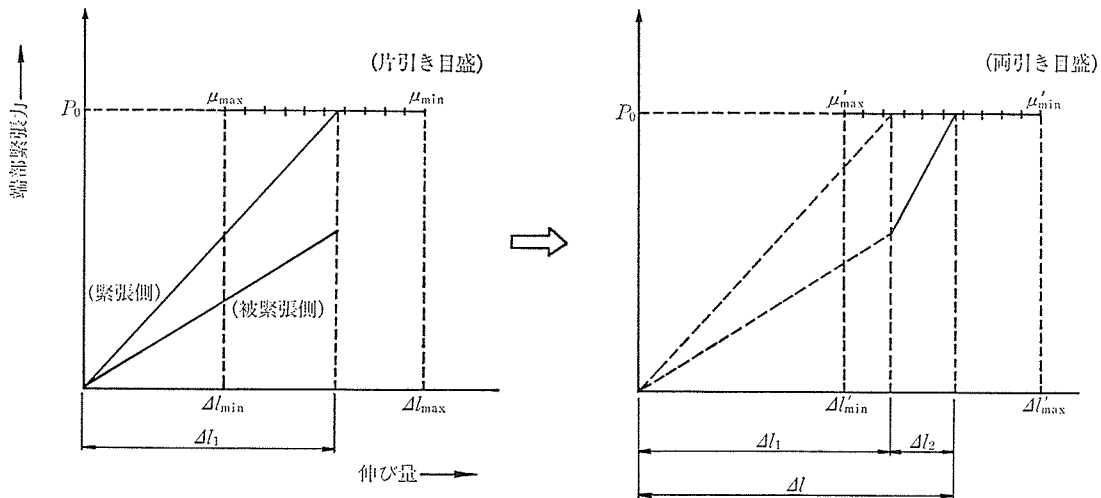


図-15 片側順次緊張の緊張管理図

示したものである。これによれば、両引きの場合でもジャッキ操作のほとんどが片側で済み、いずれかのジャッキスペースが狭い場合にはさらに有効であるという作業上の利点もあげられる。

6. む す び

以上、現在の施工の実態を踏まえて、PC の設計あるいは管理の基礎である摩擦係数を見直し、実態に即した新しい設計および緊張管理方法を考察、提案した。すなわち、

- 1) シース および 施工方法 の 進歩した実状を考慮して、従来の摩擦係数の考え方の問題点を指摘し、曲がり区間の摩擦係数 μ は、自然発生的な Stick Slip 現象によって、1本の緊張作業中にもある範囲で刻刻変化するものであり、また長さ当りの摩擦係数 λ は実際上 $\lambda=0$ として良いものと考えられることを示した。
- 2) また、 μ が変動するものとするれば、緊張材の任意の位置（多くは不動点選ばれている）に任意の張力を導入しようとする緊張管理は不可能に近いことを指摘した。

さらに、その結果からの帰結としての提案として、

- 3) 設計においては、別に設定される μ の上下限值から、端部緊張力を一定とした場合の緊張材張力の分布範囲を求め、その範囲のすべての張力で安全となる設計方法が望ましく、
- 4) 現場における緊張管理としては、作業の簡易化も図ることができる実際的な方法として、設計に用いた端部緊張力（すべて一定）で行う方法が考えられることを示した。

残されている問題は、 μ の範囲をいかに設定するかであり、安全性と経済性の両面から今後さらに検討して行かなければならないと考えている。なお、この点に関しては、現在、東名阪自動車道と長野自動車道の PC 橋工事から得られた 4000 余りの緊張管理データを検討、解析中であり、その結果、さらに新しい知見が得られるものと期待しているが、その結果については別の機会に報告することとしたい。

PC の技術は、橋梁においてもより長大な、そしてより複雑なものにまでその利用の範囲は広げられつつあり、現在ではシェル構造の大ドームもその範疇とすようになった。このように今後もますます PC 技術に対する期待は高められていくものと思われ、そのためにも現場に携わる一人として、その技術のより一層の進歩を心から望んで止まない。

ここに述べたのは、摩擦係数を考え始めてから現実の設計と施工を体験する中で考え続けた内容を主としてまとめたものであるが、まだまだ考えるべきテーマ、解決すべき問題点が数多く残されているように思われる。今後ともそれらの解明、改善に向けて、より一層の努力を重ねていきたいと考えている次第である。

終わりに当たり、多大なご指導をいただいた、愛知工業大学・猪股俊司教授（(株)日本構造橋梁研究所会長）、名城大学・泉満明教授、愛知工業大学・青木徹彦助教授ならびに、試料の収集・整理分析などにおいてご協力を賜った下記（敬称略）の諸氏に対して、深く感謝いたします。

日本道路公団名古屋建設局構造技術課

課長代理：牧浦 信一

同上

新井俊夫、池田光次

住友建設（株）名古屋支店

熊岡 禎二

大成建設（株）名古屋支店

工藤 博正

（株）安部工業所橋梁部

林 啓司

ピー・エス・コンクリート（株）名古屋事務所

大泉 雄一

オリエンタルコンクリート（株）名古屋支店

赤塚 昌之

ピーシー橋梁（株）東京支店

堂前 満

富士ピー・エス・コンクリート（株）名古屋事務所

鎌田 英二

興和コンクリート（株）工事部

松山 哲也

参 考 文 献

- 1) 田中久一郎：摩擦のおはなし，日本規格協会，1985年3月
- 2) 松原 清：トライボロジ，産業図書株式会社，1981年10月

【昭和 62 年 11 月 16 日受付】