

# PC 合成桁のクリープ解析

小 宮 正 久\*  
 酒 井 一\*\*  
 前 田 晴 人\*\*\*

## 1. はじめに

PC 合成桁は、図-1 に示すようなプレキャスト PC I 形桁（以下、主桁という）に現場打ちコンクリートによるフランジ（以下、床版という）を合成した構造である。

主桁と床版は、通常コンクリート強度、セメント種別、合成時の材令などが異なるため、クリープおよび乾燥収縮による変形の差に起因する応力が両者の接合部に発生することになる。道路示方書Ⅲ編（以下、道示Ⅲという）には、主桁と床版の接合部に発生する応力を求める方法として、次式が示されている。

$$\left. \begin{aligned} N_{\phi} &= -\frac{K'}{C^2 - BF} [P\{B(y_g' e_p - r_c g^2) - C e_p\} + M_{d1}(C - B y_g')] - \frac{K}{C^2 - BF} M_{d2}(C - B y_g') \\ M_{\phi} &= -\frac{K'}{BF - C^2} [P\{C(y_g' e_p - r_c g^2) - F e_p\} + M_{d1}(F - C y_g')] - \frac{K}{BF - C^2} M_{d2}(F - C y_g') \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

$$\left. \begin{aligned} N_s &= \varepsilon_s E_{cg} I_{cg} \frac{B}{BF - C^2} \cdot \frac{1}{1 + \phi_{\infty}} \\ M_s &= \varepsilon_s E_{cg} I_{cg} \frac{C}{C^2 - BF} \cdot \frac{1}{1 + \phi_{\infty}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

$\varepsilon_s$  : 床版と主桁の乾燥収縮差  
 その他の記号は、断面の諸定数を表わす（詳細については、道示Ⅲを参照されたい。ただし添字  $g$  は主桁を、 $f$  は床版を意味する）。

ここに、

$N_{\phi}, M_{\phi}, N_s, M_s$  : クリープおよび乾燥収縮により床版と主桁の接合面に作用する軸力と曲げモーメント

この道示Ⅲの計算式は、以下の点に問題がある。

$$m = (E_{cg} I_{cg}) / (E_{cf} I_{cf})$$

$$B = 1 + m$$

$$C = y_g' - m y_f$$

$$F = y_g'^2 + r_c g^2 + m r_c f^2 + m y_f^2$$

$$K' = \phi_t / (1 + \phi_{\infty}), K = \phi_{\infty} / (1 + \phi_{\infty})$$

$\phi_t$  : 床版合成後に進行するクリープ係数

$P$  : PC 鋼材の引張力

$M_{d1}$  : 主桁の自重による曲げモーメント

$M_{d2}$  : 場所打ち床版の自重による曲げモーメント

- 1) クリープの進行は、主桁の進行度で代表させている（主桁と床版それぞれのクリープ進行を考慮するのが正しい。図-2）。
- 2) クリープの遅れ弾性成分もフロー成分と見なし、荷重が作用した時点からの遅れ弾性の影響を無視している（図-2）。
- 3) 自重以外の死荷重（橋面工等）による影響を考慮していない。
- 4) ある時点までに生じたクリープおよび乾燥収縮による不静定力が、それ以降に進行するクリープの影響を受けて変化することが考慮されていない。

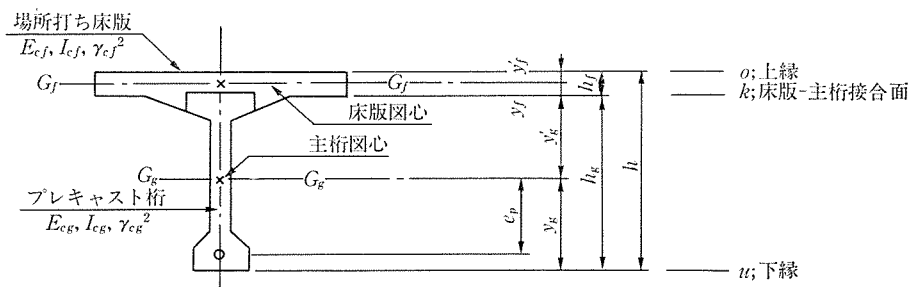


図-1 PC 合成桁の標準的な断面

\* Masahisa KOMIYA : (株) 日本構造橋梁研究所設計部次長  
 \*\* Hajime SAKAI : (株) 日本構造橋梁研究所システム課課長代理  
 \*\*\* Haruhito MAEDA : (株) 日本構造橋梁研究所設計第四課

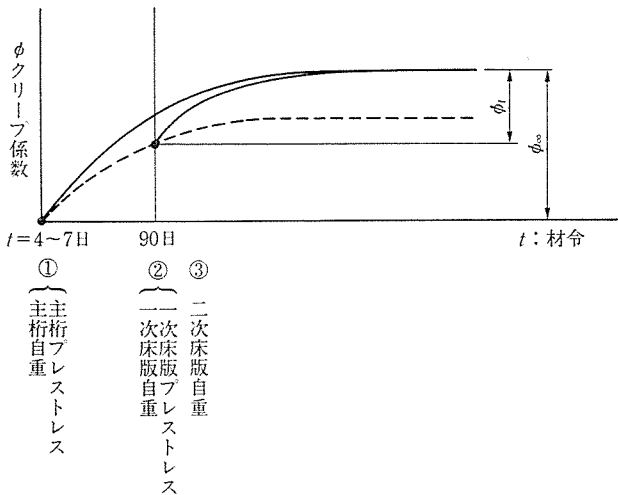


図-2 一般的な作用荷重とクリープ進行曲線

- 5) 鋼材の影響が無視されている。
- 6) 不静定合成構造の場合には、主桁と床版の接合面に発生する応力と、その応力により構造系が不静定であるために発生する応力の影響が単独に考慮され、それぞれの応力の相互作用は無視されている。

簡易化により無視されたこれらの点が設計に及ぼす影響を把握し、影響が大きければ改善する必要がある。また合成桁は薄い部材で構成され、コンクリート断面に対して鋼材の量が多く、これを無視した場合と考慮した場合の違いも把握する必要がある。

本研究は、道示Ⅲが持つこれらの問題点を解決するために、剛性マトリックス中に主桁および床版のクリープ係数と乾燥収縮度を取り込み、クリープの遅れ弾性成分、鋼材（鉄筋およびPC鋼材）を考慮して、主桁と床版の接合面に発生する不静定力（以下内的不静定力という）と、不静定合成構造の場合に発生する不静定力（以下外的不静定力という）も同時に解析できる手法を提案するものである。

## 2. 区分求積法に適用する基本式の誘導

### 2.1 応力-ひずみの関係

コンクリートに経時的応力変化が作用するとき、0~t間に発生するひずみは、Aging Coefficient ( $\chi$ ) を用いると式(3)で表わされる。

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(0) \cdot \phi_{t,0} / E_c + \sigma_c(t) (1 + \chi \cdot \phi_{t,0}) / E_c + \varepsilon_{cs}(t, 0) \dots \dots \dots (3)$$

ここに、

- $\varepsilon_c(t)$  : 0~t 間に発生するひずみ
- $\sigma_c(0)$  : 0 時点に作用する応力度
- $\phi_{t,0}$  : 0~t 間に進行するクリープ

係数

- $E_c$  : コンクリートのヤング係数
- $\sigma_c(t)$  : 0~t 間に発生する応力度
- $\varepsilon_{cs}(t, 0)$  : 0~t 間に進行する乾燥収縮度
- $\chi$  : Aging Coefficient  
(一般に  $0.5 \leq \chi \leq 1.0$ )

式(3)を書き換えて  $\sigma_c(t)$  について解くと、

$$\sigma_c(t) = \phi_{t,0} \{ E_c \varepsilon_c(t) - E_c \varepsilon_{cs}(t, 0) - \sigma_c(0) \phi_{t,0} \} \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 $\phi_{t,0} = 1 / (1 + \chi \cdot \phi_{t,0})$

図-3に示すように床版と主桁の接合面  $k$  における軸方向ひずみを  $t$  時点で  $\varepsilon_{ck}(t)$ 、断面曲率を  $\psi_{ck}(t)$  と表わすと、任意維  $x$  におけるコンクリートのひずみ  $\varepsilon_{cx}(t)$  は、

$$\varepsilon_{cx}(t) = \varepsilon_{ck}(t) + \psi_{ck}(t) \cdot y_x \dots \dots \dots (5)$$

となる。また0時点の維  $x$  におけるコンクリートの応力度を  $\sigma_{cx}(0)$  とすれば(4),(5)式より、

$$\sigma_{cx}(0) = \phi_{t,0} [ E_c \{ \varepsilon_{ck}(t) + \psi_{ck}(t) \cdot y_x \} - E_c \varepsilon_{cs}(t, 0) - \sigma_{cx}(0) \cdot \phi_{t,0} ] \dots \dots (6)$$

となる。

鉄筋およびPC鋼材の応力度は、それぞれの図心位置において(7),(8)式で与えられる。

$$\sigma_s(t) = E_s \{ \varepsilon_{ck}(t) + \psi_{ck}(t) \cdot y_s \} \dots \dots \dots (7)$$

$$\sigma_p(t) = \sigma_{p0} + E_p \{ \varepsilon_{ck}(t) + \psi_{ck}(t) \cdot y_p \} \dots \dots (8)$$

ここに、

- $\sigma_s$  : クリープと乾燥収縮による鉄筋応力度の変化
- $E_s$  : 鉄筋のヤング係数
- $\sigma_p$  : PC鋼材応力度
- $\sigma_{p0}$  : PC鋼材初期導入応力度
- $E_p$  : PC鋼材のヤング係数

式(8)の第2項は、クリープおよび乾燥収縮によるPC鋼材引張応力度の減少量を示している。すなわち床版-主桁接合面でのひずみ  $\varepsilon_{ck}(t)$ 、 $\psi_{ck}(t)$  が求まれば、式(8)の第2項を用いてクリープおよび乾燥収縮によるPC鋼材引張応力度の減少量は容易に計算できる。

### 2.2 つりあい式

床版と主桁の接合面に軸圧縮力  $N$  および曲げモーメント  $M$  が作用しているとすると、つりあい条件は次の

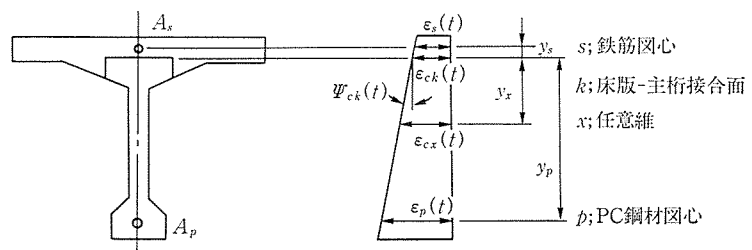


図-3 断面内のひずみ状態

ようになる。

$$N = \int \sigma_{cx}(t) dA_c + A_s \sigma_s(t) + A_p \sigma_p(t) \dots\dots(9)$$

$$M = \int \sigma_{cx}(t) \cdot y_x dA_c + A_s \sigma_s(t) \cdot y_s + A_p \sigma_p(t) \cdot y_p \dots\dots(10)$$

式(9)に式(6),(7)および(8)を代入すると,

$$N = \int \sigma_{cx}(t) dA_{cf} + \int \sigma_{cx}(t) dA_{cg} + A_s \sigma_s(t) + A_p \sigma_p(t) \\ = [\phi_{t,0} \{E_c A_c \varepsilon_{ck}(t) + E_c Q_c \Psi_{ck}(t) - E_c A_c \varepsilon_{cs}(t, 0) - N_c(0) \cdot \phi_{t,0}\}]_f \\ + [\phi_{t,0} \{E_c A_c \varepsilon_{ck}(t) + E_c Q_c \Psi_{ck}(t) - E_c A_c \varepsilon_{cs}(t, 0) - N_c(0) \cdot \phi_{t,0}\}]_g \\ + (E_s A_s + E_p A_p) \varepsilon_{ck}(t) \\ + (E_s Q_s + E_p Q_p) \Psi_{ck}(t) + P$$

となる。添字  $f$  は床版,  $g$  は主桁, また  $P$  は初期導入プレストレス力を意味する。

式(10)についても同様に式(6),(7)および(8)を代入し積分して整理すると, 最終的に断面力とひずみ量との関係は式(11)のようになる。

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 D_2 \\ D_2 D_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{ck}(t) \\ \Psi_{ck}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} FP1 \\ FP2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F1 \\ F2 \end{bmatrix} \dots\dots(11)$$

ここに,

$$D_1 = (\phi_{t,0} E_c A_c)_f + (\phi_{t,0} E_c A_c)_g + E_s A_s + E_p A_p$$

$$D_2 = (\phi_{t,0} E_c Q_c)_f + (\phi_{t,0} E_c Q_c)_g + E_s Q_s + E_p Q_p$$

$$D_3 = (\phi_{t,0} E_c I_c)_f + (\phi_{t,0} E_c I_c)_g + E_s I_s + E_p I_p$$

$$FP1 = P$$

$$FP2 = P \cdot y_p$$

$$F1 = [\phi_{t,0} \{ \phi_{t,0} \cdot N_c(0) + E_c A_c \varepsilon_{cs}(t, 0) \}]_f \\ + [\phi_{t,0} \{ \phi_{t,0} \cdot N_c(0) + E_c A_c \varepsilon_{cs}(t, 0) \}]_g$$

$$F2 = [\phi_{t,0} \{ \phi_{t,0} (N_c(0) Q_c / A_c + M_c(0)) + E_c Q_c \varepsilon_{cs}(t, 0) \}]_f \\ + [\phi_{t,0} \{ \phi_{t,0} (N_c(0) Q_c / A_c + M_c(0)) + E_c Q_c \varepsilon_{cs}(t, 0) \}]_g$$

$E_{cf}, E_{cg}, E_s, E_p$ : 床版および主桁コンクリート, 鉄筋, PC 鋼材のヤング係数

$A_{cf}, A_{cg}, A_s, A_p$ : 床版および主桁コンクリート, 鉄筋, PC 鋼材の断面積

$Q_{cf}, Q_{cg}, Q_s, Q_p$ : 床版-主桁接合面まわりの床版および主桁コンクリート, 鉄筋, PC 鋼材の断面1次モーメント

$I_{cf}, I_{cg}, I_s, I_p$ : 床版-主桁接合面まわりの床版および主桁コンクリート, 鉄筋, PC 鋼材の断面2次モーメント

ント

$P$ : 初期導入プレストレス力

$y_p$ : 床版-主桁接合面からPC鋼材  
 図心までの距離

$N_c(0)_f, M_c(0)_f$ : 床版コンクリート図心に作用する断面力

$N_c(0)_g, M_c(0)_g$ : 主桁コンクリート図心に作用する断面力

$(\phi_{t,0})_f, (\phi_{t,0})_g$ : 0~ $t$ までに進行する床版, 主桁  
 コンクリートのクリープ係数

$(\phi_{t,0})_f, (\phi_{t,0})_g$ :  $(\phi_{t,0})_f = 1 / \{1 + \chi \cdot (\phi_{t,0})_f\}$ ,

$(\phi_{t,0})_g = 1 / \{1 + \chi \cdot (\phi_{t,0})_g\}$

$\varepsilon_{cs}(t, 0)_f, \varepsilon_{cs}(t, 0)_g$ : 0~ $t$ までに進行する床版, 主桁  
 コンクリートの乾燥収縮度

式(11)によると鉄筋およびPC鋼材は, 各1段で表示されているが, 何段かに分割して計算したい場合は,  $D_1 \sim D_3$  の中の剛性を

$$E_{s1} A_{s1} + E_{s2} A_{s2} \dots\dots + E_{p1} A_{p1} + E_{p2} A_{p2} \dots\dots$$

$$E_{s1} Q_{s1} + E_{s2} Q_{s2} \dots\dots + E_{p1} Q_{p1} + E_{p2} Q_{p2} \dots\dots$$

$$E_{s1} I_{s1} + E_{s2} I_{s2} \dots\dots + E_{p1} I_{p1} + E_{p2} I_{p2} \dots\dots$$

とすればよい。

### 2.3 区分求積法の適用

2.2におけるつりあい式の誘導には便宜的に Aging Coefficient を用いたが, 汎用性を持たせるためには区分求積法が適している。この方法を用いれば, ある時点で発生した不静定力がそれ以降に新たな不静定力を生じさせる点も考慮できる。

区分求積法を用いる場合の応力-ひずみ式は, 式(3)の替わりに次式を用いる。

$$\Delta \varepsilon_c(r) = \sum_{i=1}^{r-1} \Delta \sigma_c(i) (\phi_{r,i} - \phi_{r-1,i}) / E_c \\ + \Delta \sigma_c(r) (1 + 0.5 \phi_{r,r-1}) / E_c \\ + \varepsilon_{cs}(r, r-1) \dots\dots(12)$$

ここに,

$r, r-1$ : クリープ・乾燥収縮の開始から終了までを施工段階, 荷重作用段階に応じて分割した区分(以下ステージという)のうち, 不静定力を算出しようとする区分を示すサフィックス

$i$ :  $r-1$  までのあるステージ

$\Delta \varepsilon_c(r)$ :  $r-1 \sim r$  間のステージで発生するひずみ

$\Delta \sigma_c(r)$ :  $r-1 \sim r$  間のステージで発生する応力

$\Delta \sigma_c(i)$ :  $i-1 \sim i$  間のステージで発生する応力

$\phi_{r,i}$ :  $i \sim r$  までに進行するクリープ係数

$\varepsilon_{cs}(r, r-1)$ :  $r-1 \sim r$  間に進行する乾燥収縮度

この場合, 断面力とひずみ量との関係式は, 式(11)における  $D_1 \sim D_3$  および荷重項  $F1, F2$  の  $t, 0$  を  $r, r$

◇論文報告◇

-1 とし、さらに F1, F2 については、

$$\phi_{t,0} \cdot N_c(t_0)$$

$$\rightarrow \sum_{i=1}^{r-1} (\phi_{r,i} - \phi_{r-1,i}) \cdot N_c(t_i) \dots\dots\dots(13)$$

$$\phi_{t,0} \{N_c(t_0) Q_c/A_c + M_c(t_0)\}$$

$$\rightarrow \sum_{i=1}^{r-1} (\phi_{r,i} - \phi_{r-1,i}) \{N_c(t_i) Q_c/A_c + M_c(t_i)\} \dots\dots\dots(14)$$

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ M_i \\ X_j \\ Y_j \\ M_j \end{bmatrix} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} D_1 & 0 & -D_2 & -D_1 & 0 & D_2 \\ 0 & 12 D_0/l^2 & 6 D_0/l & 0 & -12 D_0/l^2 & 6 D_0/l \\ -D_2 & 6 D_0/l & 4 D_3 - 3 D_2^2/D_1 & D_2 & -6 D_0/l & 2 D_3 - 3 D_2^2/D_1 \\ -D_1 & 0 & D_2 & D_1 & 0 & -D_2 \\ 0 & -12 D_0/l^2 & -6 D_0/l & 0 & 12 D_0/l^2 & -6 D_0/l \\ D_2 & 6 D_0/l & 2 D_3 - 3 D_2^2/D_1 & -D_2 & -6 D_0/l & 4 D_3 - 3 D_2^2/D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(F1-F1P) \\ 0 \\ (F2-F2P) \\ (F1-F1P) \\ 0 \\ -(F2-F2P) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(16)$$

ただし、

$$D_0 = D_3 - D_2^2/D_1$$

$X_i, Y_i, M_i, X_j, Y_j, M_j$  : 部材端の断面力 (図-4 参照)

$u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j$  : 部材端の変形量 (図-4 参照)

3. クリープ係数および乾燥収縮度

3.1 クリープ係数

クリープ係数は、遅れ弾性成分とフロー成分とを考慮した式 (17) を用いることとし<sup>5)</sup> 各部材、各計算ステージおよび各計算ステージで作用する荷重に対応した値を用いることとする。

$$\Delta\phi_i = 0.4 k_v(t_i - t_{i-1}) + \phi_{f0}(k_f(t_i) - k_f(t_{i-1})) \dots\dots\dots(17)$$

ここに、

$\Delta\phi_i$  :  $t_{i-1}$  から  $t_i$  までに進行するクリープ係数

$k_v(t_i - t_{i-1})$  : 遅れ弾性成分の経時変化についての係数

$\phi_{f0}$  : 基本流動係数

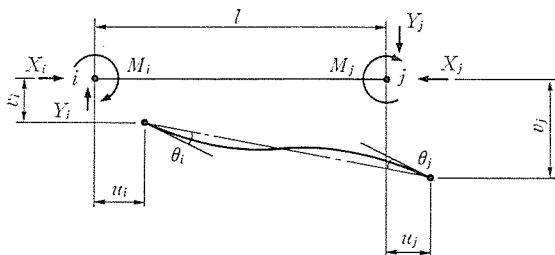


図-4 変位と力

とすればよい。また

$$\phi_{r,r-1} = 1/(1+0.5 \phi_{r,r-1}) \dots\dots\dots(15)$$

とする。

2.4 基本式

式 (11) は文献 3) に示されたひずみつりあい式と同一の形をしており、変形法の基本式も同様にして求めることができ、最終的には式 (16) で表わされる。

$k_f(t_i)$  : フロー成分の経時変化に関する係数

$t_i$  : コンクリートの有効材令

3.2 乾燥収縮度

乾燥収縮度は、式 (18) を用いることとし、各部材および各計算ステージに対応した値を用いることとする。

$$\Delta\epsilon_i = \epsilon_{s0}(k_s(t_i) - k_s(t_{i-1})) \dots\dots\dots(18)$$

ここに、

$\Delta\epsilon_i$  :  $t_{i-1}$  から  $t_i$  までに進行する乾燥収縮度

$\epsilon_{s0}$  : 基本乾燥収縮度

$k_s(t_i)$  : 乾燥収縮度の経時変化に関する係数

PC 合成桁のクリープ係数および乾燥収縮度は、各部

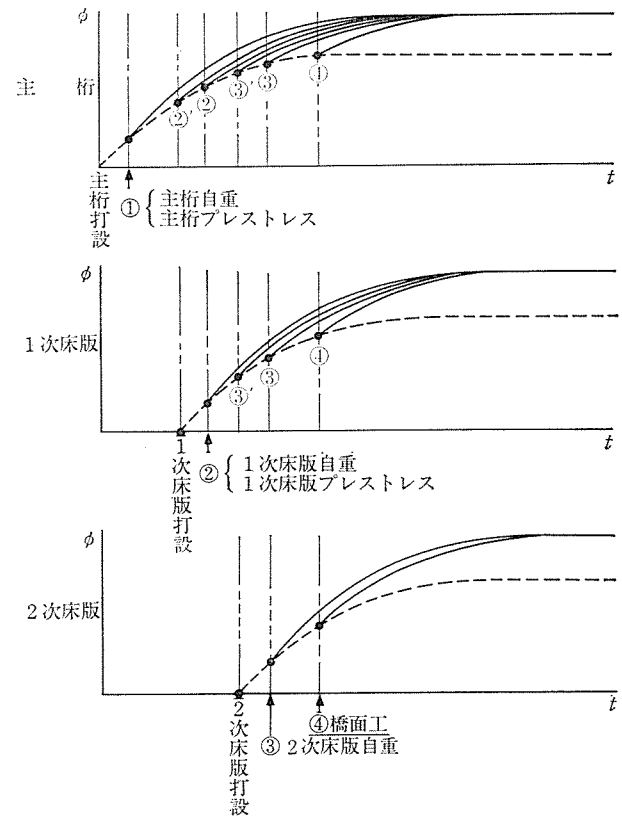


図-5 各部材および各荷重に対応するクリープ係数

材（主桁，1次床版，2次床版）ごとに，また施工順序と荷重の作用段階に応じて変化させるものとする（図-5 参照）。

#### 4. 計算例

##### 4.1 乾燥収縮差による内的不静定力

合成桁の床版と主桁の乾燥収縮差によって発生する断面内での力のやりとり（内的不静定力）について，道示Ⅲの式（2）による解，微分方程式による解および提案式（16）を基に開発した区分求積法によるプログラム GBITER を用いた結果を比較する。微分方程式の解とは，クリープ係数  $\phi$  を主桁と床版とで同一であると仮定し，微小時間  $dt$  の間に生ずる主桁と床版のたわみ変化，および主桁の上縁長さ変化と床版の下縁長さ変化が一致する，として微分方程式をたて，初期条件を時間  $t=0$  で拘束力  $(N, M)=0, \phi=0$  として解いたものであり，結果は式（19）に示すとおりである<sup>6)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} N_s &= \varepsilon_s E_{cg} I_{cg} \frac{B}{BF-C^2} \cdot \frac{1-\exp(-\phi_\infty)}{\phi_\infty} \\ M_s &= \varepsilon_s E_{cg} I_{cg} \frac{C}{C^2-BF} \cdot \frac{1-\exp(-\phi_\infty)}{\phi_\infty} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

計算において仮定した主桁および床版の諸定数は，以下に示すとおりである（図-7 (c) 参照）。

$$\begin{aligned} E_{cg} &= 3.5 \times 10^6 \text{ (t/m}^2\text{)} & E_{cf} &= 2.7 \times 10^6 \text{ (t/m}^2\text{)} \\ A_{cg} &= 1.0297 \text{ (m}^2\text{)} & A_{cf} &= 0.8795 \text{ (m}^2\text{)} \\ I_{cg} &= 0.7537 \text{ (m}^4\text{)} & I_{cf} &= 0.0069 \text{ (m}^4\text{)} \\ y_g' &= 1.1317 \text{ (m)} & y_f' &= 0.1423 \text{ (m)} \\ y_g &= 1.2683 \text{ (m)} & y_f &= 0.0977 \text{ (m)} \\ r_g^2 &= 0.7320 \text{ (m}^2\text{)} & r_f^2 &= 0.0078 \text{ (m}^2\text{)} \\ & & m &= 141.597 \\ & & B &= 142.597 \\ & & C &= -12.702 \text{ (m)} \\ & & F &= 4.469 \text{ (m}^2\text{)} \end{aligned}$$

クリープおよび乾燥収縮の進行度は，主桁と床版の有効部材厚をそれぞれ 50 cm, 40 cm として表-1 に示す係数<sup>5)</sup>を用いることとした。また，主桁は早強ポルトランドセメントを使用するものとし， $k_v, k_f$  を求める際の材令は，実材令の2倍を用いた。床版合成時の材令を100日とした場合，式（2）および式（19）に代入するクリープ係数  $\phi_\infty$ ，主桁と床版の乾燥収縮差  $\varepsilon_s$  は次のとおりである（ $k_v, k_f, k_s$  は式（17），（18）に用いる係数）。

$$\begin{aligned} \phi_\infty \text{ を主桁のクリープ係数とした場合} & \quad \phi_\infty = 1.62 \\ \phi_\infty \text{ を床版のクリープ係数とした場合} & \quad \phi_\infty = 3.20 \\ \text{乾燥収縮差} & \quad \varepsilon_s = 4.3 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

表-2 は乾燥収縮差による床版および主桁の上下縁応

表-1 クリープ・乾燥収縮の進行度

材令 (日)	$k_v$	$k_f$		$k_s$	
		床版	主桁	床版	主桁
1	0.280	—	—	0.000	0.000
2	0.300	—	—	0.000	0.000
3	—	0.170	0.166	—	—
5	0.350	0.235	0.229	0.005	0.005
10	0.400	0.328	0.316	0.030	0.028
20	0.465	0.420	0.403	0.060	0.053
50	0.580	0.562	0.532	0.120	0.104
100	0.700	0.680	0.640	0.185	0.160
200	0.830	0.800	0.751	0.260	0.225
500	0.945	0.980	0.923	0.410	0.360
1000	0.985	1.107	1.051	0.550	0.498
2000	1.000	1.217	1.165	0.660	0.620
5000	1.000	1.330	1.285	0.750	0.728
10000	1.000	1.383	1.344	0.790	0.774
20000	1.000	1.400	1.363	0.800	0.788
$\infty$	1.000	1.400	1.363	0.800	0.788

表-2 乾燥収縮差による応力度

(単位: kg/cm<sup>2</sup>)

		床版上縁 $\sigma_{cof}$	床版下縁 $\sigma_{cuf}$	主桁上縁 $\sigma_{cog}$	主桁下縁 $\sigma_{cug}$	
(1) 道示Ⅲによる解	$\phi=1.62$	-1.2	-1.6	3.6	-1.4	
	$\phi=3.20$	-0.8	-1.0	2.3	-0.9	
(2) 微分方程式による解	$\phi=1.62$	-1.6	-2.1	4.7	-1.8	
	$\phi=3.20$	-1.0	-1.3	2.9	-1.1	
区分求積法による解	クリープの進行度を主桁で代表	計	算			
		分割	数			
	(3) Yes	1	-1.7	-2.2	5.0	-1.9
	(4) No	1	-1.6	-1.9	4.4	-1.7
(5) Yes	6	-1.1	-1.4	3.1	-1.2	
(6) No	6	-1.0	-1.1	2.6	-1.0	

力度を比較したものである。表-2 において“クリープの進行度を主桁で代表 Yes”とあるのは，本来主桁と床版とでクリープの進行度が異なるのを，道示Ⅲと同様，主桁のクリープ進行度でそれらを代表させたことを意味し，“No”の場合は，主桁と床版のそれぞれに対するクリープ進行度を用いたことを意味する。表-2 より次の事項が明らかである。

- 1) 道示Ⅲおよび微分方程式とも，床版のクリープ係数を用いたほうが区分求積法による解（6）に近似した値となっている。
- 2) 区分求積法においては，クリープの進行度を主桁で代表させた場合と，主桁と床版それぞれ独自に考慮した場合とでは，設計上有意な差は見られない。
- 3) 道示Ⅲと区分求積法による結果との間に差はあるものの，本例題による限り，発生応力度の絶対値は小さいので設計上大きな問題とはならない。

表-3 および 図-6 (a) は提案した区分求積法の解の収束度を表わしたものであり，分割数（各分割区間でクリープの進行度が等しくなるように分割）が5程度で収束する。

表—3 区分求積法による解の収束度  
(乾燥収縮差) (単位: kg/cm<sup>2</sup>)

計 算 分割数	床版上縁 $\sigma_{cof}$	床版下縁 $\sigma_{cuf}$	主桁上縁 $\sigma_{cog}$	主桁下縁 $\sigma_{cug}$
1	-1.6	-1.9	4.4	-1.7
2	-1.0	-1.1	2.6	-1.0
3	-1.0	-1.2	2.8	-1.1
4	-1.1	-1.3	3.1	-1.2
5	-1.0	-1.1	2.6	-1.0
6	-1.0	-1.1	2.6	-1.0

4.2 クリープ差による内的不静定力

4.1 と同様の断面を用いて、自重を対象としたクリープによる内的不静定力を道示Ⅲの式(1)による解、微分方程式による解および提案式(11)による解とを比較する。この場合、式(1)においては、

$$M_{d1}=394.2 \text{ tm}, M_{d2}=336.7 \text{ tm},$$

$$\phi_{\infty}=3.20, \phi_t=1.62$$

として計算を行った。また微分方程式の解は、式(1)において、

$$K'=1-\exp(-\phi_t)$$

$$K=1-\exp(\phi_{\infty})$$

とした式を用いている。

表—4 はクリープ差による床版および主桁の上下縁応力度を比較したものである。表—4 より次の事項が明らかである。

- 1) 微分方程式の解は、他の解に比べかなり大きめの値となっている。
- 2) クリープの進行度を主桁で代表させた場合と、主桁と床版とで独自に考慮した場合とでは 10% 程度の差がある。
- 3) 区分求積法の解(6)と、道示Ⅲによる解(1)との差は 5% 程度であり、この例題の場合は道示Ⅲの式でもよい近似が得られた。

表—5 および図—6 (b) は、提案した区分求積法による解の収束度を表わしたものであり、分割数が 2 程度で

表—4 クリープ差による応力度 (単位: kg/cm<sup>2</sup>)

		床版上縁 $\sigma_{cof}$	床版下縁 $\sigma_{cuf}$	主桁上縁 $\sigma_{cog}$	主桁下縁 $\sigma_{cug}$	
(1) 道示Ⅲによる解		20.2	14.9	-42.5	16.7	
(2) 微分方程式による解		31.7	23.2	-66.3	26.1	
区分求積法による解	クリープの進行度を主桁で代表	計 算 分割数				
	(3) Yes	1	27.2	19.8	-56.8	22.4
	(4) No	1	23.9	18.0	-50.9	20.0
	(5) Yes	6	23.7	17.3	-49.6	19.5
	(6) No	6	21.1	15.8	-44.7	17.6

表—5 区分求積法による解の収束度  
(クリープ差) (単位: kg/cm<sup>2</sup>)

計 算 分割数	床版上縁 $\sigma_{cof}$	床版下縁 $\sigma_{cuf}$	主桁上縁 $\sigma_{cog}$	主桁下縁 $\sigma_{cug}$
1	23.9	18.0	-50.9	20.0
2	21.0	15.8	-44.5	17.5
3	21.1	15.9	-44.9	17.6
4	21.3	15.8	-44.9	17.7
5	21.1	15.8	-44.7	17.6
6	21.1	15.8	-44.7	17.6

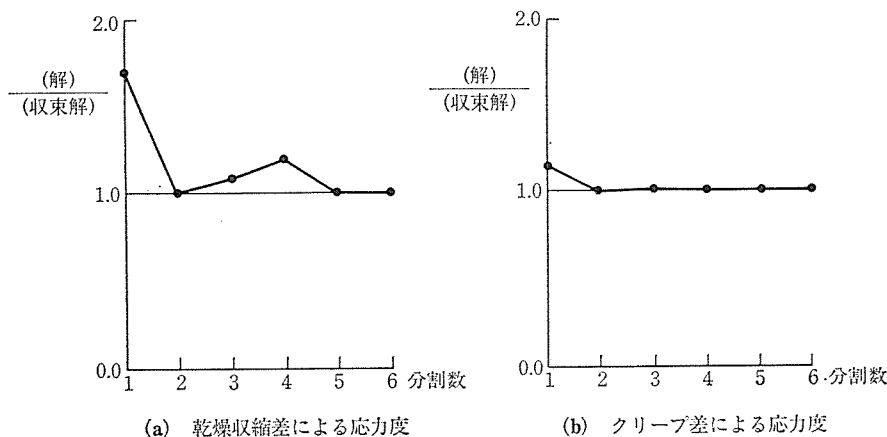
も十分収束していることが分かる。

4.3 連続合成桁におけるクリープ・乾燥収縮の影響

この解析例は、連続桁の構造系が不静定であるために発生する不静定力(外的不静定力)の照査を行うために、図—7 に示す断面形状の合成桁について、一般的な連続合成桁橋の施工工程に従い解析を行ったものである。また図—7 (b), (d) に示すような、主桁と床版とを分離しその間を剛部材で結んだモデル(以下ラーメンモデルという)との比較を行った。このラーメンモデルのクリープ係数および乾燥収縮度は、本解析法と同様 3.1~3.3 に従い主桁と床版とで別々に進行させることができる(使用プログラム CONST, 文献 3) 参照)。

両モデルに対する解析ステージは、図—8 に示すとおりである。またクリープ係数は、便宜的に図—9 に示す曲線に従って計算することとした。

解析結果は、図—10~13 に示すとおりである。



図—6 区分求積法による解の収束度

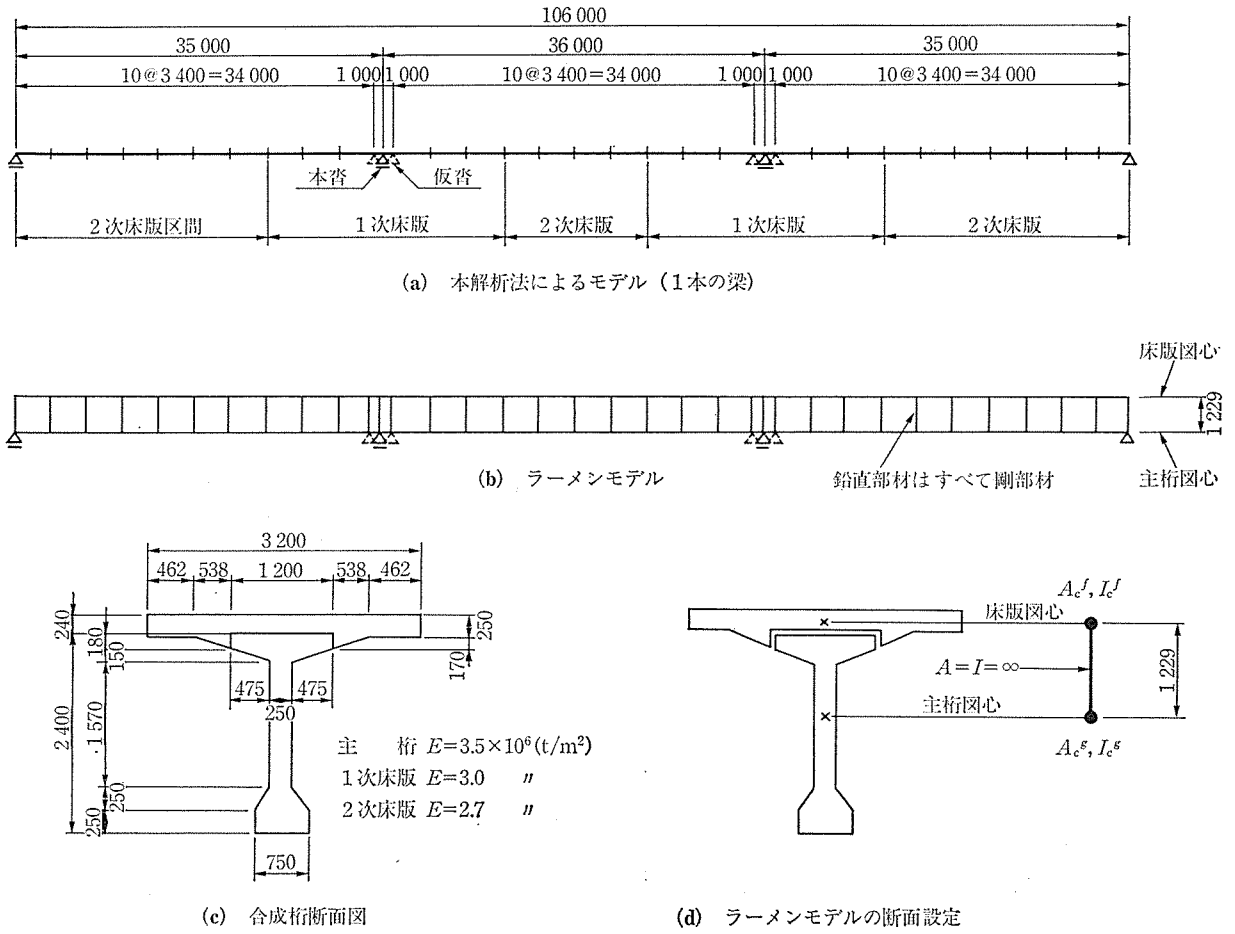


図-7 本解析法によるモデルとラーメンモデル

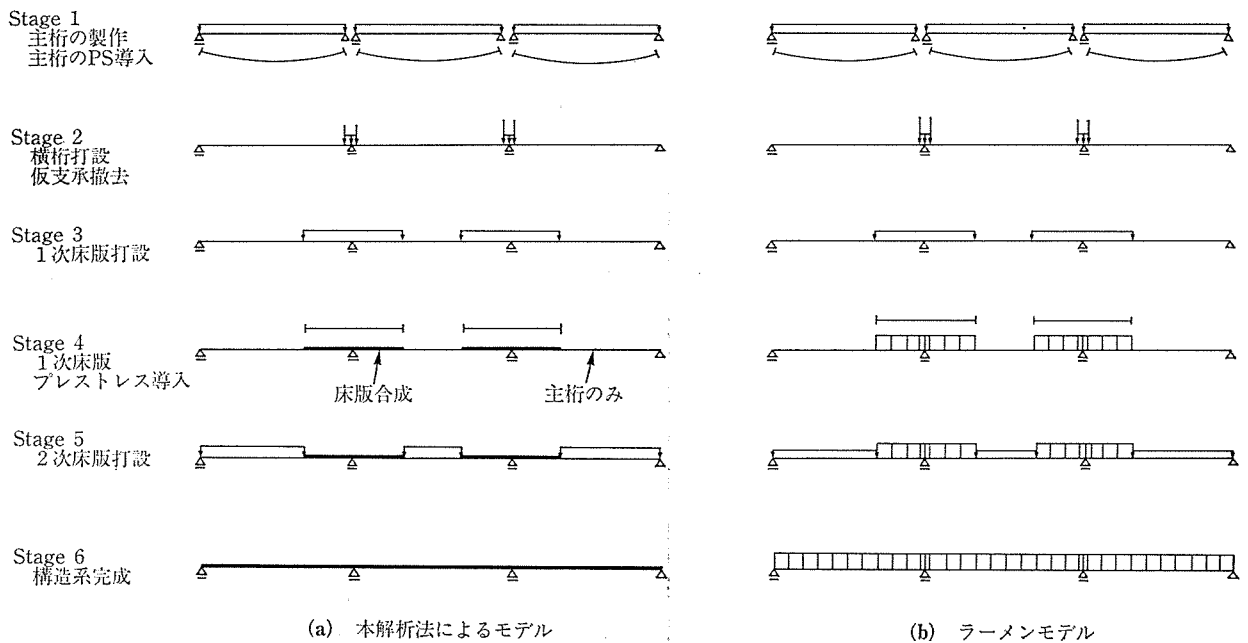


図-8 解析に考慮するステージ

◇論文報告◇

図-10 はクリープにより主桁および床版コンクリート断面に作用する軸力と曲げモーメントを示す。この値には、クリープにより PC 鋼材の応力度が減少するため、反作用としてコンクリート断面に働く引張力の影響も含まれる。ラーメンモデルの軸力は節点間で一定となり節点位置では不連続となるが、本解析においてはこれを修正し連続的な軸力分布が得られるようにしている。図-10 において一部の設計断面の左右で本解析法による軸力の値が急変するのは、プレストレス、材令などが不連続であることによるためであり、具体的には以下の理由による。

- 1) 2, 10, 14 断面は主桁 PC 鋼材の定着位置である。
- 2) 8, 9, 15, 16 断面は床版 PC 鋼材の定着位置である。また 8, 16 断面は 1 次床版と 2 次床版との境界である。
- 3) 11, 13 断面はプレキャスト主桁の端面であり、この断面間は場所打ちコンクリートである。

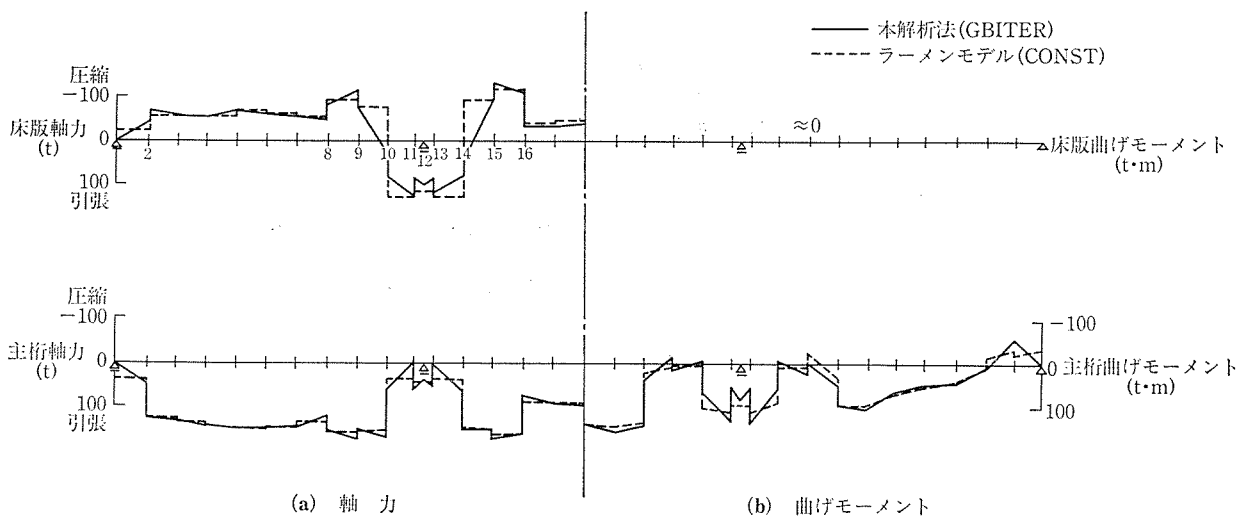


図-10 クリープによる床版、主桁の軸力および曲げモーメント

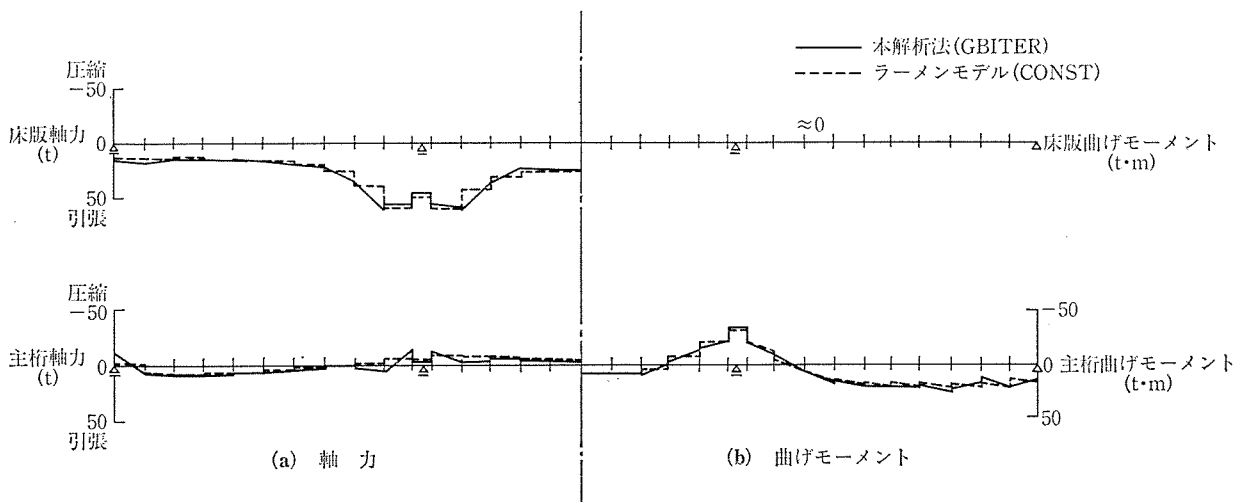
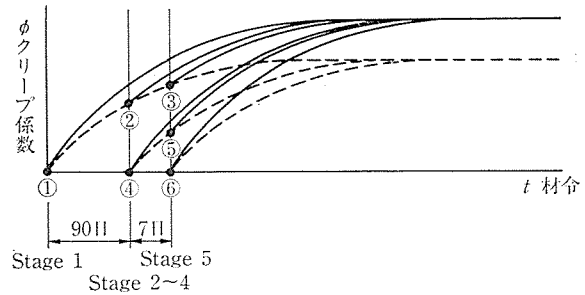


図-11 乾燥収縮による床版、主桁の軸力および曲げモーメント

図-11 は乾燥収縮により主桁 および 床版コンクリート断面に作用する軸力と曲げモーメントとを示す。

図-10, 11 に示す断面力から応力度を 求めるには、解析において考慮した全鋼材を除くコンクリート純断面



- 注)
- ①主桁の主桁自重, 主桁プレストレスに対するクリープ曲線
  - ②主桁の1次床版自重, 1次床版プレストレスに対するクリープ曲線
  - ③主桁の2次床版自重に対するクリープ曲線
  - ④1次床版の1次床版自重, 1次床版プレストレスに対するクリープ曲線
  - ⑤1次床版の2次床版自重に対するクリープ曲線
  - ⑥2次床版の2次床版自重に対するクリープ曲線

図-9 解析に用いたクリープ曲線



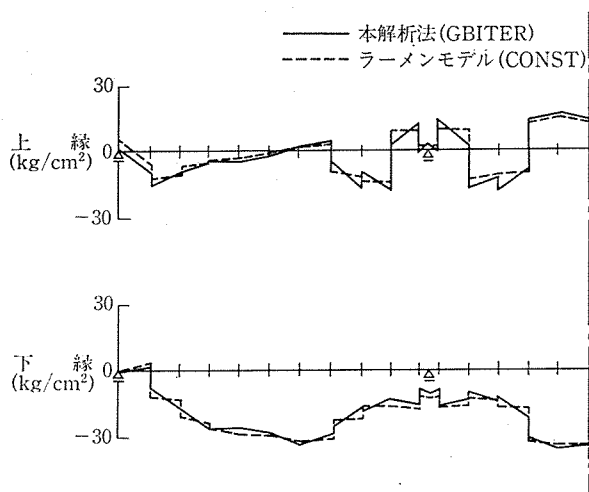


図-12 クリープ・乾燥収縮による主桁上下縁応力度

の諸元を用いて計算しなければならない。図-12は、このようにして求めたクリープ・乾燥収縮による主桁の上下縁応力度を示す。

図-13は、式(8)の第2項にクリープ・乾燥収縮終了時のひずみ量  $\epsilon_{ck}(t_\infty)$  および  $\psi_{ck}(t_\infty)$  を代入して求めた、クリープ・乾燥収縮によるPC鋼材引張応力度の減少量を示す。

図-9~13における本解析法の値と、ラーメンモデルの値とはよく近似しており、本解析法は妥当であるといえる。

#### 4.4 実施設計との比較

図-14は5主桁のPC3径間連続合成桁であり、この橋梁を例にとり、従来の方法で設計した場合と、本解析法を用いて設計した場合との比較を行う。

表-6は、G<sub>1</sub>桁中央径間中央①断面におけるクリー

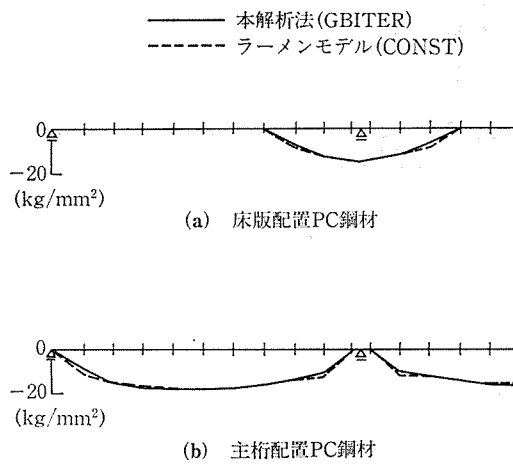
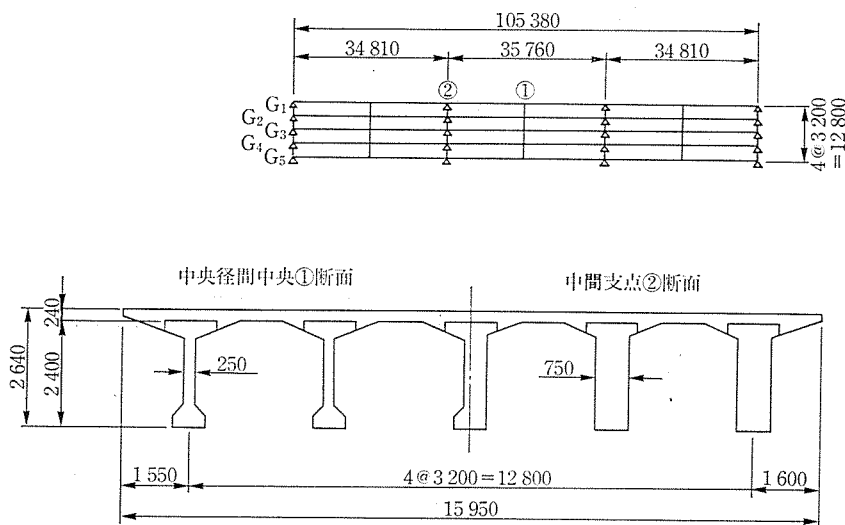


図-13 クリープ・乾燥収縮によるPC鋼材引張応力度の減少量

プおよび乾燥収縮による応力度を従来法と本解析法とで比較したものである。設計時でクリティカルとなる主桁下縁の引張応力度  $\sigma_{cug}$  は、本解析法による場合が 1.9 kg/cm<sup>2</sup> 大きな値となっているが、その差はわずかである。

表-7は、G<sub>1</sub>桁中間支点②断面におけるクリープおよび乾燥収縮による応力度について比較したものである。設計時でクリティカルとなる床版上縁の引張応力度は、従来法の方が 5.3 kg/cm<sup>2</sup> 大きな値となっている。

しかしながら、PC合成桁におけるクリープおよび乾燥収縮による応力度は、クリープの影響が支配的であり、またクリープによる応力度は、自重とプレストレスの大小関係で微妙に変化するので、本解析法が従来法に比べ常に中間支点で引張応力が増加し、中央径間中央で



注) ①断面の主桁形状の詳細は図-7(c)に示すとおりである。

図-14 PC3径間連続合成桁実施設計例

◇論文報告◇

圧縮応力が増加するとは限らない。

4.5 鉄筋の影響

合成桁は薄い部材で構成され、床版の軸方向には比較

表-6 中央径間中央①断面における床版および主桁応力度

(a) 一般的な解析法によるクリープ・乾燥収縮関係の応力度 (単位: kg/cm<sup>2</sup>)

	$\sigma_{cof}$	$\sigma_{cuf}$	$\sigma_{cog}$	$\sigma_{cug}$
・プレストレスのクリープ乾燥収縮による減少量	—	—	3.7	-14.2
・プレストレスの2次力減少量	0.0	—	-2.0	2.2
・構造系変化	6.0	—	5.7	-14.9
・クリープ差	5.4	—	-13.7	5.3
・乾燥収縮差	-0.9	—	2.6	-1.0
合計	10.5	—	-3.7	-22.6

(b) 本解析法によるクリープ・乾燥収縮関係の応力度 (単位: kg/cm<sup>2</sup>)

	$\sigma_{cof}$	$\sigma_{cuf}$	$\sigma_{cog}$	$\sigma_{cug}$
・クリープによる内的不静定力	2.8	4.4	-5.6	-0.8
・クリープによる外的不静定力	6.0	4.8	6.1	-14.7
・乾燥収縮による内的不静定力	-0.1	-0.5	2.2	-5.5
・乾燥収縮による外的不静定力	-1.3	-1.1	-1.8	3.7
合計	7.4	7.6	0.9	-24.5

表-7 中間支点②断面における床版および主桁応力度

(a) 一般的な解析法によるクリープ・乾燥収縮応力度 (単位: kg/cm<sup>2</sup>)

	$\sigma_{cof}$	$\sigma_{cuf}$	$\sigma_{cog}$	$\sigma_{cug}$
・プレストレスのクリープ乾燥収縮による減少量	-5.5	—	-5.1	2.9
・プレストレスの2次力減少量	0.7	—	0.5	-1.2
・構造系変化	5.9	—	4.9	-10.5
・クリープ差	-10.5	—	16.1	-8.7
・乾燥収縮差	-1.2	—	2.5	-1.4
合計	-10.6	—	18.9	-18.9

(b) 本解析法によるクリープ・乾燥収縮関係係応力度 (単位: kg/cm<sup>2</sup>)

	$\sigma_{cof}$	$\sigma_{cuf}$	$\sigma_{cog}$	$\sigma_{cug}$
・クリープによる内的不静定力	-9.9	-8.2	12.0	-6.3
・クリープによる外的不静定力	6.1	5.0	5.4	-10.7
・乾燥収縮による内的不静定力	0.0	0.4	-3.9	2.1
・乾燥収縮による外的不静定力	-1.5	-1.2	-1.3	2.6
合計	-5.3	-4.0	12.2	-12.3

的多量の軸方向鉄筋が配置されているため、クリープおよび乾燥収縮による変形を鉄筋が拘束する影響は大きいと予想される。ここでは4.4で用いた例題に図-15に示すような一般的な配筋(D13 ctc 125~250)をほどこ

表-8 鉄筋の拘束の影響

(a) 中央径間中央①断面応力度 (単位: kg/cm<sup>2</sup>)

		$\sigma_{cof}$	$\sigma_{cuf}$	$\sigma_{cog}$	$\sigma_{cug}$
鉄筋無視	死荷重	—	—	82.6	-94.7
	橋面工	2.1	1.7	2.2	-5.3
	プレストレス	—	—	-39.1	140.3
	プレストレス2次力	—	—	-17.7	19.4
	クープによる内的不静定力	2.8	4.4	-5.6	-8.0
	クープによる外的不静定力	6.0	4.8	6.1	-14.7
鉄筋考慮	乾燥収縮による内的不静定力	-0.1	-0.5	2.2	-5.5
	乾燥収縮による外的不静定力	-1.3	-1.1	-1.8	3.7
全死荷重作用時		9.5	9.3	28.9	35.2

(b) 中間支点②断面応力度 (単位: kg/cm<sup>2</sup>)

		$\sigma_{cof}$	$\sigma_{cuf}$	$\sigma_{cog}$	$\sigma_{cug}$
鉄筋無視	死荷重	—	—	80.9	-92.7
	橋面工	2.1	1.7	2.1	-5.2
	プレストレス	—	—	-38.3	137.3
	プレストレス2次力	—	—	-17.4	19.0
	クープによる内的不静定力	2.0	3.6	-7.6	-11.2
	クープによる外的不静定力	5.7	4.6	5.8	-14.0
鉄筋考慮	乾燥収縮による内的不静定力	-1.4	-1.7	0.2	-7.0
	乾燥収縮による外的不静定力	-1.2	-1.0	-1.6	3.4
全死荷重作用時		7.3	7.1	24.9	31.2

(a) 中央径間中央①断面応力度 (単位: kg/cm<sup>2</sup>)

		$\sigma_{cof}$	$\sigma_{cuf}$	$\sigma_{cog}$	$\sigma_{cug}$
鉄筋無視	死荷重	-10.4	-8.5	-22.2	32.5
	橋面工	-11.2	-9.2	-9.9	19.6
	プレストレス	38.2	34.2	36.9	-20.0
	プレストレス2次力	-6.7	-5.5	-5.9	11.5
	クープによる内的不静定力	-9.9	-8.2	12.0	-6.3
	クープによる外的不静定力	6.1	5.0	5.4	-10.7
鉄筋考慮	乾燥収縮による内的不静定力	0.0	0.4	-3.9	2.1
	乾燥収縮による外的不静定力	-1.5	-1.2	-1.3	2.6
全死荷重作用時		4.6	7.0	11.1	31.3

(b) 中間支点②断面応力度 (単位: kg/cm<sup>2</sup>)

		$\sigma_{cof}$	$\sigma_{cuf}$	$\sigma_{cog}$	$\sigma_{cug}$
鉄筋無視	死荷重	-10.3	-8.4	-21.9	32.1
	橋面工	-11.0	-9.0	-9.7	19.3
	プレストレス	37.5	33.6	36.2	-19.7
	プレストレス2次力	-6.6	-5.4	-5.8	11.4
	クープによる内的不静定力	-10.3	-8.6	11.6	-7.8
	クープによる外的不静定力	5.8	4.8	5.2	-10.3
鉄筋考慮	乾燥収縮による内的不静定力	-1.1	-0.7	-5.1	1.2
	乾燥収縮による外的不静定力	-1.4	-1.1	-1.2	2.4
全死荷重作用時		2.6	5.2	9.3	28.6

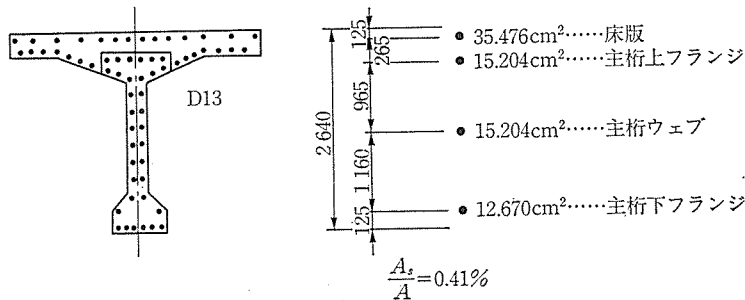


図-15 考慮する主桁軸方向筋

した合成桁について、鉄筋の拘束の影響を考慮したクリープ解析を行った。

表-8 は、鉄筋を無視した場合と考慮した場合の中央径間中央および中間支点断面の応力度を示す。ただし中間支点断面は、連続桁における支点上の曲げモーメント低減前の値である。表から鉄筋を考慮すると床版上縁、主桁下縁とも引張応力が増加しているのがわかる。これはクリープ・乾燥収縮による軸短縮を鉄筋が拘束することにより、鉄筋には圧縮力が、その反作用としてコンクリートには引張力が働いたためである。また、自重およびプレストレスに対しては、鉄筋を考慮した断面諸元を用いて応力計算を行った場合、自重による引張応力は小さくなるが、導入されるプレストレス量も減少するので、結果的に鉄筋の影響は相殺される。

## 5. おわりに

本研究の目的は、PC 合成桁のクリープ・乾燥収縮の影響に対する解析において道示Ⅲの簡易式が持つ問題点を解決し、より汎用的な変形法によるプログラム (GITER) を開発することであり、この目的は達成された。また区分積法により解を求める場合、クリープ係数・乾燥収縮度の進行度は若材令のとき (薄い部材に対しては 10~100 日、厚い部材に対しては 100~1000 日) が大きいので、この間をより細かく分割することにより精度の高い解が得られる。

床版と主桁との合成問題以外に、拡幅工事等における

旧桁と新桁との格子構造における合成問題も重要であり、ここに示した理論と手法はこの問題にも応用することができる。すでにこの問題についてもプログラムの開発を終了しているので、別の機会に発表したいと考えている。

謝辞：本研究の実施に当たり有益なご助言を頂いた当社会長の猪股俊司博士に深謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 Ⅲ コンクリート橋編 (昭和 53 年 1 月)
- 2) 猪股俊司：パーシャルプレストレストコンクリート部材断面の設計法，土木学会論文集，第 348 号/V-1，pp. 1~12，1984 年 8 月
- 3) 小宮正久，酒井 一，前田晴人：任意形コンクリート構造物のクリープ解析法に関する一提案，プレストレストコンクリート技術協会誌，Vol. 29，No. 2，pp. 8~17，1987 年 3 月
- 4) 星野正明，佐伯彰一：コンクリート斜張橋のクリープ解析，土木学会論文集，第 295 号/V-1，pp. 103~113，1980 年 3 月
- 5) H. リュッシュ，D. ユングビルト著 (百島祐信訳)：コンクリート構造物のクリープと乾燥収縮，鹿島出版会，1976 年
- 6) PC 合成桁の実験と理論解析，編纂 高速道路調査会，橋梁構造小委員会，コンクリートプレキャスト構造分科会，1960
- 7) Vadaparty Jagannadha Rao and Walter H. Dilger : Analysis of Composite Prestressed Concrete Beams, Journal of the Structural Division, ASCE, No. ST 10, pp. 2109~2121, 1974, October

【1989 年 12 月 7 日受付】

## ◀刊行物案内▶

# PC 斜張橋

(本誌第 29 巻第 1 号特集号)

現在、世界的にも、また我が国でも有力な橋梁施工法として台頭し始めた PC 斜張橋を特集した本書は、その歴史、変遷から始まって、将来展望に関する座談会、斜張ケーブルの現状、既に実施された、または計画中の代表的な斜張橋 (白屋橋、東名足柄橋、猪名川第 2 橋梁、衝原大橋、呼子大橋、新丹波大橋) の報告等、多岐にわたり収録してあります。PC 橋梁の設計・施工関係技術者にとっては必携の参考図書と確信します。

在庫数が限られていますので、ご希望の方は至急代金を添え (現金書留か郵便振替東京 7-62774) プレストレストコンクリート技術協会宛お申し込みください。

体 裁：B 5 判 108 頁  
定 価：1500 円 (送料：150 円)